

广义不确定性系统理论的外延综论

王清印, 吕瑞华

(河北经贸大学不确定性系统研究所, 石家庄 050091)

[摘要] 在概述广义不确定性系统内涵基础上, 讨论了广义不确定性系统的外延类别及其相关理论的基本研究框架和基本原理, 为深入研究广义不确定性系统理论奠定了基础。

[关键词] 广义不确定性信息 (GUI); 不确定性数学 (UM); 广义不确定性系统理论 (GUST)

[中图分类号] F22 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742 (2005) 10-0016-07

1 前言

众所周知, 客观事物是复杂多变的; 特别是在科学技术突飞猛进发展的今天, 由于人类对客观事物认识能力的提高, 已经发现, 客观事物的微小变化 (正面的或负面的) 都将影响到人类对客观事物的辨识水平。为了实现人类对客观事物更全面、更深刻的认识, 实现人类对客观事物发展的全面控制, 需要对不确定性系统进行深入、全面的研究。在文献[1, 2]中讨论了不确定性信息的定义; 讨论了广义不确定性系统理论 (GUST) 的基本内涵及其科学意义。鉴于 GUST 是关于系统理论研究内涵最深、外延最广的理论体系。笔者将在概述不确定性系统内涵基础上, 讨论广义不确定性系统的外延类别及其相关理论的基本研究框架和基本原理, 为深入研究 GUST 奠定基础。

2 GUST 的内涵概论

在文献[1]中已给出 GUST 的定义: “称含有广义不确定性信息 (GUI) 的系统为广义不确定性系统, 其系统理论与方法称为广义不确定性系统理论”。

什么是不确定性信息呢? 在文献[1~6]中已作

了详细论述, 摘要如下。

在客观上, 由于事物的复杂性, 对任何一个实际问题, 其影响因素决不是单一的, 往往是各种客观因素交织在一起, 使客体难以被主体所认识。在主观上, 由于人的认识能力的局限性, 使人类难以区分事物的真伪程度, 难以辨别事物的真实状态, 即信息具有主体性、客观性, 同时还具有主、客体相互作用中各种噪音干扰的交融性。信息源的复杂性会影响源信息的发射状态; 各种噪音的干扰会影响信息的真实传输; 接收信息能力的限制会影响人类对信息真实度的认识。所以, 从源信息到宿信息的传输过程中, 会有不同方面、不同程度的失真; 失真的信息显然不能本地反映事物的本质。这就使信息产生了不确定性, 称失真的信息为不确定性信息。

目前, 人类认识到的不确定性信息有 7 种:

1) 随机信息 即“在相同条件下进行一系列的试验或观察, 而每次试验或观察的可能结果不只有一个, 在每次试验或观察之前无法预知确切结果, 即呈现不确定性”^[7]; 随机信息 $\mu \in \{0, 1\}$ 。

2) 模糊信息 是描述客观事物的差异在中介过度时呈现的“亦此亦彼”性; 模糊信息 $\mu \in [0, 1]$ 。

[收稿日期] 2004-08-03; **修回日期:** 2005-03-28

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (70271006); 河北省科学技术与发展规划资助项目 (200202006)

[作者简介] 王清印 (1939-), 男, 河北深州市人, 河北经贸大学教授、硕士生导师; 研究方向为不确定性数学和不确定性系统理论

3) 粗糙信息 是描述集合中元素的不分明性^[8], 粗糙信息 $\mu \in [0, 1]$ 。

4) 灰色信息 是描述“部分已知、部分未知”的信息, 灰色信息 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq [0, 1]$ 。

5) 未确知信息 是描述“主观上、认识上的不确定性信息”^[9], 未确知信息 $\mu \in [0, 1]$ 。

注: 随机信息是描述主体与客体之间的同与非; 模糊信息、粗糙信息、灰色信息、未确知信息是描述主体与客体之间的同、异、非现象, 而灰色信息取值为一个区间之内。

6) 泛灰信息 是描述主体与客体的反、非、同、异, 泛灰信息 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq [-1, 1]$ 。

7) 广义泛灰信息 从广义上讲, 它是描述主体与客体的反、非、同、异, 但“异”中包含了 $(-\infty, 1)$ 与 $(1, +\infty)$ 中取值的倒数, 记广义泛灰信息 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq (-\infty, +\infty)$ 。

如上所述, 广义泛灰信息 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}]$ 是内涵最深、外延最广的不确定性信息, 其值域 $(-\infty, +\infty)$ 包含了泛灰信息值域 $[-1, 1]$, 又包含了模糊信息、粗糙信息、灰色信息、未确知信息值域 $[0, 1]$, 进一步包含了随机信息及确定性信息的值域 $\{0, 1\}$, 所以又称广义泛灰信息为广义不确定性信息。

在广义泛灰信息基础上, 可以建立不确定性数学 (UM) 理论, 进一步可以建立包含确定性系统理论在内的广义不确定性系统理论 (GUST)。

3 GUST 的外延类别

广义泛灰信息概念包含了确定性信息和 7 种不确定性信息, 所以 GUST 可分为确定性系统理论和不确定性系统理论。

3.1 确定性系统理论框架

确定性系统理论是研究只含有确定性信息的系统理论^[10], 按研究结果可分为自然系统和人为系统。

自然系统 其组成部分是自然界存在的不同自然物质, 如自然界的矿物、植物、动物等自然物质组成的系统, 这些自然物质都是实体, 因此, 又称自然系统为实体系统; 自然物的状态都是随时间变化的, 是时间的函数, 故又称动态系统, 如海洋系统、气象系统、矿产系统、生物系统等。

人为系统 它是由人类设计的各种要素构成的系统, 如人类对自然物的加工, 生产出人类所需要

的物质, 这种系统称人为系统。又如经济系统、科学技术系统等, 它包含由概念、原理、方法、制度等观念性的、非物质实体所构成的概念系统, 包含控制系统和行为系统。

对于确定性系统, 所涉及的信息取值于 $\{0, 1\}$, 即确定性信息, 其理论主要研究系统功能的是与非问题, 包括系统分析、模型化技术和仿真技术、最优化技术、系统可靠性问题、系统功能的发挥和控制问题。

3.2 不确定性系统理论框架

由 GUST 的定义知, 系统中含有 GUI 的系统为 GUS, 而 GUI 包含上述的 7 种不确定性信息, 是内涵最深、外延最广的不确定性信息; 但从不确定性意义上讲它又是不确定性信息之一。又因为在不确定性信息中包含了确定性信息, 因此把确定性系统与不确定性系统统称为广义不确定性系统 (见图 1)。

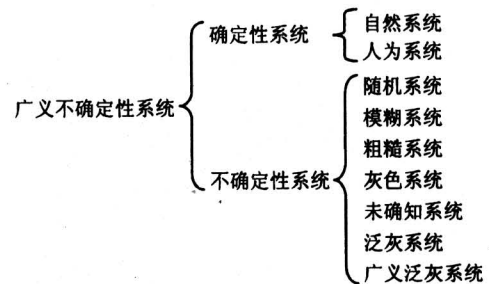


图 1 广义不确定性系统分类图

Fig.1 Generalized uncertainty systems classified figure

一个客观存在的系统, 往往是确定性信息和各种不确定性信息交织在一起的; 所以在系统理论研究中, 要以广义不确定性系统为主要研究对象, 以综合处理各种信息为出发点, 以不确定性数学为主要工具, 实现对系统的综合分析、综合处理, 以便发挥系统的优势功能。当然, 在某种信息表现的特别突出时, 应用某种系统理论与方法可实现对系统的简捷研究和处理。因此, 在进行研究时要首先对系统信息作鉴别、分类。

为了对 GUST 有一个清晰的认识, 下面进一步分析 GUST 的基本框架和 GUST 的基本研究原理。

4 GUST 的基本理论框架

因为广义不确定性系统涵盖了确定性系统和各种不确定性系统。根据“共性寓于个性之中”的哲

学原理，借鉴经典的确定性系统理论的基本思想和研究方法，按纵向发展趋势和横向各个分支描述它们之间的内在联系及发展方向。

4.1 GUI 理论基础概要^[2~6, 11~15]

GUI 理论是 GUST 研究的关键层次，其任务是研究信息的概念、类别及其个别处理与综合处理不确定性信息的理论与方法。

在相关文献中已经指出，失真的信息为不确定性信息。失真的表现有 7 种，当系统信息分别表现为随机的、模糊的、粗糙的、灰色的、未确知的这 5 种时，可使用 5 种方法分别描述和处理。当不确定性信息表现为泛灰性或广义泛灰性时，可使用泛灰数学方法进行描述和处理。对于复杂的系统，因为各种信息表现错综复杂，难以分辨出前 5 种信息，难以分辨出是不确定性信息或确定性信息时，可根据情况使用第 6 种或第 7 种信息处理方法进行综合处理。

以上是笔者的初步研究成果。因为社会是发展的，不确定性的表现也会越来越突出，因此首先要深刻理解 2 种确定性信息和 7 种不确定性信息；在实践中要注意分清哪些信息可以单独处理，哪些信息必需综合处理，促进 GUI 理论向纵深发展，促进其应用前景向更多方面展开。正如文献[12]中所说：“捍卫一种理论最好的方法就是发展它，使旧的内核在新的体系中永生，而不是为了它的纯洁性而限制它的发展和应用。”

4.2 不确定性数学基础概要

不确定性数学是 GUST 的基础与方法层。因为没有相应的数学理论方法做基础，就不可能实现对不确定性信息的处理及综合处理，就不能建立相应的数学模型，实现计算机模拟，实现对不确定性系统的科学管理和优化控制。

4.2.1 广义集合概念 文献[15]中已经提出：“广义集合是一个外延极广的概念，它包含了经典数学基础的 Contor 集合，Fuzzy 数学的基础 Fuzzy 集合，灰色理论的数学基础 Grey 集合，物元分析的数学基础 Extension（可拓）集合；另外，还包含没有使人认识到其用途的待用集合。”根据这一思想，文献[16]中讨论了复 Fuzzy 集合，文献[5, 17, 18]中讨论了泛灰集合及灰数、模糊数、实数之间的关系，又在文献[6, 19, 20]中讨论了泛灰数是当前内涵最深的数系。对已有集合特征概述如下。

Contor 集合是论域 U 到 $\{0, 1\}$ 的映射；Fuzzy 集合是论域 U 到 $[0, 1]$ 的映射；Rough 是 Fuzzy 集合概念的延伸，仍是 U 到 $[0, 1]$ 的映射；Extension 集合 \tilde{A} 是 U 到 $(-\infty, +\infty)$ 中某个函数 $k(u)$ 的映射；Grey 集是 U 到 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq [0, 1]$ 的映射；未确知集（Unascertained）是 U 到 $I_{[0, 1]} = \{([a, b], F(x)) \mid a \geq 0, 0 \leq b \leq 1\}$ 的映射，

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - a & 0 \leq x < 1, (0 \leq a \leq 1), \\ 1 & x \geq 1. \end{cases}$$

泛灰集是 U 到 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq [-1, 1]$ 的映射；广义泛灰集是 U 到 \tilde{R} 的映射 ($\tilde{R} = \{y/z \mid y, z \in R\}$) 且 $\forall u \in U$, 有 $u \mapsto [\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq \tilde{R} = \{y/z \mid y, z \in R\}$ 。这正是文献[15]中提出的待用集合。至此，可以说广义集合概念已基本完善。如果仍把论域记作 U ，映射值域记作 T ， $\forall u \in U$ ，其对应值记作 $\mu_G(u)$ ，则可给出能够涵盖以上各种集合的完善的广义集合定义。

定义 1 设论域为 U ， T 是一个非空子集组成的集合，若有映射

$$\forall u \in U, \mu_G : U \rightarrow T, u \mapsto \mu_G(u) \in T$$

或 $\mu_G(u) \subseteq T$,

则称 μ 确定了 U 上的 1 个广义子集，记作 G 。且称 μ 是 G 上的隶属函数，称 $\mu_G(u)$ 为 μ 对于 G 的隶属度，且广义集合的幂集记作 $G(U)$ 。

定义 2 若广义集 G 的隶属函数 μ_G ，对于每一个 $u \in U$ ， $\mu_G(u)$ 取一个实数，则称 G 为广义单值集。

Contor 集、Fuzzy 集、Extension 集、Rough 集、Unascertained 集皆为广义单值集。

定义 3 若广义集 G 的隶属函数 μ_G ， $\exists u \in U$ ，使得 $\mu_G(u)$ 至少取 2 个实数，则称 G 为广义多值集。

Grey 集、泛灰集皆为广义多值集。

注 关于广义集合的性质、分类及其运算另行讨论。

4.2.2 不确定性数学综论^[5, 21] 为了综合描述各种不确定性信息，文献[5, 21]中定义了广义超实集 $\tilde{R} = \{y/z \mid y, z \in R\}$ ， R 为实数集。定义了泛灰集 $G = \{\mu, [\underline{\mu}_G(\mu), \bar{\mu}_G(u)] \mid u \in U, \underline{\mu}_G(\mu), \bar{\mu}_G(u) \in \tilde{R}\}$ 。当论域 $U = R$ （实数集）时，称 R 上的广义泛灰集为广义泛灰数集 $g(R)$ ，且称

$g(R)$ 中的元素为广义泛灰数, 记作 $g = (x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}])$, $x \in R, \underline{\mu}, \bar{\mu} \in \tilde{R}$, 即 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq \tilde{R}$, 并定义了零元、单位元、负元和逆元。定义了加、减、乘、除、乘幂、开方等代数运算, 讨论了它们的代数性质、序关系、向量、行列式、矩阵、逆阵、方程组的求解、一元二次泛灰代数方程的解法及其在区间分析中的应用等。在定义泛灰距离空间的基础上讨论了泛灰函数概念及实函数的泛灰延拓、泛灰基本初等函数的性质、泛灰函数的极限概念及泛灰函数的导数概念、求导法则及应用举例。

若将 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq \tilde{R}$, 改为 $[\underline{\mu}, \bar{\mu}] \subseteq [-1, 1]$, 则称 $[x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}]]$ 为泛灰数。进而若改为 $[\underline{\mu}(x), \bar{\mu}(x)] \subseteq [0, 1]$, 则称 $[x, [\underline{\mu}, \bar{\mu}]]$ 为普通灰数。再将其改为 $\mu(x) \in [0, 1]$, 则称 $[x, \mu(x)]$ 为复数模糊数^[22~25]。如果知道一个数落在区间 $[a, b]$ 上, 同时还知道它在该区间上的某种分布, 便得到一个未确知数^[26]。对于泛灰数、普通灰数、复 Fuzzy 数、未确知数都已建立了代数基础。但对于粗集、可拓集还未建立起代数运算方法, 只在其集合论基础上展开了具体算法和应用的讨论^[8, 27]。

在广义单值集和广义多值集概念的基础上, 可分别建立它们的数学基础: 广义多值数学和广义单值数学。广义单值数学可综合经典数学、模糊数学、未确知数学的基本概念和运算法则得出。广义多值数学可综合灰色数学、泛灰数学的概念和运算法则导出。

4.3 GUST 的基础理论

GUST 的基础理论是 GUST 的核心层次。它是在经典系统理论、GUI 及 UM 基础上建立的新的系统理论体系。它将指导系统理论向纵深发展, 同时也将指导横向各分支理论的发展。GUST 包含确定性系统理论、不确定性系统理论。确定性系统理论分为人为系统理论、自然系统理论; 不确定性系统理论分为随机系统理论、模糊系统理论、粗糙系统理论、灰色系统理论、未确知系统理论、泛灰系统理论和广义泛灰系统理论。所以在纵横两方向的发展将进一步充实 GUST 的理论体系, 实现人类对各类系统的认识和求解。在文献 [1, 28~34] 中已经展开了基础理论的建立及其特征分析, 为 GUST 的形成奠定了基础。在文献 [34] 中指出: “把研究包含广义不确定性信息的系统理论称为广义不确定性系统理论”, 并指出, 当系统中某种不确定性信息表现特别突出时, 就用某种不确定性系

统理论处理; 当难以区别其信息属于那一种时, 就用泛灰系统理论进行研究处理。当然, 泛灰系统理论和广义不确定性系统理论正在研究和建设之中, 还有很多细节没有解决, 尚需做大量的研究工作。

4.4 US 的实用理论与方法体系

这是 GUST 的实用理论与方法层。根据人类对系统研究的目的, 要在 GUI, UM, GUST 基础上建立不确定性预测与决策理论与方法。建立 US 关联分析理论与方法。还要建立控制系统发展方向的理论与方法。目前, 已在煤炭系统、机械工业系统、教育系统、工民建系统、气象预测系统进行了实际应用, 都取得了很好的实践效果。

在预测理论研究方面, 笔者已经完成了多项省部级课题和国家自然科学基金课题: a. 河北省煤炭系统经济态势分析与人才需求预测研究; b. 邯郸市工业预测及机械工业发展态势分析; c. 区域经济科学管理及预测、决策模型系统研究; d. 不确定性系统预测理论与方法研究; e. 经济预测的不确定性数学模型及预测软件研究。其中 b, c 两项已获省级科技进步三等奖。在文献 [35~46] 中已系统论述了笔者的研究成果: 论述了不确定性系统预测的基本问题; 讨论了不确定性系统预测的基本原理、建模基础、预测理论与方法立论依据、数学模型, 并在实践中展现了实际预测效果。

在决策理论研究方面, 笔者已完成了省部级课题和国家自然科学基金课题: a. 煤矿经营管理最佳决策方案的灰色数学模型; b. 不确定性数学在煤炭土建工程中的应用; c. 灰色数学及其应用; d. 不确定性信息处理的理论基础。其中 b 项已获省级科技进步三等奖。在文献 [47~49] 中, 笔者探讨了中心灰靶决策方法, 建立了中心灰靶决策模型, 一般灰线性规划模型, 模糊综合评价模型, 灰色综合评价模型, 并在实践中展示了其实际效果。

在分析 2 个系统之间的关联方面, 笔者给出了 B 型关联分析模型、C 型关联分析模型, 讨论了广义关联表达式及同异反层次分析法, 同异反动态关联及系统功能的同异反综合判别法^[50~58]。这些方法已在如下省部级课题中展开了研究: a. 灰色代数与地下水流灰色取值模拟方法; b. 灰色数学及其应用; c. 灰色系统系列研究; d. 经济态势分析的不确定性系统软件研究。

另外,所研究的成果在教育系统评估,高校质量综合评估,在管理科学中,在机械态势分析中,在机械工业动态预测与比重分析中,在煤炭系统经济态势分析中,在地下水模型,在各种不确定性信息的综合分析中展开具体应用^[59-69]。

当然,以上工作还都是初步的,还需要在广义不确定性系统预测、决策、控制、关联分析方法等方面进一步研究,以适应当前形势发展的需要,展示出更有力的新成果。

5 广义不确定性系统理论的基础原理

因为广义不确定性系统概念是系统概念的拓展,所以在研究 GUST 过程及实践中,除了要遵守一般的系统原理:整体性原理、动态性原理、相关性原理、层次性原理、有序性原理之外,还应遵从以下特殊原理。

5.1 不确定性原理

“不确定性信息的产生是物质运动的必然结果,是广泛存在的,是不可避免的。”^[11]所以,在系统研究中,必须考虑不确定性信息的处理问题,特别是广义不确定性信息,以保证系统研究结果的正确性和客观适应性。

5.2 不确定性类别原理

为了保证对广义不确定性系统的研究质量,又能提高研究的速度,必须在分析研究之前确定其系统的类别,即该系统属于那一类系统,是确定性系统还是不确定性系统。本着先易后难的原则,分别采取不同的方法。只有当不确定性系统中 GUI 表现突出时,才用广义不确定性系统与方法进行综合处理。当然,在难以区分系统的具体类别时,皆可采用广义不确定性系统理论与方法进行研究。

参考文献

- [1] 王清印,郭立田,谢建华,刘志勇.广义不确定性系统理论的基本构思[J].中国工程科学,2004,6(3):25~29
- [2] 王清印.不确定性信息的内涵分析[J].西北民族学院学报,2000,(3):1~5
- [3] 王清印,刘志勇.不确定性信息的概念、类别及其数学描述[J].运筹与管理,2001,(4):9~15
- [4] 王清印,刘志勇,赵秀恒.不确定性信息的概念内涵与外延[J].浙江万里学院学报,2003,(2):6~9
- [5] 王清印,王峰松,左其亭,等.灰色数学基础[M].武汉:华中理工大学出版社,1996
- [6] 王清印,崔援民,任 彪.不确定性信息产生根源与泛灰集合基础[J].华中理工大学学报,2000,(4):66~68
- [7] 浙江大学数学系.概率论与数理统计[M].北京:人民教育出版社,1979
- [8] 马志铎,邢汉承,郑小妹.一种基于 Rough 集的时间序列数据挖掘策略[J].系统工程理论与实践,2001,(12):22~29
- [9] 王光远.未确知信息及其数学处理[J].哈尔滨建筑工程学院学报,1996,(4):1~9
- [10] 王应洛.系统工程导论[M].北京:机械工业出版社,1982
- [11] Wang Qingyin, Wang Fengli. Emergence of uncertain information and its classification [A]. Systems Control Information Methodologies & Applications [C]. Wuhan: HUST press, 1994. 679~682
- [12] 鲁晨元.广义信息论[M].合肥:中国科学技术大学出版社,1993. 11~12
- [13] Wang Qingyin, Ren Biao, Wang Fengli. Uncertainty information and uncertainty systems [J]. The International Journal of Systems and Cybernetics, 2000, 29(9,10): 122~123
- [14] Wang Qingyin, Chen Xinzhong. The expansion of information concept [J]. Systems Science and Applications, 2003, (3): 57~61
- [15] Wu Heqin, Wang Qingyin, Xu Yang. A preliminary study of the theory of generalized set [A]. Proceedings of NAFIPS'88 (USA) [C], 1988. 268~272
- [16] Wang Qingyin. The theory of compound fuzzy sets [A]. Proceedings of NAFIPS'88(USA) [C]. 1988. 273~277
- [17] Wang Qingyin, Wu Heqin. Basic element of grey mathematics and its relations with fuzzy and real numbers [J]. The Journal of GREY SYSTEMS, 1989, 1(1): 69~78
- [18] 王清印,王峰松.泛灰数与点灰数[J].灰色系统理论与实践,1991,(1):48~82
- [19] 倪天智,王清印.不确定性数学亟待研究和发展[J].河北建筑科技学院学报,1992,(3):1~4
- [20] Wang Qingyin. Uncertainty analysis and its mathematical basic systems [A]. Support Systems for Decision and Negotiation Processes [C]. Warsaw, June, 1992. 415~422
- [21] 王清印.泛灰集与泛灰数的代数运算[J].华中理工大学学报,1992,(4):151~156
- [22] 王清印,茹世才.复 Fuzzy 矩阵的概念及其运算法则[J].西安石油学院学报,1991,(6):60~64

- [23] Ni Tianzhi, Wang Qingyin. Compound fuzzy mathematical model for the comprehensive appraisal of the system behavior and application [A]. International Conference on Information and Systems' 92 (Dalian) [C]. 1992. 847~850
- [24] Wang Qingyin, Liu Shaoying, Wang Fengsong. Universal fuzzy set and universal fuzzy number [A]. Proceedings of SCI'94 [C]. 1994. 54~56
- [25] Wang Qingyin. The concept of pan-fuzzy number and its operation [A]. Proceedings of ICIK'95 [C]. 1995. 369~373
- [26] Wang Qingyin, Wu Heqin. Unascertained mathematic method composed by export opinins [A]. General Systems Methodology and Applications [C]. 1997. 397~401
- [27] 蔡文, 杨春燕, 林伟初. 可拓工程方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997
- [28] 王清印. 不确定性系统科学概要[J]. 河北经贸大学学报, 1997, (1): 48~50
- [29] 王清印, 徐金红. 不确定性系统理论与集对论的内在联系以及确定同异反联系度的进一步完善[J]. 河北经贸大学学报, 1997, (5): 78~81
- [30] Wang Qingyin. Uncertainty system theory and basic outline [A]. ASSA Special Issue [C]. 1997. 464~466
- [31] Wang Qingyin. Basic idea about uncertainty system theory [J]. Systems Science and Its Applications, 1998, (7): 746~748
- [32] 王清印, 赵秀恒. 不确定性系统理论及其方法概要 [A]. 中国科技发展精典文库[M]. 2001. 2939~2941
- [33] 王清印, 刘志勇, 杨克全. 不确定性系统理论与价值工程的内在联系[A]. 价值工程与企业技术创新国际学术会议论文集[C]. 杭州, 1995. 60~63
- [34] 王清印, 刘志勇, 袁玉珍. 广义不确定性系统理论的特性分析[J]. 运筹与管理, 2003, (3): 9~12
- [35] 王清印. 煤炭产量的灰色预测[A]. 灰色系统论文集[C]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1989. 185~187
- [36] 王清印. 灰色线性规划预测模型及应用研究[J]. 技术经济, 1998, (7): 64~66
- [37] 任彪, 王清印, 赵秀恒. 不确定性系统预测基本原理初探[J]. 河北经贸大学学报, 1998, (5): 89~91
- [38] 王清印, 赵秀恒. 不确定性系统预测的建模基础[J]. 预测, 1998, (6): 38~40
- [39] 王清印, 崔援民. 不确定性系统预测的基本问题[J]. 系统工程理论与实践, 2000, (3): 93~98
- [40] 王清印, 王义闹. UGM 预测模型及应用[J]. 中国管理科学, 1999, (专辑): 18~21
- [41] 崔援民, 王清印. 不确定性系统预测理论与方法的立论依据[A]. 中国学术期刊文摘, 1999. 5(12), 1574~1576
- [42] 王清印. 预测与决策不确定性数学模型[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2000
- [43] Wang Qingyin, Ren Biao, Wang Yinao. Mathematical model of uncertainty system forecast [J] Advances in Systems Science and Applications, 2000, (1): 34~37
- [44] 王清印, 赵秀恒. 不确定性系统预测的建模基础 [A]. 中国改革发展理论与实践[C]. 2000. 836~839
- [45] 赵秀恒, 王清印, 任彪. 投入产出分析的不确定性模型及其预测[J]. 运筹与管理, 2003, (5): 1~5
- [46] Wang Qingyin, Wu Heqin. The grey mathematical method and policy-decision of situation [A]. Workshop on Knowledge-systems and Models of Local KeaSoning (埃及) [C]. 1988. 132~138
- [47] Wang Qingyin. Generalized grey linear programming model and its application in coal industry [A]. The First International Syinposium on Uncertainty Modeling and Analysis'90 (USA) [C]. 1990. 38~43
- [48] Wang Qingyin, Zhuo Qitig. Mathematical model of generalized grey linear programming and its solution [A]. Support Systems for Decision and Negotiation Processes [C]. Warsaw, June, 1992. 609~612
- [49] 王清印. 中心灰靶决策法[A]. 灰色系统新方法[M]. 北京: 中国农业出版社, 1993. 239~247
- [50] Wang Qingyin. The grey project network and its application in the civil and construction [A], ASSA [C]. 1996. 102~105
- [51] 王清印. 灰色 B 型关联分析[J]. 华中理工大学学报, 1989, (6): 77~82
- [52] 王清印, 刘开第. 函数相关论初探[J]. 河北建筑科技学院学报. 1989, (3): 20~26
- [53] 王清印. GM(1,1)模型在线性变换下的不变性[J]. 河北建筑科技学院学报. 1990, (1): 37~43
- [54] Wang Qingyin, Wang Fengsong. Comprehensive analysis model for grey systems [A]. International Conference on Information and Systems' 92 [C]. Dalian, 1992. 851~854
- [55] 王清印, 赵秀恒. C 型关联分析[J]. 华中理工大学学报, 1999, (5): 75~76
- [56] 徐金红, 王清印. 广义关联度表达式及同异反层次分析法[J]. 河北经贸大学学报, 1999, (4): 104~108
- [57] 王清印, 王峰松. 同异反动态关联分析法[J]. 运筹与管理, 1999, (4): 1~7

- [58] 王清印,何海燕. 系统功能的同异反综合判别法[J]. 运筹与管理, 2000, (3):14~20
- [59] 王清印. 灰色综合评判及其在教育评估中的应用[J]. 高教论坛, 1989, (3):1~9
- [60] 左其亭,王清印. 高校学生质量综合评估的 Fuzzy 数学方法[J]. 高教论坛, 1989, (3):10~20
- [61] 王清印. 灰色聚类分析及其在管理科学中的应用[A]. 全国现代化管理学术研讨会论文集[C]. 沈阳:辽宁出版社, 1990. 214~216
- [62] 王清印. 关于邯郸市工业发展态势分析[J]. 系统工程理论与实践. 1987, (2):43~46
- [63] 王清印. 邯郸市机械工业灰色动态预测和比重分析[A]. 灰色系统论文集[C]. 武汉:华中科技大学, 1989. 188~191
- [64] 王清印, 陈金鹏, 李绪俭, 路文华, 王义闹, 姚杰尹. 河北煤炭系统经济态势分析与人才需求预测报告[A]. 河北人才预测工程[M], 石家庄:河北人民出版社, 1989, 366~382
- [65] 王清印,王义闹. 河北煤炭系统经济态势分析与人才需求预测[J]. 河北建筑科技学院学报, 1989. (4):19~26
- [66] 王清印. 灰色分布参数模型与地下水模拟[J]. 河北建筑科技学院学报, 1992, (3):64~70
- [67] 王峰丽,王清印. 点模糊数的代数运算性质——点模糊数在预测、决策中的应用之一[A]. 模糊分析设计的理论与应用[M]. 北京:中国建筑出版社, 1993. 243~248
- [68] 王清印,李树文. 地下水源的模糊分布参数模型——点模糊数在预测、决策中的应用之二[A]. 模糊分析设计的理论与应用[M]. 北京:中国建筑出版社, 1993. 248~253
- [69] 王清印. 经济工作要注意对各种不确定性信息的综合分析[J]. 经济工作导刊, 1997, (6):23~24

Comprehensive Discussion on the Extension of Generalized Uncertainty Systems Theory

Wang Qingyin, Lü Ruihua

(Institute for Uncertainty System Studies of Hebei University of Economics and Trade, Shijiazhuang 050091, China)

[Abstract] Based on comprehensive discussion on the connotation of generalized uncertainty systems theory, this paper discusses the extension of generalized uncertainty systems theory as well as the basic frame and principle of correlation theory. It is a base to study generalized uncertainty systems theory.

[Key words] generalized uncertainty information; uncertainty mathematics; generalized uncertainty systems theory