

Research
Smart Grid and Energy Internet—Feature Article

与运行状态无关的电力系统安全域的理论和方法概述

余贻鑫*, 刘艳丽, 秦超, 杨添凯

Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 29 July 2019

Revised 19 October 2019

Accepted 26 November 2019

Available online 26 June 2020

关键词

安全域
构成
潮流安全
静态电压稳定
小扰动稳定
暂态稳定
动力学性质
几何学与拓扑学特征
超平面

摘要

在电力系统的一系列最优化问题中, 如何综合地考虑潮流约束和各种稳定性约束, 而又不影响计算速度, 始终还是个难题。至于概率安全性评估的计算负担就更加难以想象。为了解决此类问题, 本文提出了安全域(SR)的方法论, 该方法论是在经典的逐点法基础上发展起来的全新方法论。天津大学自20世纪80年代开始并长期坚持安全域的研究, 至今取得了如本文所述的一系列原创成果。本文所介绍的安全域主要是定义在功率注入空间上的, 包括确保静态安全、暂态稳定、静态电压稳定和小扰动稳定的安全域。对于既定的网络拓扑(以及暂态事故的发生地点和清除过程)和系统元件参数, 它们是唯一确定的, 并且与运行状态无关。本文通过11个命题和相应的注释, 简明而系统地介绍了这些电力系统安全域的基本概念、构成、动力学性质、拓扑学与几何学特征、实用边界的实用数学描述及其快速计算方法, 以期成为体系地认知安全域方法学、开展后续研究与应用提供支持。在拓扑学与几何学特征方面, 最重要的发现是, 在功率注入空间上, 在工程实际所关心的范围内, 安全域的边界可用一个或少数几个超平面的并集表示。基于该特征, 电力系统安全约束优化问题和概率安全性评估(风险分析)的计算时间可以按数量级减少。

© 2020 THE AUTHORS. Published by Elsevier LTD on behalf of Chinese Academy of Engineering and Higher Education Press Limited Company This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. 引言

长期以来, 输、配电网安全性和稳定性的分析方法[1,2]一般都是按指定场景(运行方式, 即运行点)在一种或多种故障方式下, 由仿真计算得出系统安全或不安全、稳定或不稳定的结论, 该方法被称为逐点法。这种方法在电网的分析中仍然发挥重要作用, 但难以对电网的运行状态给出整体评价。例如, 运行点离稳定边界有多远以及稳定储备有多大等, 都不能通过该方法进行直接快速的度量。在电力系统的一系列最优化问题中, 如何综合地考虑潮流约束和各种稳定性约束, 而又不影响

决策速度, 始终是个难题。至于概率安全性评估的计算负担就更加难以想象。

Wu等[3]引入了概率安全性评估的构想, 以及注入空间上静态安全域(SSSR)和动态安全域(DSR)的概念[4–6]。安全域(security region, SR)方法是在逐点法基础上发展起来的一种新方法, 它从域的角度考虑问题, 描述的是整体上可安全稳定运行的区域(如图1 [7]绿色区域)。系统运行点与安全域边界的相对关系可提供安全裕度和最优控制信息, 能使电力系统的在线实时安全监视、评估与控制更科学和更有效。本文所介绍的安全域主要是定义在功率注入空间(或决策空间)上的,

* Corresponding author.

E-mail address: yixinyu@tju.edu.cn (Y.Yu).

对于既定的网络拓扑和系统元件参数（以及定义DSR的预想事故地点与事故清除过程），是唯一确定的，不随运行状态的变化而变化。因此，仅需计算一次安全域边界（超平面系数等）并将其存于数据库，供以后分析和计算选用即可，从而不增加在线使用的计算负担。正是基于这一优越性，本文只研究不随运行状态变化而变化的安全域，未涉及基于实时量测所得到的运行状态来确定安全域边界的方法。

电力系统安全稳定问题的数学描述[3]不仅包括机电动态，而且具有特高维和非线性的性质，致使难以把握安全域的拓扑学和几何学性质。

经过以前广泛深入的研究，对于在状态空间上定义的潮流稳定区域（具有鞍节分叉边界的区域）[8]和用微分代数方程表示的系统的小扰动稳定区域[9]的许多特性已有较清晰的认识。例如，稳定区域不一定是连通的；在感兴趣的限定区域（紧集）内，稳定区域的不连通部分的数量是有限的；存在一些充分条件，保证在正常条件下电力系统的潮流解是唯一的，并且处在稳定域内。这里所谓的状态空间是由节点电压幅值和节点电压之间的相对角度组成的。为了便于工程应用，安全域最好是定义在功率注入空间或决策空间上；对于既定的网络拓扑（以及暂态事故的发生地点和清除过程）和系统元件参数，每一个安全域都是连通的和唯一确定的，并且与运行状态无关；安全域里面没有空洞；安全域边界是逐片光滑的。

关于几何学性质，早期具有代表性的研究见文献[6,8-10]。这些研究提出了使用静态安全域的内截超长方体来近似描述静态安全域，这样的域使用起来非常方便，但保守性较大，往往不能把一些感兴趣的安全运行点包含在内。故需要开发精度更高、更便于电力系统安全分析、评估与控制使用的安全域表达式。

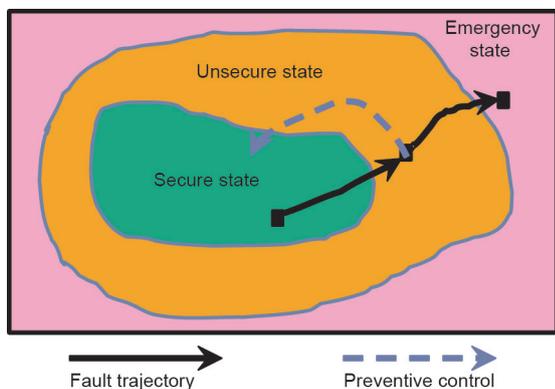


图1. 安全域示意图[7]。

与此同时，关于安全域应用方法学方面至今也缺乏系统性的研究，特别是在概率安全评估（风险分析）和具有安全约束的电力系统优化等领域。

天津大学自20世纪80年代[7,11-14]开始并长期坚持了安全域方法学的研究，取得了系统性的研究成果，其中包括：安全域的动力学、拓扑学与几何学性质；安全域边界的超平面近似描述与快速计算方法；安全域在实际电力大系统中令人鼓舞的应用。这些研究取得了中国国家自然科学基金、高等学校博士学科点专项科研基金和美国电力科学研究院（EPRI）项目的支持，且部分成果已被文献[15]大量引用。本文拟对这些成果进行较为简明而系统的介绍，并提供这些成果的原始出处。

本文后续章节安排如下：第2节首先以电网稳态运行为例，通过与逐点法的对比解释了什么是安全域方法，进而定义了安全域的数学描述空间。本文主要采用注入空间[3]（有时也用决策空间），其中的每一个点（每个向量）都是在一定假设条件下由系统中的全部独立变量组成的。定义安全域的数学描述空间是确保所研究的安全域是唯一的和连通的重要条件之一。同时，本节也讨论了调度员通常关心的所谓临界割集空间（尽管在此情况下安全域已不再是唯一确定的）。

第3节介绍了综合安全域（IGSR）的组成及其动态性质。首先，给出了两个基本假设（假设1和假设2），它们将被用于下文的研究中，同时基于这两个假设得出两个事实（命题1和命题2）。它们是确保本文所述的各种安全域是唯一和连通的基础。在此基础上定义了本文所研究的电力系统的综合安全域，它是保证潮流安全的SSSR、保证暂态稳定的DSR、保证静态电压稳定的安全域（SVSR）和保证小扰动稳定的安全域（SDSR）的交集。这些安全域被一一地定义，并简要介绍了一些与安全域研究有关的动力学理论。命题3是根据文献[16-18]得出的，而命题4至命题7是满足安全域研究需求的新发现。它们一起为后续的安全域的拓扑学和几何学特征研究奠定了理论基础。

第4节是本文的核心，给出了4个重要命题（命题8至命题11），用以描述实际的电力系统中与SSSR、DSR、SVSR和SDSR相关的安全域的拓扑学性质（如安全域是唯一和连通的，不随运行状态的变化而变化，其内部无空洞，以及其边界由有限个光滑的子表面组成）和几何学性质（如安全域或其边界的组成，以及在功率注入空间上和工程实际所关心的范围内，安全域的边界面可由一个或少数几个超平面近似描述等），它们是基

于本课题组多年的研究成果归纳出来的。文中通过备注的形式对这4个命题的具体细节和文献出处一一做了介绍,其中也涉及了安全域实用边界面的快速计算方法。

第5节系统性地建立了基于安全域超平面边界的电力系统优化问题和电力系统概率安全性分析的新方法。该方法由于可使得全部安全约束均表示为目标函数中决策变量(即节点功率注入)的线性组合不等式,致使:
①一大类电力系统安全约束下最优化问题求解难的问题变得极其简易;②可从数学上把概率安全性评估中 n 维变量的概率密度函数的 n 重积分问题转化为一维概率分布函数的阈值比较问题。从而可使这两大类问题的在线计算速度按数量级提升。为了给读者提供关于安全域本身的计算负担和应用中所能节省的计算负担的概念,本节给出了应用示例。同时本节也证实,基于超平面边界的安全域易于实现可视化和快速确定安全裕度,是态势感知的有力工具。第6节为结论。

2. 什么是安全域方法?

我们以电网稳态运行为例来解释什么是安全域方法。为此,首先介绍一下逐点法[7]。

2.1. 逐点法

设网络由 $n+1$ 个节点和 n_b 条支路组成,其中,编号 $0\sim n_g$ 为发电机节点,且节点0为参考节点,编号 n_g+1 到 n 为负荷节点。用 $G \triangleq \{0, 1, 2, \dots, n_g\}$ 表示发电机节点的集合,用 $L \triangleq \{n_g+1, \dots, n\}$ 表示负荷节点的集合,用 $N \triangleq \{0, 1, 2, \dots, n\}$ 表示全部节点的集合,用 $B \triangleq \{1, 2, \dots, n_b\}$ 表示全部支路的集合,用黑斜体表示向量。因此,电力系统的潮流方程如下:

$$P_i - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0, \quad \forall i \in N \quad (1a)$$

$$Q_i - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0, \quad \forall i \in N \quad (1b)$$

式中, P_i 和 Q_i 分别为节点 i 的有功功率注入与无功功率注入; V_i 和 V_j 分别为节点 i 和 j 的电压幅值; θ_i 和 θ_j 分别为节点 i 和 j 的电压相角; $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ 为支路 ij 的支路角; G_{ij} 和 B_{ij} 分别为节点导纳矩阵的第 i 行、第 j 列元素的实部和虚部。系统中有 $n+1$ 个节点,每个节点有 P_i 、 Q_i 、 V_i 和 θ_i 4个变量,因此,潮流方程共涉及 $4n+4$ 个变量;但根据式(1a)和式(1b),只可列写 $2n+2$ 个等式方程。为了使得潮流方程可解,通常对每个

节点 i 指定两个变量,计算另两个变量。例如,对于负荷节点 i ,通常指定其 P_i 和 Q_i ,计算 V_i 和 θ_i 。鉴于潮流方程中只出现支路角 θ_{ij} ,所以,式(1a)和式(1b)中独立变量只有 $2n+1$,即系统中有一个节点的角度是可以任意指定的,且仅当指定一个节点的角度(如把参考节点的角度指定为 $\theta_0=0$)之后,其他节点的角度才可确定。

在输电系统中,鉴于支路导纳 $G_{ij} \approx 0$,并且支路角 θ_{ij} 很小,使得 $\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}$ 、 $\cos \theta_{ij} \approx 1$,式(1a)和式(1b)可以简化为解耦潮流方程,如下所示。

$$P_i/V_i - \sum_{j \in i} V_j B_{ij} \theta_{ij} = 0, \quad \forall i \in N \quad (2a)$$

$$Q_i/V_i + \sum_{j \in i} V_j B_{ij} = 0, \quad \forall i \in N \quad (2b)$$

在正常运行条件下,由于节点电压的标幺值 $V_i \approx 1$ ($\forall i \in N$),式(2a)可变成如下的直流潮流方程。

$$P_i - \sum_{j \in i} B_{ij} \theta_{ij} = 0, \quad \forall i \in N \quad (2c)$$

式(2c)清晰地显示了节点有功功率注入 P_i 和支路角 θ_{ij} ($\forall i, j \in N$)之间的线性关系。式(1a)和式(1b),以及式(2a)和式(2b)均可表示为形如

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0 \quad (2d)$$

的等式约束。

此外,还有关于潮流的一些运行约束,如各节点的电压幅值、各支路的电流、发电机和负荷的有功功率和无功功率以及各支路的支路角,都要处在一定的范围之内。如式(3a)~(3c)所示。

$$\left. \begin{aligned} V_i^m &\leq V_i \leq V_i^M, & \forall i \in N \\ -I_i^M &\leq I_i \leq I_i^M, & \forall i \in B \end{aligned} \right\} \quad (3a)$$

$$\left. \begin{aligned} P_i^m &\leq P_i \leq P_i^M, & \forall i \in G \\ Q_i^m &\leq Q_i \leq Q_i^M, & \forall i \in G \end{aligned} \right\} \quad (3b)$$

$$-\theta_{ij}^M \leq \theta_{ij} \leq \theta_{ij}^M, \quad \forall i, j \in N \quad (3c)$$

或更一般地写为

$$\mathbf{x}^m \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^M \text{ 或 } \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (3d)$$

式中, P_i^m 和 P_i^M 分别为发电机 i 的有功功率的下限与上限或负

荷节点*i*的有功功率注入的下限与上限; Q_i^m 和 Q_i^M 分别为发电机*i*的无功出力的下限与上限或负荷节点*i*的有功功率注入的下限与上限; V_i^m 和 V_i^M 分别为节点*i*的电压幅值的下限与上限; I_i^M 为支路*i*允许传输的最大电流; θ_{ij}^M 为支路角 θ_{ij} 的上限; \mathbf{x}^m 和 \mathbf{x}^M 分别为 \mathbf{x} 的下限和上限。

约束潮流问题是寻求满足等式约束 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ 和不等式约束 $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ 的解。图2 (a) 和图2 (b) [7]分别为 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T$ 的简单二维情况下有解和无解的示意图。图中曲线为 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(x_1, x_2) = \mathbf{0}$ 的解, 矩形为 $x_1^m \leq x_1 \leq x_1^M$ 和 $x_2^m \leq x_2 \leq x_2^M$ 所构成的约束范围, 对应于 $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ 。

处理这类问题时, 我们使用传统的变量分离法, 具体包括以下4个步骤:

- (1) 把状态变量分为 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_\alpha^T, \mathbf{x}_\beta^T)^T$;
- (2) 指定满足 $\mathbf{x}_\beta^m \leq \mathbf{x}_\beta \leq \mathbf{x}_\beta^M$ 的 \mathbf{x}_β ;
- (3) 解 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, 求 \mathbf{x}_α ;
- (4) 校核 \mathbf{x}_α 是否满足 $\mathbf{x}_\alpha^m \leq \mathbf{x}_\alpha \leq \mathbf{x}_\alpha^M$ 。如果满足, 则 \mathbf{x}_α 为约束潮流的可行解, 或称 \mathbf{x}_β 是静态安全的。

具体地说, 潮流安全校验包括如下4个步骤:

- (1) 把变量分为 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_\alpha^T, \mathbf{x}_\beta^T)^T = (\mathbf{x}_{\alpha_1}^T, \mathbf{x}_{\alpha_2}^T, \mathbf{x}_{\alpha_3}^T, \mathbf{x}_\beta^T)^T$, 其中

$$\mathbf{x}_\beta \triangleq (\theta_0, V_0, P_1, \dots, P_n, Q_{n_g+1}, \dots, Q_n, V_1, \dots, V_{n_g})^T \in \mathbf{R}^{2n+2} \quad (4a)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha_1} \triangleq (\theta_1, \dots, \theta_n, V_{n_g+1}, \dots, V_n)^T \in \mathbf{R}^{2n-n_g} \quad (4b)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha_2} \triangleq (P_0, Q_0, Q_1, \dots, Q_{n_g})^T \in \mathbf{R}^{n_g+2} \quad (4c)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha_3} \triangleq (|I_1|, \dots, |I_{n_b}|)^T \in \mathbf{R}^{n_b} \quad (4d)$$

式中, \mathbf{R} 是实数域; \mathbf{x}_β 是潮流方程的指定变量; \mathbf{x}_{α_1} 是潮流方程的解; \mathbf{x}_{α_2} 是可由 \mathbf{x}_β 和 \mathbf{x}_{α_1} 按潮流方程直接计算得到的变量; \mathbf{x}_{α_3} 是可由 \mathbf{x}_β 和 \mathbf{x}_{α_1} 计算得到的变量, 但不是潮流方程中出现的变量, 它可以按下式计算:

$$|I_k| = |\Delta V_k y_k| \quad \forall k \in B \quad (5)$$

式中, I_k , ΔV_k 和 y_k 分别为支路*k*的电流、电压降和支路导纳。

(2) 指定满足 $\mathbf{x}_\beta^m \leq \mathbf{x}_\beta \leq \mathbf{x}_\beta^M$ 的 \mathbf{x}_β ;

(3) 联立解如下的潮流方程:

$$P_i = V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (6a)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}), \quad \forall i \in \{n_g + 1, \dots, n\} \quad (6b)$$

求得 \mathbf{x}_{α_1} 。然后再用式(6a)计算 P_0 , 用式(6b)计算 Q_0, \dots, Q_{n_g} , 从而得到 \mathbf{x}_{α_2} , 进而用式(5)计算 \mathbf{x}_{α_3} 。

(4) 校验 \mathbf{x}_{α_1} 、 \mathbf{x}_{α_2} 和 \mathbf{x}_{α_3} 是否满足下列三个约束。

$$\mathbf{x}_{\alpha_1}^m \leq \mathbf{x}_{\alpha_1} \leq \mathbf{x}_{\alpha_1}^M \quad (7a)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha_2}^m \leq \mathbf{x}_{\alpha_2} \leq \mathbf{x}_{\alpha_2}^M \quad (7b)$$

$$\mathbf{x}_{\alpha_3}^m \leq \mathbf{x}_{\alpha_3} \leq \mathbf{x}_{\alpha_3}^M \quad (7c)$$

如果式(7a)~(7c)均能满足, 则称指定的 \mathbf{x}_β (如图3 [7]中的点a)是静态安全的; 反之如果式(7a)~(7c)中有任一约束得不到满足, 则称指定的 \mathbf{x}_β (如图3 [7]中的点b)是不安全的。既然指定的 \mathbf{x}_β 只是其所在空间上的一个点, 所以这种安全检验方法被称为逐点法, 该方

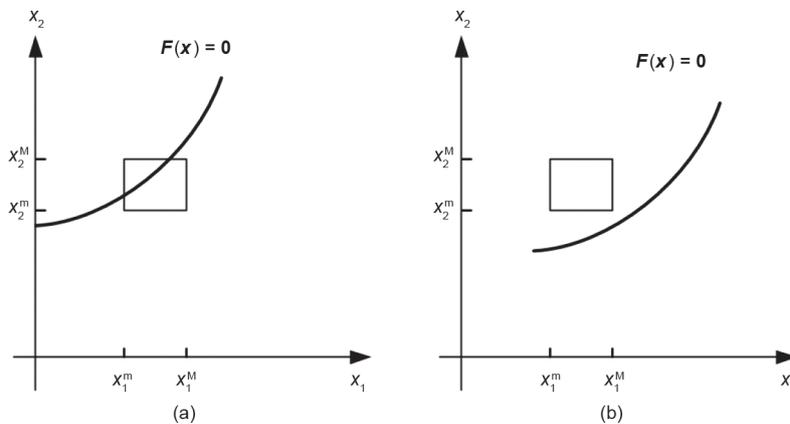


图2. 约束潮流问题示意图。(a) 有满足安全约束的解; (b) 无满足安全约束的解。

法是目前电力系统静态安全分析中广泛使用的方法。

2.2. 安全域的概念

安全域[7]所描述的是 \mathbf{x}_β 所处空间内系统可安全运行的整体区域,如图3 [7]中的整个阴影部分,该部分中任何一点(如点 a)对应的 \mathbf{x}_β 用逐点法检验都是安全的,该部分外任何一点(如点 b)对应的 \mathbf{x}_β 用逐点法检验都是不安全的。

2.3. 安全域的定义空间

在上述潮流计算中,式(4a)所定义的 \mathbf{x}_β 空间称为决策空间。由于决策空间与潮流计算的指定变量空间一致,所以其常被用于电力系统态势感知和调度员直观决策。但在安全域的研究中也常常采用功率注入空间,该空间是如下向量所在的空间:

$$\mathbf{x}_\beta \triangleq (\mathbf{P}^T, \mathbf{Q}^T)^T \triangleq (P_0, P_1, \dots, P_n, Q_0, Q_1, \dots, Q_n)^T \in \mathbf{R}^{2n+2} \quad (8a)$$

式中, \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} 分别为有功注入功率向量和无功注入功率向量。

也有文献采用电流注入空间来定义安全域,它是如下向量所在的空间:

$$\mathbf{x}_\beta \triangleq (\mathbf{I}_P^T, \mathbf{I}_Q^T)^T \triangleq (I_{P_0}, I_{P_1}, \dots, I_{P_n}, I_{Q_0}, I_{Q_1}, \dots, I_{Q_n})^T \in \mathbf{R}^{2n+2} \quad (8b)$$

式中, \mathbf{I}_P 和 \mathbf{I}_Q 分别是节点的有功注入电流和无功注入电流; I_{P_i} 和 I_{Q_i} 分别是节点 i 的有功和无功注入电流,对应于 $V_i \approx 1$ ($\forall i \in N$)的场景。在电力系统运行优化中,在式(8a)所示的功率注入空间中所定义的安全域表达式,常比在式(4a)所示的决策空间中所定义的安全域表达式方便。而式(8b)则只用于定性研究。

下边结合工程实际应用的需求,对式(4a)和式(8a)

所定义的空间做如下说明。

(1) 当按照潮流计算的惯例,把参考节点的复电压(V_0, θ_0)指定为常值时,功率注入空间和决策空间可分别用如下两个向量表示:

$$\mathbf{x}_\beta \triangleq (\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{Q}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \triangleq (P_1, \dots, P_n, Q_1, \dots, Q_n)^T \in \mathbf{R}^{2n} \quad (8c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_\beta &\triangleq (\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{V}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \\ &\triangleq (P_1, \dots, P_n, V_1, \dots, V_{n_g}, Q_{n_g+1}, \dots, Q_n)^T \in \mathbf{R}^{2n} \end{aligned} \quad (8d)$$

式中, \mathbf{P}_G 为发电机节点有功注入功率向量; \mathbf{Q}_G 为发电机节点无功注入功率向量; \mathbf{P}_L 为负荷节点有功注入功率向量; \mathbf{Q}_L 为负荷节点无功注入功率向量; \mathbf{V}_G 为发电机节点电压幅值向量。

在下文中,我们主要采用式(8c)和(8d)所示的向量空间定义安全域。此时需切记它们已经指定了(V_0, θ_0)。

(2) 如果指定更多的变量为常量,那么安全域的维数可以降低,从而有利于计算、分析或可视化,但一定要注意,该安全域是在指定条件下的安全域。例如,对于高压交流电网,可以假设电网中无功功率就地平衡,有功功率的改变对电压水平影响很小,从而可以只研究有功功率注入空间上的安全域。由于网损很小,即 $\sum_{i=0}^n P_i \approx 0$,所以网络中只有 n 个有功功率注入是独立变量,此时

$$\mathbf{x}_\beta \triangleq (P_1, \dots, P_n)^T \in \mathbf{R}^n \quad (8e)$$

在与大型输电网络暂态功角稳定性相关的安全域的研究中,常会用到式(8e)。

需要强调的是,对于既定的注入功率向量,仅当设

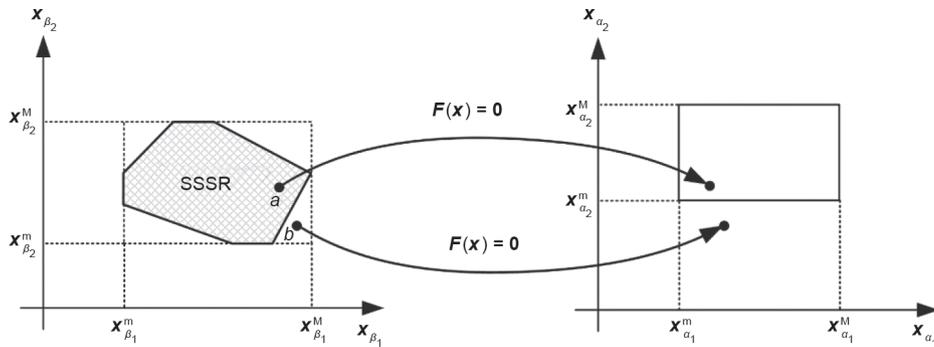


图3. 静态安全域示意图[7]。

定了参考节点的复电压（如 $V_0 = 1, \theta_0 = 0$ ）后潮流解才是唯一确定的。

(3) 针对高压交流电力系统的物理特点，以及潮流方程依据节点有功功率注入与相角间的关系和节点无功功率注入与电压幅值间的关系解耦的特点，将式(8c)分为有功功率注入空间和无功功率注入空间。因此，可在指定有功功率注入或相角条件下研究无功功率注入空间上的静态安全域，在指定无功功率注入或电压幅值的条件下研究有功功率注入空间上的静态安全域。这样不仅可使安全域空间维数降低，还可得出一些十分清晰的物理概念。

请注意，前述所有 \mathbf{x} 都是在一定假设条件下由系统中全部独立的变量所组成的向量，这是它们所处空间可作为安全域定义空间的基础。本文将把式(8a)、(8c)和(8e)及进一步降维的向量所处的空间统称为功率注入空间，而将式(8d)所对应的空间统称为决策空间。

此外，由于电力系统调度员也常常关心系统某些关键断面（割集）上的功率传输极限，因此本文在采用决策空间和功率注入空间的同时，视需要也采用了临界割集空间。所谓割集是指把连通图分割为两个子图的最小支路集。在后续研究中有如下两种典型的临界割集：①暂态功角稳定研究中的临界割集，它是事故前系统的临界割集，由事故后网络的临界割集（即系统功角解列的割集）和因保护动作而切除的支路两部分组成（前提是这两部分可组成割集）；②描述SVSR的临界割集，它是系统中一个完整的割集并将系统分为互不连通的两部分，即电压稳定弱节点集与电压稳定非弱节点集，如图4[7]所示。在暂态稳定研究中，区域1表示非临界节点集，区域2表示临界节点集。在静态电压稳定研究中，区域1表示系统的非弱节点集，区域2表示系统的弱节点集。需要注意，在一个大型电力系统中可能存在多个临界割集。

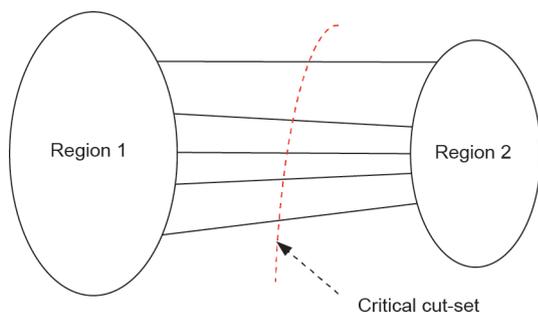


图4. 临界割集示意图[7]。

由于功率注入空间上和决策空间上的安全域的各个变量是可控的，所以这样的安全域会为电力系统优化、概率安全分析与风险评估带来极大的方便（如下文所述）。然而，从电力系统监视和调度的角度看，电力系统调度部门，尤其是互联系统的调度部门，更倾向于监视系统中若干断面（割集）上的传输功率，因为其维数很低，一目了然。

3. 安全域的构成和动力学性质

下文将采用如下假设：

假设1. 设定参考节点的电压，即 $V_0 \approx 1, \theta_0 \approx 0$ 。

假设2. 在研究前述 \mathbf{x}_β 所处的空间上的安全域时，仅考虑在从正常初始运行点 \mathbf{x}_β^0 以准稳态的形式缓慢增长（向外连续扩展）过程中首次遇到的安全域边界所包围的范围。

命题1. 在假设1下，系统的稳态运行状态 $(\mathbf{x}_{a_1}, \mathbf{x}_{a_2})$ 与 \mathbf{x}_β 一一对应。

命题2. 在假设2下，在 \mathbf{x}_β 所定义的空间中，对于既定的网络拓扑和系统元件参数，安全域的边界是唯一确定的。

如图5[18]所示，电力系统的综合安全域（用符号 Ω 表示）是SSSR（用符号 Ω_{SS} 表示）、SVSR（用符号 Ω_{SV} 表示）、SDSR（用符号 Ω_{SD} 表示）和DSR（用符号 Ω_d 表示）的交集，即

$$\Omega \triangleq \Omega_{SS} \cap \Omega_{SV} \cap \Omega_{SD} \cap \Omega_d \quad (9)$$

命题3. 当且仅当系统的运行点 \mathbf{x}_β 处于 Ω 内时，系统是安全的[17,18]。

3.1. 保证潮流安全的静态安全域（ Ω_{SS} ）

对于既定的网络拓扑和系统元件参数， Ω_{SS} 是功率注

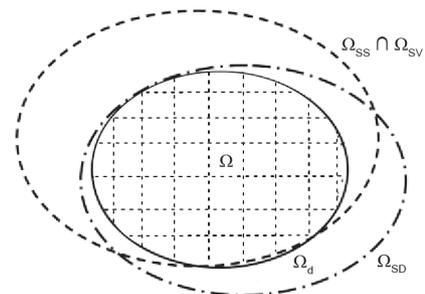


图5. 综合安全域（虚线方格区）示意图[18]。

入空间或决策空间上可满足潮流方程 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ 和约束条件 $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ 的全部 \mathbf{x}_β 的集合, 其形式如下:

$$\Omega_{SS} \triangleq \mathbf{x}_\beta \in \mathbf{R}^{2n} \mid \forall \mathbf{x} = (\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_\beta) \text{ satisfy } \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \text{ and } \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (9a)$$

或

$$\Omega_{SS} \triangleq \{(\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{Q}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n} \mid \mathbf{V} \in \mathfrak{R}_V, (\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T)^T \in \mathfrak{R}_P, (\mathbf{Q}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathfrak{R}_Q, \mathbf{I}_l \in \mathfrak{R}_l, \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (9b)$$

亦或

$$\Omega_{SS} \triangleq \{(\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{V}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n} \mid \mathbf{V} \in \mathfrak{R}_V, (\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T)^T \in \mathfrak{R}_P, (\mathbf{Q}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathfrak{R}_Q, \mathbf{I}_l \in \mathfrak{R}_l, \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (9c)$$

式中, \mathbf{x}_β 在指定参考节点电压的情况下, 由式(8a)~(8d) 定义, 其他安全域定义如下:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_V &\triangleq \{\mathbf{V} \in \mathbf{R}^n \mid V_i^m \leq V_i \leq V_i^M, \forall i \in N\} \\ \mathfrak{R}_l &\triangleq \{\mathbf{I}_l \in \mathbf{R}^{nb} \mid |I_{l,i}| \leq |I_{l,i}^M|, \forall i \in B\} \\ \mathfrak{R}_P &\triangleq \{\mathbf{P} \in \mathbf{R}^n \mid P_i^m \leq P_i \leq P_i^M, \forall i \in N\} \\ \mathfrak{R}_Q &\triangleq \{\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^n \mid Q_i^m \leq Q_i \leq Q_i^M, \forall i \in N\} \end{aligned} \quad (9d)$$

显然, 式(9b) 和(9c) 可以被进一步分解成

$$\Omega_{SS} \triangleq \Omega_T \cap \Omega_V \cap \{\mathbf{P} \in \mathfrak{R}_P\} \cap \{\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}_Q\} \quad (9e)$$

式中, 节点有功功率和无功功率注入的上下限的约束条件[如式(9e) 中的 \mathfrak{R}_P 和 \mathfrak{R}_Q], 是给定的超长方体, 无需进一步研究;

$$\Omega_T \triangleq \{(\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{Q}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n} \mid \mathbf{I}_l \in \mathfrak{R}_l, \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (9f)$$

是指当 $\mathbf{V} \in \mathfrak{R}_V$ 时由式(9b) 所定义的功率注入空间上的热稳定安全域;

$$\Omega_V \triangleq \{(\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{Q}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n} \mid \mathbf{V} \in \mathfrak{R}_V, \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (9g)$$

是指当 $\mathbf{I}_l \in \mathfrak{R}_l$ 时由式(9b) 所定义的功率注入空间上的静态电压安全域;

$$\Omega_T \triangleq \{(\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{V}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n} \mid \mathbf{I}_l \in \mathfrak{R}_l, \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (9h)$$

是指当 $\mathbf{V} \in \mathfrak{R}_V$ 时由式(9c) 所定义的决策空间上的热稳定安

全域;

$$\Omega_V \triangleq \{(\mathbf{P}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{V}_G^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n} \mid \mathbf{V} \in \mathfrak{R}_V, \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\} \quad (9i)$$

是指当 $\mathbf{I}_l \in \mathfrak{R}_l$ 时由式(9c) 所定义的决策空间上的静态电压安全域。

3.2. 保证小扰动稳定的安全域 (Ω_{SD})

对于既定的网络拓扑和系统元件参数, SDSR是定义在功率注入空间上的确保电力系统小扰动稳定性的全部点集。

电力系统模型通常可用如下的微分-代数方程(differential-algebra equation, DAE) 表示[7,19-21]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_a, \mathbf{x}_\beta) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_a, \mathbf{x}_\beta) \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{x}_s \in \mathbf{R}^m$ 为系统的状态变量; $\mathbf{x}_a \in \mathbf{R}^l$ 为系统的代数变量; $\mathbf{x}_\beta = (\mathbf{P}_G^T, \mathbf{Q}_G^T, \mathbf{P}_L^T, \mathbf{Q}_L^T)^T \in \mathbf{R}^{2n}$ 为系统的控制变量[如式(8c)]。对于一个给定的 \mathbf{x}_β , 系统平衡点集合 EPs(\mathbf{x}_β) 可定义为

$$\text{EPs}(\mathbf{x}_\beta) = \{(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_a) \mid \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_a, \mathbf{x}_\beta) = \mathbf{0} \text{ and } \mathbf{g}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_a, \mathbf{x}_\beta) = \mathbf{0}, \text{ for a given } \mathbf{x}_\beta\} \quad (10a)$$

小扰动稳定是针对电力系统的 EPs 来定义的。假设 $(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0}) \in \text{EPs}$, 将式(10) 在 $(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})$ 附近线性化, 具体如下式所示。

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{f}_{\mathbf{x}_s} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})} \Delta \mathbf{x}_s + \mathbf{f}_{\mathbf{x}_a} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})} \Delta \mathbf{x}_a \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}_{\mathbf{x}_s} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})} \Delta \mathbf{x}_s + \mathbf{g}_{\mathbf{x}_a} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})} \Delta \mathbf{x}_a \end{cases} \quad (10b)$$

式中, $\mathbf{f}_{\mathbf{x}_s}$ 、 $\mathbf{f}_{\mathbf{x}_a}$ 、 $\mathbf{g}_{\mathbf{x}_s}$ 和 $\mathbf{g}_{\mathbf{x}_a}$ 分别表示 $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}_s$ 、 $\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x}_a$ 、 $\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{x}_s$ 和 $\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{x}_a$ 。定义 $\mathbf{A}(\mathbf{x}_\beta) \triangleq \mathbf{f}_{\mathbf{x}_s} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})}$ 、 $\mathbf{B}(\mathbf{x}_\beta) \triangleq \mathbf{f}_{\mathbf{x}_a} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})}$ 、 $\mathbf{C}(\mathbf{x}_\beta) \triangleq \mathbf{g}_{\mathbf{x}_s} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})}$ 和 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta) \triangleq \mathbf{g}_{\mathbf{x}_a} \big|_{(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{a_0})}$, 则式(10b) 可表示为

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}(\mathbf{x}_\beta) \Delta \mathbf{x}_s + \mathbf{B}(\mathbf{x}_\beta) \Delta \mathbf{x}_a \\ \mathbf{0} = \mathbf{C}(\mathbf{x}_\beta) \Delta \mathbf{x}_s + \mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta) \Delta \mathbf{x}_a \end{cases} \quad (10c)$$

当矩阵 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 非奇异时, 消去式(10c) 中的 $\Delta \mathbf{x}_a$, 上式可简化为

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_s = \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta) \Delta \mathbf{x}_s, \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta) = \mathbf{A}(\mathbf{x}_\beta) - \mathbf{B}(\mathbf{x}_\beta) [\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)]^{-1} \mathbf{C}(\mathbf{x}_\beta) \quad (10d)$$

注1: 由式(10d) 和非线性系统理论可给出如下重要概念:

(1) 当矩阵 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 非奇异时, 当且仅当矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta)$ 的全部特征值都具有负实部, 式(10)所描述的系统在 $(\mathbf{x}_{s_0}, \mathbf{x}_{s_0})$ 处小扰动稳定; 当矩阵 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 非奇异和 $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta)$ 的特征值随 \mathbf{x}_β 连续变化时, 若 $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta)$ 的某一实特征值 λ 由负变正, 则称特征值 $\lambda = 0$ 对应的点 \mathbf{x}_β' 为式(10)所描述系统的鞍结分岔(saddle-node bifurcation, SNB)点, 之后式(10)所描述的系统将以单调方式失去小扰动稳定。

(2) 若 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 的一对共轭特征值 $\lambda = a \pm jb$ ($b \neq 0$)的实部 a 由负变正, 则称特征值 $\lambda = \pm jb$ 对应的点 \mathbf{x}_β' 为式(10)所描述的系统的Hopf分岔(HB)点, 在此点后, 式(10)所描述的系统将以振幅不断增大的持续振荡方式失去小扰动稳定。

(3) 矩阵 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 并非总是非奇异的, 在某些情况下它也会变成奇异, 此时就无法消去方程(10c)中的变量 $\Delta \mathbf{x}_a$, 从而无法得到式(10d)。此时使 $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 奇异的点 \mathbf{x}_β' 被称为式(10)所描述的系统奇异诱导分岔(singularity induced bifurcation, SIB)点。在此点处, $\mathbf{D}(\mathbf{x}_\beta)$ 有一个实特征值 μ 在奇异诱导分岔点处变号。在 μ 过零点时, $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta)$ 有一个特征值 λ 改变了符号, 并由一端的无穷大突变为另一端的无穷大(如 $+\infty \rightarrow -\infty$ 或 $-\infty \rightarrow +\infty$)。对

于矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta)$ 有一个特征值 λ 由 $-\infty \rightarrow +\infty$ 的情况, 系统失去小扰动稳定, 并表现为单调失稳。

因此, 在功率注入空间(即参数空间) \mathbf{R}^{2n} 上, 保证系统小扰动稳定的安全域定义如下:

$$\Omega_{SD} \triangleq \{\mathbf{x}_\beta \in \mathbf{R}^{2n} \mid \text{All eigenvalues of matrix } \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_\beta) \text{ have negative real parts}\} \quad (11)$$

关于 Ω_{SD} 边界(用 $\partial\Omega_{SD}$ 表示)的研究, 除鞍结分岔、Hopf分岔和奇异诱导分岔外, 还涉及混沌现象的研究[19-21]。对此有如下的命题4。

命题4. 混沌出现于SDSR的分岔临界面之外。

备注: 依据文献[21], 电力系统中的混沌现象是由单周期分岔进一步发展而成的, 混沌现象在电力系统中很可能作为较大或大扰动失稳过程中的一个中间阶段。图6给出了混沌诱发不稳定、崩溃的几种方式。如果(依假设2)SDSR的临界面是在功率注入空间上, 在从正常运行点向外扩展(即系统负荷逐渐增大)中首次遇到的边界, 则混沌现象仅在电力系统中SDSR的Hopf分岔的界面之外出现(即不会出现混沌先于Hopf分岔发生的

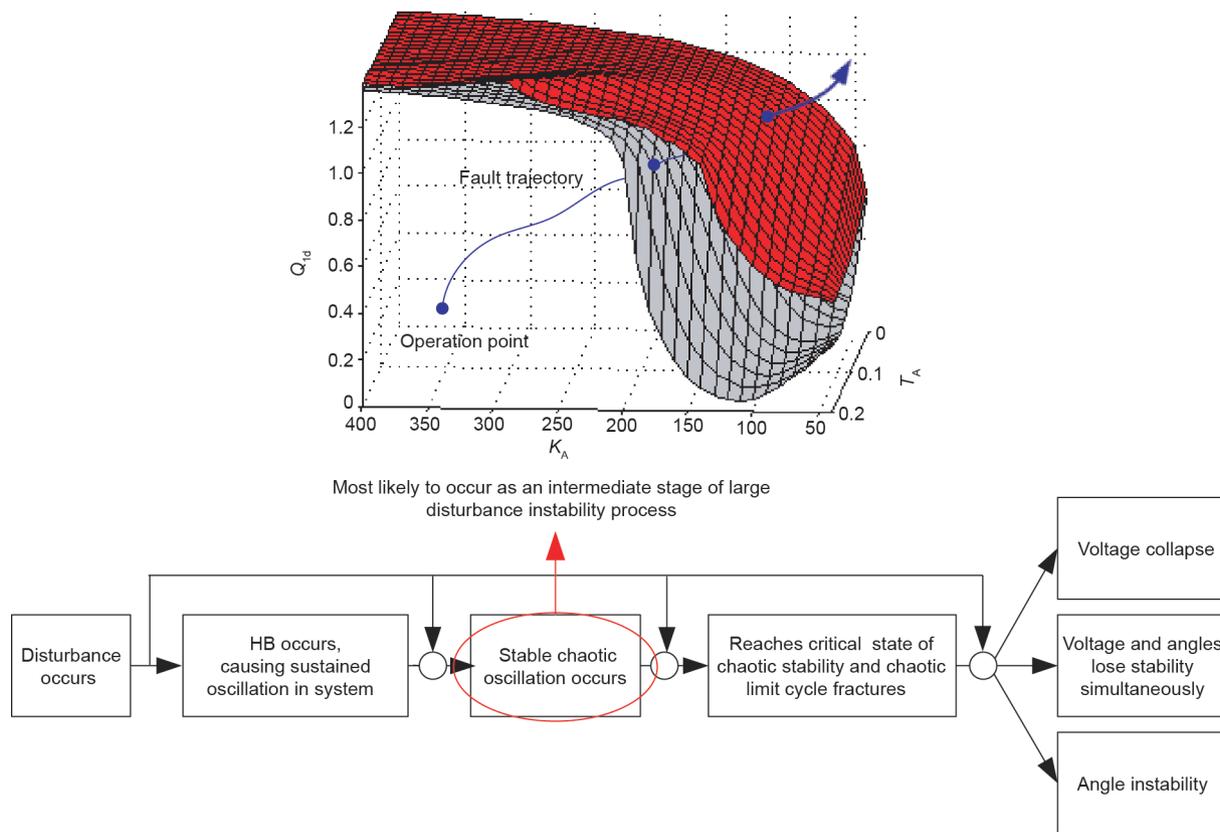


图6. 混沌诱发不稳定、崩溃的几种方式。

现象)。既然电力系统的安全运行是不容许Hopf分岔出现的,所以也就无需再研究混沌。如果在功率注入空间上,在从正常运行点向外扩展中首次遇到的临界面对应的是鞍结分岔或奇异诱导分岔所形成的非周期失稳,未出现Hopf分岔的单周期振荡,则混沌现象也就不会出现。所以在SDSR的研究中不必过多研究混沌,从而大大缩小 Ω_{SD} 的搜索空间。

在不考虑混沌之后,同时注意到式(11)并未假设 $D(x_\beta)$ 非奇异,因而可以得出系统 Ω_{SD} 的边界如下[23]所示:

$$\partial\Omega_{SD} = \frac{\overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{SNBs\}} \cup \overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{HBs\}}}{\cup \overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{SIBs\}}} \quad (12)$$

式中, $\overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{HBs\}}$ 是 $\partial\Omega_{SD} \cap \{HBs\}$ 的闭包,其中奇异诱导分岔仅在特殊负荷下才出现。

由鞍结分岔构成的安全域边界 $\overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{SNBs\}}$ 所涉及的鞍结分岔点,除前述的动态方程(10)所定义的鞍结分岔点外,还包括潮流雅克比矩阵的奇异点。在实际工程分析中,通常通过单参数变化的连续潮流法(CPF)寻找该奇异点,其习惯上被称为折叠(fold)分岔点,而相应的临界面被称为潮流可行域的边界。当前电力系统中特别关心的(单调失稳模式的)SVSR边界(见注2)就属于此类,我们将此时所得到的功率注入空间上的可保证静态电压稳定性的安全域简记为SVSR,而把相应的割集功率空间上的可保证静态电压稳定性的安全域简记为CVSR。

注2:近年来静态电压稳定问题是电力系统十分关切的问题。关于电压稳定的定义有两种,其一是国际大电网会议(CIGRE)电压稳定专门工作组给出的,该定义是基于小扰动稳定分岔理论给出的,因而属于前述的SDSR的范畴。另一种被普遍采用的定义是国际电气与电子工程师协会(IEEE)给出的,它把电压稳定性定义为系统维持电压的能力。当负荷导纳增大时,负荷功率亦随之增大,并且功率和电压都是可控的。如图7[7]所示,对于一般的ZIP型静态负荷模型(恒阻抗、恒电流和恒功率负荷模型),系统的鞍结分岔点(潮流方程的Jacobian矩阵的奇异点)位于 $P-V$ 曲线的下半分支。由于 $P-V$ 曲线的下半分支的负荷导纳的增大将导致负荷功率减小,故依照IEEE电压稳定性定义,下半分支属于不稳定区域。因而,仅考虑 $P-V$ 曲线上半部分分支,即以 $P-V$ 曲线鼻尖点(即fold分岔点)作为静态电压稳定的临界点。而该点也正是在恒功率负荷模型下得到的系

统鞍结分岔点(潮流方程Jacobian矩阵的奇异点),因此本文在计算静态电压稳定性安全域边界时只需考虑恒功率负荷模型。

关于 $\overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{SNBs\}}$ 和 $\overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{HBs\}}$,我们发现了如下两个命题。

命题5.不是所有的鞍结分岔点都是小扰动电压稳定域的边界 $\overline{\partial\Omega_{SD} \cap \{SNBs\}}$ 上的点。

备注:文献[24]通过分岔分析与两步法分析所得的结论如下:

(1)如果应用恢复型动态负荷而且不考虑发电机等其他元件的动态的话,从小扰动分析中得到的系统电压稳定极限点,即鞍结分岔点与基于稳态恒功率负荷模型的CPF得到的Fold分岔点($P-V$ 曲线的鼻尖点)是完全一致的,那么此时潮流可行域边界与小扰动电压稳定域的鞍结分岔边界重合。而考虑具体的动态负荷,以及发电机及其调节系统的动态后,很有可能在Fold分岔点之前就出现鞍结分岔点。也就是说,在保证平衡点存在性的潮流可行域内部,仍有可能存在微分-代数方程系统的鞍结分岔点。

(2)这些鞍结分岔点不一定会造成系统出现电压崩溃。不是所有的鞍结分岔点都可以作为小扰动电压稳定域的边界点。鞍结分岔点的性质还要根据系统的具体情况进行分析。当负荷中感应电动机所占比重较大时,通过时域仿真确定鞍结分岔点的性质,对最终确定SDSR边界是非常必要的。

命题6.负荷中感应电动机的存在可能使该系统在参数变化导致鞍结分岔类型的电压失稳之前不出现Hopf分岔。

备注:理论研究中普遍在鞍结分岔点之前出现Hopf分岔点,然而这种电压振荡失稳现象在电压失稳的实际录波中却很少发现,实际系统的电压失稳现象往往都是

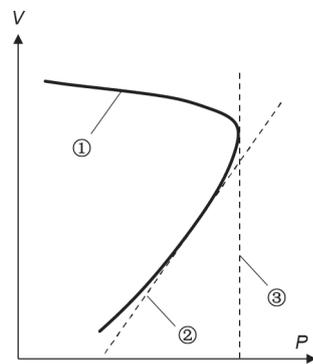


图7. $P-V$ 曲线上的奇异点[7]。①是系统 $P-V$ 曲线;②是ZIP负荷模型的特性曲线;③是恒功率负荷模型的特性曲线。

电压单调下降的崩溃模式——与鞍结分岔密切相关。有学者认为，可能是由于系统中运行限值的存在使得系统在到达无约束系统的Hopf分岔点之前就发生了单调型的电压崩溃。这一情况被称为限值诱导分岔（limit induced bifurcation, LIB），因此，在系统的小扰动电压稳定安全域边界上不出现Hopf分岔点。但实际上，很多电压失稳事故不一定由设备的运行限值引发。根据文献[24]，感应电动机的存在可能使得系统在参数变化导致鞍结分岔类型的电压失稳之前不出现Hopf分岔及其引发的电压振荡现象，故当系统负荷中有很高比例的感应电动机负荷时，可以在其小扰动电压稳定安全域边界研究中重点考虑鞍结分岔而非Hopf分岔点。

图8给出了电压稳定极限和失稳模式与负荷中感应电动机负荷所占比重的关系。一方面说明了感应电动机负荷模型在电压稳定极限计算中有其特殊性，由于负荷中感应电动机比重的增加而不出现Hopf分岔；另一方面也说明了基于稳态模型的CPF的结果（Fold分岔点）与更精确的基于动态模型的小扰动电压稳定分析的结果（鞍结分岔点）之间存在很大的差异，在保证平衡点存在性的潮流可行域内部，仍有可能存在微分-代数方程系统的鞍结分岔点。

3.3. 保证暂态稳定的动态安全域（ Ω_d ）

功率注入空间上电力系统的DSR [7,13]可定义为：

$$\Omega_d(i_d, j_d, F_d) \triangleq \{x_\beta | x_\tau(x_\beta) \in S(x_\beta)\} \quad (13)$$

式中， F_d 为既定的事故； i_d, j_d 分别为故障前、后的网络拓扑； $x_\tau(x_\beta)$ 是在事故清除瞬间 τ 系统的状态； $S(x_\beta)$ 是在事故后状态空间上环绕，由注入 x_β 决定的平衡点 x_s 的稳定域。

$S(x_\beta)$ 和 x_s 均由 x_β 决定。请注意， Ω_d 所确定的是事故前功率注入空间上可确保暂态稳定的全部 x_β 点集，而在用直接法研究暂态稳定性时，一个注入功率向量 x_β （运行点）就会对应一个暂态稳定域 $S(x_\beta)$ [19,20]。图9 [18]说明了 Ω_d 和暂态稳定域 $S(x_\beta)$ 的区别与关联。

故障清除后，在相对加速度等于零时且相角大于 $\pi/2$ 的一组发电机中，如果某些发电机相对于其他发电机的相角的变化速度仍大于零，那么这些发电机就与其他发电机不同步，电力系统就不能恢复同步运行。通常将这些发电机的集合称为失稳机群，而把其他发电机的集合称为非失稳机群。本文将失稳机群和非失稳机群的不同划分，称为不同的失稳模式。

众所周知，电力系统暂态功角失稳模式与相关不稳定平衡点（controlling unstable equilibrium point, CUEP）密切相关，系统事故后的轨迹是沿着CUEP的不稳定流形演变的。鉴于电力系统失去暂态功角稳定时总是伴随着系统中某个或某些临界割集上支路角度急剧地、过大地增长，人们已经认识到，电力系统中存在的临界割集（见注3）与系统模型中存在的稳定平衡点（UEP）是等价的，并提出了割集稳定准则。为使人们能够放心地、正确地运用与临界割集相关的稳定准则，文献[25]从理论上严格证明了如下命题：

命题7. 若暂态功角相关不稳定平衡点（CUEP）为 k 型，则网络中存在 k 个临界割集与之对应。

注3: 若网络中存在一个割集，且属于该割集的所有支路角（弧度）的绝对值均大于 $\pi/2$ ，则称该割集为临界割集，其构成支路为饱和支路。一个临界割集把整个网络分成为两个连通的子图，这两个子图分别对应两个节点群。其中一个节点群所包含的节点的电压相位相对较高，称为临界节点群；另一群节点则定义为非临界

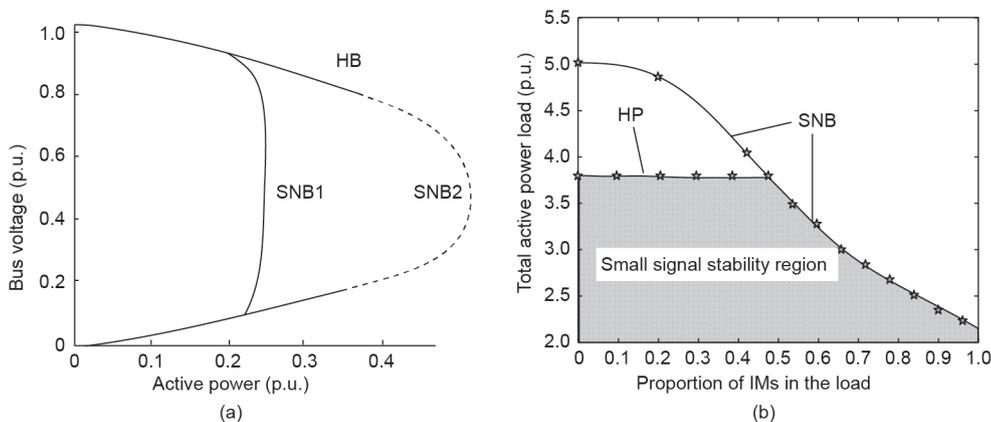


图8. 电压稳定极限（a）以及失稳模式与负荷中感应电动机负荷所占比重之间的关系（b）。

节点群[25]。显然，临界节点群中包含且仅包含失稳机群中的发电机。

备注：其对应关系为：

(1) 系统中的UEP绝大多数是1型的。若系统的CUEP是1型双曲的（见注4），则网络中必存在唯一的临界割集将系统分割成两部分——一个临界节点群和一个非临界节点群，它们分别对应于失稳发电机群和非失稳发电机群。

(2) 若系统的CUEP是 k 型双曲的，则网络中必存在 k 个临界割集与之对应。这些临界割集将系统分割成 k 个临界节点群（即 k 个失稳发电机群）和一个非临界节点群（即一个非失稳发电机群），它们对应 k 个失稳模式。

图10给出了4机11节点系统中暂态功角失稳模式与系统临界割集关系的一个示例。由图可见，该示例系统的支路6-9发生事故后，系统将发生三个发电机群间的失稳。此失稳模式对应的CUEP是2型的，相应的系统中存在由角度差急剧变化的支路10~8和支路7~5构成的两个临界割集。

利用命题7，使得纯粹数学的CUEP的抽象概念与

网络的物理性质统一起来，为人们从网络拓扑的角度分析电力系统复杂的失稳模式提供了有用信息。基于这一命题，可以很容易地将割集稳定准则推广到多机群失稳的情况，从而建立起修正的割集稳定准则，消除原割集稳定准则[14]的保守性。

注4：平衡点的基本类型可用这些平衡点附近动态系统的局部线性化表达式来识别，即一个平衡点的稳定类型可以用其线性化动态矩阵的特征值来决定。假如没有实部为零的特征值，则把具有正实部特征值的数目作为该平衡点的指数。如果该指数等于零，则在线性近似系统中该平衡点是稳定的，常用稳定平衡点（SEP）表示。如果该指数等于 k ，则称其为 k 型不稳定平衡点，并用UEP- k 表示。通常把动态系统的局部线性化的只有非零实部特征值的平衡点称为双曲平衡点[7]。

4. 安全域几何学与拓扑学特征及其实用边界的快速计算方法

如前所述，潮流安全问题、暂态稳定问题、静态电

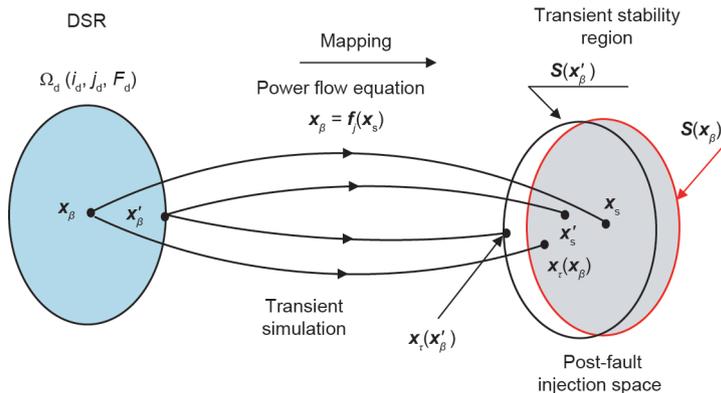


图9. DSR和暂态稳定域的区别与关联[18]。

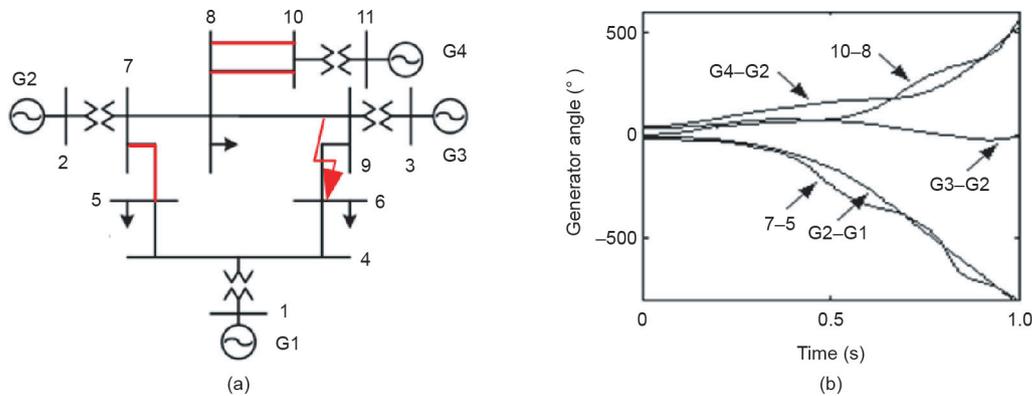


图10. 4机11节点系统接线图 (a) 以及在预想事故下的角度差曲线 (b)。

压稳定问题和低频振荡问题是电力系统稳定校验中最基本的问题。因此本节将介绍与之相关的几种安全域的几何学与拓扑学特征以及实用边界的快速计算方法。

在假设1和假设2的基础上,经过仿真研究和理论分析已经发现,在实际的电力系统中存在着如下4个关于上述安全域临界面的重要命题。

命题8. 在功率注入空间上和决策空间上保证输、配电网潮流安全性的静态安全域 Ω_{SS} ,是保证线路满足热稳定约束的热稳定安全域 Ω_T 、保证节点电压不越限的静态电压安全域 Ω_V 和设备容量限值所约束的空间范围的交集。对于既定的网络拓扑和系统元件参数 i_s ,其静态安全域 $\Omega_{SS}(i_s)$ 是唯一和连通的,不随运行状态的变化而变化,且其内部无空洞。在工程应用范围内,在功率注入空间上, Ω_T 和 Ω_V 都可用一个超多面体近似描述,且超多面体的临界面是成对出现的超平面,每对超平面之间的区域分别对应一条既定线路的热稳定安全域或一个既定节点的静态电压安全域。本文将这样的静态安全域称为实用静态安全域(practical steady state security region, PSSR)。

备注:

(1) 1989年,文献[11]根据解耦潮流模型研究了在有功电流注入空间上的热稳定安全域。文中利用电力系统的节点有功功率注入与支路角(支路两端电压相角差)之间的仿射关系,并用支路角最大允许值近似表示线路最大允许电流幅值。该方法在生成安全域数学表达式时,需已知系统所有节点的电压幅值。在如图11(a)所示的3节点系统中,节点0为参考节点,其复电压为 $V_0 \angle 0$ 。在节点电压幅值 $V = (V_1, V_2)^T$ 给定的情况下,线路支路角 $(\theta_1 - \theta_0, \theta_2 - \theta_0, \theta_1 - \theta_2)$ 分别与输电线路1~0、2~0、1~2的有功功率成正比,在此基础上可以建立起 (θ_1, θ_2) 与节点

注入电流有功分量 (I_{p1}, I_{p2}) (与节点注入有功功率成正比)之间的仿射变换关系。对于图11所示的仿射变换,原像是矩形,经仿射变换后所得的像是平行四边形,即有功电流注入空间上的热稳定安全域。该平行四边形的每一对边分别对应于一条支路的正向流动电流的热稳定边界和反向流动电流的热稳定边界,这一对平行线之间的空间是对该支路而言的热稳定安全域。

仿射变换具有如下性质[11]:①像与原像的顶点、侧面、棱和内部点一一对应;②平行直线的像仍然是平行直线;③平行平面的像仍然是平行平面。当把上述结论推广到含有 n_1 个节点(除参考节点外)的系统时,如果解耦潮流模型[式(2a)]中的电压已知,则可知,电力系统热稳定安全域可被近似表示为,在 n_1 维欧氏空间上由 n_0 对平行超平面围成的凸超多面体。其中每一对超平面分别对应一条支路的正、反向流动电流的热稳定边界,这一对平面之间的空间是对该支路而言的热稳定安全域。这一特征使得静态安全域边界十分简明。即使在研究交流潮流的安全域时,也有利于对潮流安全域整体的把握。此外,文献[12]依据仿射变换的思想研究了在节点有功功率注入指定的情况下,无功电流注入空间上的静态电压安全域。

但是,由于上述方法在潮流模型和线路电流约束条件上做了简化,以及没有综合考虑线路电流的有功和无功分量,所以,所生成的超平面边界与真实安全域边界的误差较为明显。

为叙述方便,可把交流潮流方程式(2d), $F(x) = F(x_\alpha, x_\beta) = 0$ 改写为 $F'(x_\alpha) = x_\beta$ 。 $F'(x_\alpha)$ 是 x_α 的连续非线性映射,而且 x_α 的定义域是一个由式(7a)~(7c)所定义的超长方体,它是映射的原像。显而易见,在此映射下,①超长方体的顶点的像仍然是顶点;②超长方体的

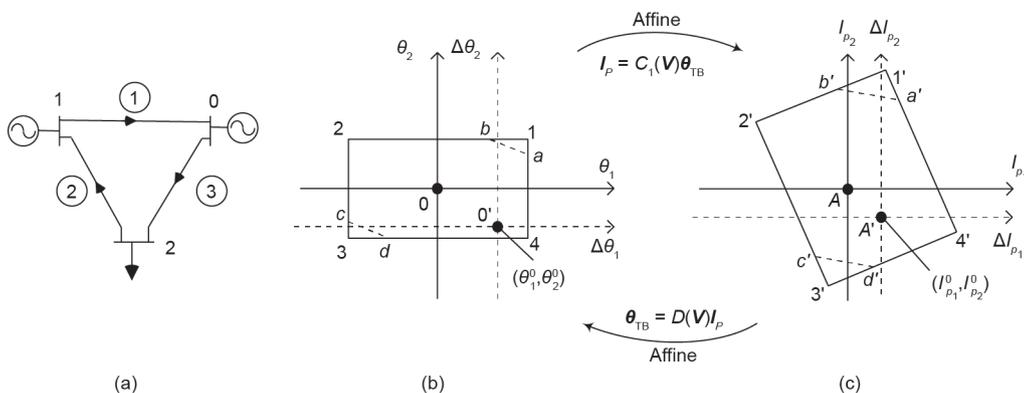


图11. 仿射变换示意图。(a) 3节点系统; (b) 电压相角空间上的热稳定安全域; (c) 有功电流注入空间上的热稳定安全域。TB: 树枝。 $D(V) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $C_1(V) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 的表达式详见文献[11]。

棱（直线）的像仍然是棱，但不再是直线；③超长方体的边界（超平面）的像仍然是连续的（光滑的）曲面，而不再是超平面；④内部无空洞的超长方体的像仍然无空洞。故可得到如下结论：严格地说，依照交流潮流方程所定义的静态安全域是由若干个光滑的超曲面围成的多面体，其内部无空洞。

(2) 文献[26]研究了在决策空间上，满足输电线路热稳定约束的电力系统热稳定安全域的快速计算方法。该方法是基于交流潮流模型和灵敏度法的，依次针对系统中的每条输电线路 $i \in B$ ，生成其对应热稳定安全域边界 $\partial\Omega_{T,i}^*$ 的数学表达式，该边界由一对超平面围成，每个超平面对应一个方向的临界电流。文献[26]同时给出了超平面的快速计算方法。该方法需要搜索出边界上的一个临界点，该临界点是正常初始运行点 \mathbf{x}_β^0 在向外连续扩展时首次遇到的安全域边界的点，从而使之满足了假设2的条件。于是，整个电网的热稳定安全域可由所有线路的热稳定安全域的交集给出，具体如下所示：

$$\Omega_T \triangleq \bigcap_{i \in B} \Omega_{T,i}^* \subset R^{2n} \quad (14)$$

应该注意的是，此时这一对超平面已不像备注(1)中所述的仿射变换那样，不再是严格平行的平面。

式(14)所给出的 Ω_T 是在 $2n$ 维决策空间上，由 n 对超平面组成的超多面体，其形状十分复杂。由于在某个时段内，实际电网中可能过载的线路数量是有限的（令其集合为 $B' \subset B$ ），而且目前可能过载的电流方向也是明确的，因此我们可以重点关注这些线路在目前可能过载的电流方向上所对应的热稳定安全域，即 $\Omega_T \triangleq \bigcap_{i \in B'} \Omega_{T,i}^*$ 。

文献[26]的方法也可以被用于决策空间上满足节点电压约束的电力系统安全域 Ω_V 的快速计算。整个电网的静态电压安全域 Ω_V 可由所有负荷节点的静态电压安全域 $\Omega_{V,i}^*$ ($\forall i \in \{n_g + 1, \dots, n\}$)的交集给出，即

$$\Omega_V \triangleq \bigcap_{i \in \{n_g + 1, \dots, n\}} \Omega_{V,i}^* \subset R^{2n} \quad (15)$$

每个 $\Omega_{V,i}^*$ 有一对超平面边界，分别对应节点 i 处电压的上下限约束。所以， Ω_V 是 $2n$ 维决策空间上由 $2(n - n_g)$ 个超平面组成的超多面体。文献[7]给出了描述 $\Omega_{V,i}^*$ 边界 $\partial\Omega_{V,i}^*$ 的超平面的快速计算方法。

因此，整个电网的静态安全域 Ω_{SS} 可由所有线路的热稳定安全域 Ω_T 和所有负荷节点电压约束的静态电压安全域 Ω_V 的交集给出，即

$$\Omega_{SS} \triangleq \Omega_T \cap \Omega_V \quad (16)$$

式(16)是一组联立线性不等式，计算机可以很容易地处理这样的约束。

(3) 上述文献主要是针对输电网的静态安全域 Ω_{SS} 进行的研究。对于配电网，文献[27,28]基于交流潮流所做的大量仿真发现，在工程实际关心的范围内，在配电网功率注入空间上满足节点电压约束的静态电压安全域和满足线路电流约束的热稳定安全域仍可用式(14)~(16)定义，且与每一个节点的电压约束（每一个支路的热稳定约束）所对应的安全域边界仍可用一对超平面近似描述，这一特性与输电网一致。不同之处是，文献[27,28]利用配电网辐射状网络拓扑结构的特点，构造了由网络拓扑和支路阻抗直接形成超平面系数的简便算法。仿真结果表明，其计算速度很快，能够满足配电系统的图形结构频繁变化的需求。同时，将该方法与前述的输电网安全域的生成方法结合应用，可有效实现输、配电网的协调优化运行。鉴于无论是电力负荷、分布式发电还是储能，均可用注入功率来表达，所以这些研究成果可用于智能电网的安全性监视、优化与评估（具体应用示例请见第5节）。文献[29]对配电网的热稳定安全域开展了研究，在假设电压给定的情况下，用安全域的概念描述了辐射型配电网中功率流的关系，并把它用于配电网安全性评估。

(4) 鉴于本文所定义的 $\Omega_{SS}(i)$ 满足假设1和假设2，即仅考虑从正常初始运行点 \mathbf{x}_β^0 向外连续扩展时首次所遇到的安全域边界，所以在 \mathbf{x}_β 所定义的空间中，对于既定的网络拓扑和系统元件参数， $\Omega_{SS}(i_s)$ 的边界是唯一确定和连通的。由于约束条件等式(7a)~(7c)所限定的区域和潮流映射 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ 都是连续性的，可知 $\Omega_{SS}(i)$ 内部无空洞。

(5) 上述超多面体形式的静态安全域的每一个超平面可用下式描述：

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{j,i} P_i + \sum_{i=0}^n \beta_{j,i} Q_i \leq 1, \quad \forall j \in \{1, \dots, m_s\} \quad (17)$$

式中， $\alpha_{j,i}$ 和 $\beta_{j,i}$ 为常数； m_s 是安全域边界面的总数。由于对于既定的网络拓扑和系统元件参数，静态安全域是唯一的和连通的，与系统运行状态无关，故可以离线计算所有的超平面系数，并将其存储起来，供在线安全性监视、评估和优化。

命题9. 在网络拓扑和系统元件参数给定的情况下，

对于给定的事故前图形 i_d 、事故后图形 j_d 和事故 F_d ，在功率注入空间上定义的DSR $\Omega_d(i_d, j_d, F_d)$ 是唯一的和连通的。它不随运行状态的变化而变化，其内部无空洞，且其边界 $\Omega_d(i_d, j_d, F_d)$ 由有限个光滑的子表面组成，每个子表面对应一个特定的失稳模式。在工程应用的范围内，每个子表面可用超平面近似描述，本文将这样的DSR称为实用动态安全域（practical dynamic security region, PDSR）。

图12给出了新英格兰10机39节点系统的接线图及其PDSR在三个二维空间上的断面图，该PDSR对应于在线路26~29上在母线26侧发生的三相接地短路事故，事故持续时间 $\tau = 0.1$ s。通过断开线路26~29来清除事故。

备注：

(1) 文献[13]于1990年通过拟合暂态稳定仿真所获得的大量临界点首次发现，在如式(8e)所示的，在

事故前系统的功率注入空间上的PDSR边界，在工程实际应用的范围内，可用围绕“基本运行点”的一个临界超平面近似描述，该临界超平面可用下式表示：

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i P_i = 1 \quad (18)$$

式中， α_i 是超平面方程的常数； (P_1, \dots, P_n) 为保证暂态功角稳定的事故前系统功率注入空间上的临界有功注入向量。习惯上，我们把 $\sum_{i=1}^n \alpha_i P_i < 1$ 看做是暂态稳定的，把 $\sum_{i=1}^n \alpha_i P_i > 1$ 看做是暂态不稳定的。

超平面系数绝对值的大小代表了相应节点的功率注入对系统稳定性影响程度的大小。超平面系数的正负代表相应节点的功率注入对系统稳定性的影响趋势。具有正系数的节点增加注入功率不利于系统稳定，具有负系数的节点增加注入功率将有助于系统稳定性的改善。

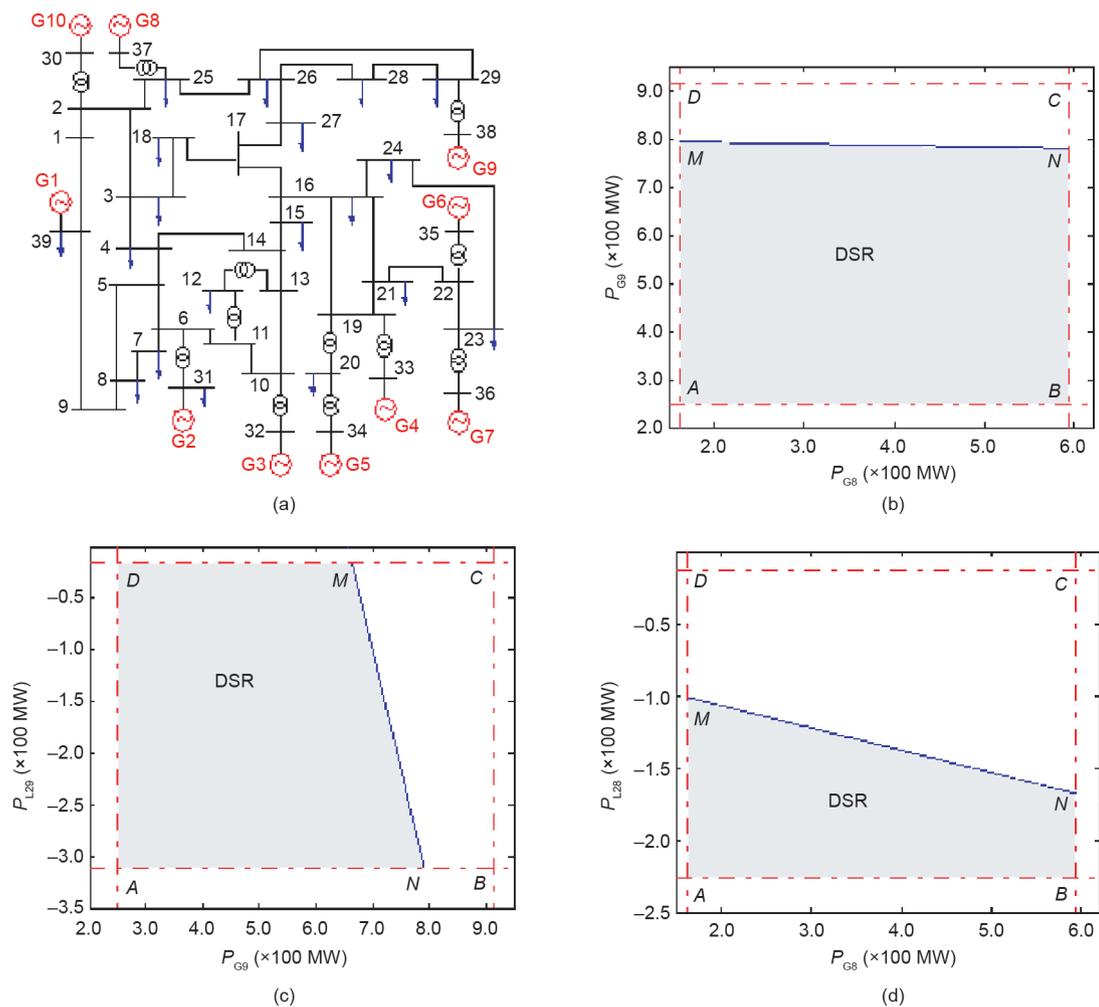


图12. 新英格兰电力系统及其PDSR在三个二维空间上的断面图。(a) 新英格兰10机39节点系统图；(b) 由G8和G9组成的有功功率注入空间上的PDSR；(c) 由G9和L29组成的有功功率注入空间上的PDSR；(d) 由G8和L28组成的有功功率注入空间上的PDSR。从M到N的线是二维空间中PDSR临界超平面的横截面。发电机的有功功率约束用虚线表示。

这一性质的发现具有重要意义, 因为用式(18)表示的功率注入空间上的线性组合约束, 在电力系统分析、运行和控制的数学处理方面极具优势。

文献[13]利用势能界面(PEBS)法[7]寻找临界注入向量, 进而利用最小二乘拟合法确定式(18)中的超平面系数 α_i 。为了减少所需搜索的临界点数, 同时保证精度, 临界点需要均匀分布, 文献[13]推荐使用拟正交选点法来选择可能的搜寻方向。

(2) 文献[30]应用我国华中电网的984节点系统, 考虑发电机双轴反应、励磁和调速系统、负荷感应机特性及静止无功补偿器(SVC)等模型, 利用暂态稳定仿真程序, 通过数值仿真搜索DSR边界上的大量临界点, 再通过最小二乘法拟合, 进一步证实暂态功角稳定的DSR边界可用超平面近似描述这一性质。其中每个临界点, 都是在式(8e)所示的有功功率注入空间上, 从正常初始运行点 \mathbf{x}_β^0 开始, 沿不同射线方向向外连续扩展时首次遇到的安全域边界点。

(3) 最小二乘拟合法大约需要 $2n$ 个适当分布的临界点。虽然该方法所得的安全域边界系数精度较高, 但其计算量大, 只能离线计算后在线使用。为解决此问题, 文献[31,32]基于电力系统结构保留模型, 借助初始状态、事故清除时刻状态和能量函数对注入功率的灵敏度矩阵推导出了PDSR边界超平面的解析表达式。文献[33]基于在短路故障清除时刻, 电力系统动态模型的可达性格纳姆矩阵元素在初始运行点附近近乎不变的性质, 将基于 k -中心点算法的同调识别和初加速度法相结合, 提出了快速识别初始运行点附近的暂态稳定失稳模式(从而识别临界割集)的方法, 为PDSR直接法提供了临界点快速搜索的建议。

(4) 为了为DSR的使用提供理论基础, 文献[34]针对电力系统结构保留模型[20], 应用动力系统微分拓扑理论证明了DSR具有下列性质: ①DSR是连通的, 内部无空洞, 即具有稠密性; ②DSR的边界 $\partial\Omega_d(i_d, j_d, F_d)$ 不会打结, 即无扭扩性, 其对应于同一失稳模式 k_d 的局部表面是连续的; ③DSR的边界是紧致的, 即DSR的边界能够用有限个子表面的并集表示, 每一个临界子表面对应着一个互不相同的失稳模式。

(5) 依据命题7可知, 当系统的CUEP是 i 型双曲的时候, 相应的网络中必存在 i 个临界割集, 即系统中存在 i 个与其一一对应的失稳模式。因此, 对应的 $\partial\Omega_d(i_d, j_d, F_d)$ 必存在 i 个子表面, 每一个子表面对应一个失稳模式。

(6) 此外, 可利用割集功率空间来简化暂态稳定约束所确定的DSR的描述。然而, 由于它不是在 \mathbf{x}_β 所定义的空间中定义的(见命题2), 所以不可能具有唯一性。文献[35,36]关于割集功率空间上的动态安全域(CDSR)的研究表明, 对于既定的网络拓扑和系统元件参数, 系统临界割集上可以传输的总功率(total transfer capacity, TTC)与运行状态(注入功率向量)有关, 也就是说CDSR不是唯一确定的。正是由于这一原因, 才需要寻求TTC的最大值, 而在做这样的优化时, 功率注入空间上PDSR的超平面可极大地减轻计算负担。不过, 在个别实际场景下, CDSR边界的变化范围较小, 也可近似地使用它。

(7) 文献[37]通过大量的仿真研究表明, 对于大量不同的集合 (i_d, j_d, F_d) , 在式(8c)定义的复功率注入空间中, 所有的 $\partial\Omega_d(i_d, j_d, F_d)$ 都可以使用下面的超平面近似描述来表达[7]:

$$\sum_{i=1}^n (\alpha_i P_i + \beta_i Q_i) = 1 \quad (19)$$

当研究中需要同时考虑节点有功注入和无功注入变化时, 特别是在包含暂态电压稳定问题的研究中, 式(19)具有更好的精度。同时, 文献[37]表明, 当负荷中感应电动机所占比例改变时, 事故前功率注入空间中PDSR边界间具有近似平移的性质, 从而可以利用插值法确定不同感应电动机负荷比例下的DSR边界。

对于由恒阻抗和感应电动机组成的负荷模型, 暂态稳定仿真结果表明: 暂态稳定的故障临界切除时间与负荷中电动机的比例密切相关。当电动机负荷比例增大时, 会导致系统临界清除时间减小。在电动机比例较高时, 系统的暂态失稳模式主要表现为暂态电压失稳, 而在电动机比例较低时, 系统的暂态失稳模式主要表现为暂态功角失稳, 如图13所示。

(8) 文献[38]的研究表明, 对于交直流联合输电系统, 决策空间上PDSR的临界超平面描述仍然具有较好的精度。对应于某一失稳模式的PDSR临界面方程如下:

$$\sum_{i \in G} (\alpha_i P_i + \beta_i V_i) + \sum_{j \in L} (\eta_j P_j + \lambda_j Q_j) + \mu P_d = 1 \quad (20)$$

式中, G 和 L 分别为发电机节点集合(平衡节点除外)和负荷节点集合; V_i 为发电机 i 端节点的电压; α_i 、 β_i 、 η_j 、 λ_j 和 μ 为所求得的PDSR临界超平面方程系数; $\mu = \alpha_{rb} - \alpha_{sb}$, 下标sb和rb分别为直流线路送端与受端交流换相节点的节点编号。因此

直流功率 P_d 可以作为临界超平面方程的一个有功功率变量。在相同故障、失稳模式和直流控制方式下，分别对应于不同直流功率的临界超平面具有近似平行性，并且它们的空间几何距离与直流功率的改变量近似成正比。

(9) 文献[39]计算了含双馈风力发电机(DFIG)电力系统的DSR，并通过时域仿真对其边界超平面描述的精度进行了验证。文献[40]计算了含光伏(PV)发电电力系统的DSR。文献[39,40]的研究发现，在工程关心的范围内，接入双馈风力发电机或光伏发电后，功率注入空间上PDSR的临界面仍可以用超平面近似描述。文献[39]还分析了双馈风力发电机的接入对电力系统DSR的影响，并发现双馈风力发电机的接入会引起电力系统DSR的外扩。

命题10. 对于既定的网络拓扑和系统元件参数，在功率注入空间上对应于Fold分岔的SVSR是唯一的和连通的，不随运行状态的变化而变化，其边界是光滑的，且内部无空洞。当指定负荷节点的功率注入向量时，发电功率注入空间上SVSR的边界，在工程实际运行范围内可用一个超平面近似表示。当系统中有一个临界割

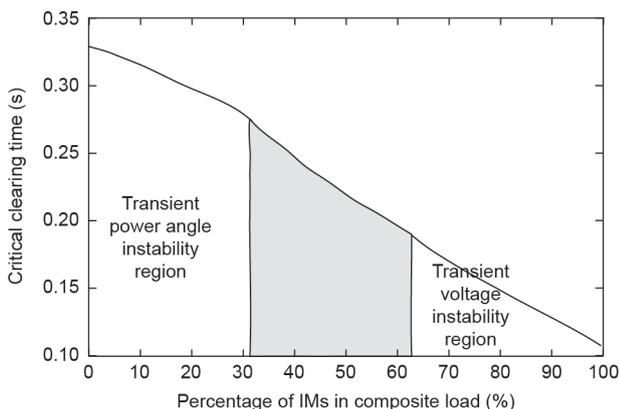
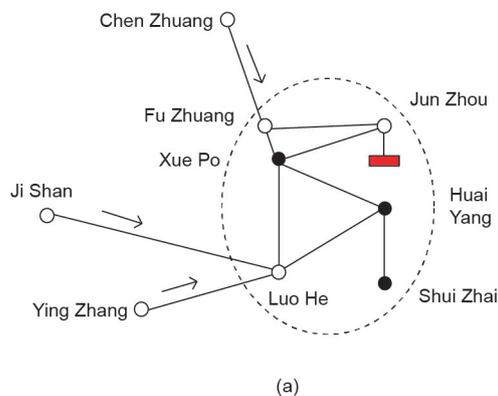


图13. 暂态失稳模式与负荷中感应电动机负荷所占比重的关系。



集时，割集功率空间上的CVSR的临界面在工程应用的范围内可用一个超平面近似描述(图14)。当系统中有若干个需要考虑的临界割集时，每个临界割集对应的CVSR的临界面在工程应用的范围内均可用一个超平面近似描述，此时所有割集的CVSR临界面的并集是既定网络拓扑和系统元件参数下的CVSR的临界面。

备注:

(1) 依据文献[41]可知，由于电压稳定的局部性很强，致使电压稳定临界面可用系统中为数不多的电压稳定弱节点的注入功率来近似描述，但由于其临界面比较复杂，因此可用人工神经网络给出可视化描述。文献[42]提出了在有功功率和无功功率注入空间上，以二次多项式作为系统SVSR临界面大范围的近似解析表达式，并通过模态分析选取系统关键节点的方法实现电力系统注入空间的有效降维。大量仿真结果表明，此法具有令人满意的工程精度。在文献[43]中，研究人员应用潮流方程Jacobian矩阵的特征值灵敏度和特征向量灵敏度构建了SVSR边界的近似解析表达式。虽然其精度优于超平面形式的线性近似表达式，然而在最优化和风险分析中，二次多项式表达远不如超平面那么方便。

(2) 文献[44]基于潮流可行解域的思想，即以潮流方程是否有解作为静态安全域的决定性因素，并运用作者在文献[45]中所提到的一种全新的计算可行域边界的“混合法”(hybrid method)确定了可行域边界。这里所谓的“混合法”综合采用了预测-修正思想及优化技术，能够在考虑系统设备限值的情况下，同时追踪由潮流方程Jacobian矩阵的奇异点(Fold分岔点)以及限值诱导分岔点所构成的潮流可行域边界。在文献[44]中，把功率注入空间分为负荷注入空间和发电注入空间，通过对经静态电压稳定仿真所获得的大量临界点的拟合发现，两个子空间的可行域边界具有截然不同的几何特性。在

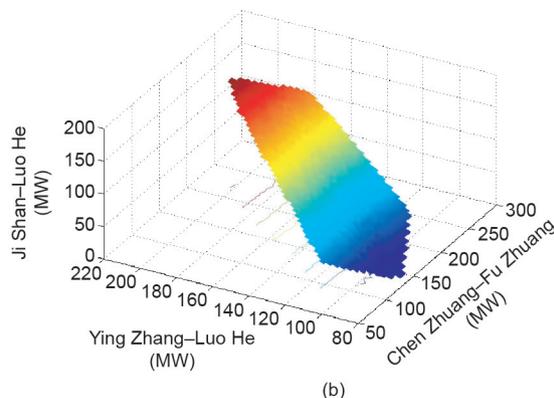


图14. 某电网的一个局部接线图及用虚线所标出的临界割集上的CVSR临界面。(a) 实际电网图；(b) 三维功率注入空间上的CVSR的边界。

特定负荷增长方向上的电力系统发电注入空间中,潮流可行域边界在实际可能的运行范围内的一部分或者大部分都可以通过超平面得到很好的近似,如图15所示[24]。文献[44]还提出了一种新的追踪高维发电功率注入空间中潮流可行域 L_i 范数最远边界点的算法,避免了频繁启动连续潮流计算,其结果的多解性也被用来进一步检验潮流可行域具有近似超平面的性质。

注5: 因为发电功率向量维数很高,安全域难以从整体上直观表示,故图15中所给出的仅是安全域边界面所关心的部分在几个二维发电功率空间上的断面图,每个断面图均是在给定坐标变量以外的其他变量不变的情况下得出的。如果所有断面图上显示的边界在工程实际关心的较大范围内呈现直线,则可推断此高维空间上安全域的边界面在工程实际关心的较大范围内可用超平面近似。

(3) 文献[46]提供了割集功率空间上的静态电压稳定域局部可视化的方法,该法基于潮流可行域的思想,在割集功率空间上实现了可视化。文献[47,48]明确提出,割集功率空间上CVSR的实用边界可以用式(21)所示的超平面表达式近似描述:

$$\sum_{i \in C} (\alpha_i P_{L,i} + \beta_i Q_{L,i}) = 1 \quad (21)$$

式中, C 表示临界割集; $P_{L,i}$ 是临界割集上线路 i 的有功潮流; $Q_{L,i}$ 是临界割集上线路 i 送端的无功潮流。按照习惯,我们

把 $\sum_{i \in C} (\alpha_i P_{L,i} + \beta_i Q_{L,i}) < 1$ 看作系统满足静态电压稳定约束,把 $\sum_{i \in C} (\alpha_i P_{L,i} + \beta_i Q_{L,i}) > 1$ 看作系统不满足静态电压稳定约束,如图14所示。

图16给出了快速计算CVSR边界超平面的方法,首先利用CPF求解系统的一个鞍结分岔点,然后用该临界点处的特征向量表示该点处SVSR边界的切平面,进而通过从功率注入空间到割集功率空间的变换得到CVSR的超平面临界边界的表达式。

(4) 在误差较大时,可在割集支路功率之外,通过增加少数受端系统电压稳定弱节点的注入功率作为附加变量的方法对式(21)进行改进。

(5) 鉴于临界割集上的线路条数十分有限,超平面系数 α_i 和 β_i 可以通过仿真取得大约 $4n_c$ 个(其中 n_c 为临界割集上线路的总条数)适当分布的临界点后,再通过最小二乘拟合得出。基于这一方法已开发了CVSR的计算软件,在实际应用中可满足在线实时的需要[48]。

(6) 在一些系统中,系统的弱节点可能分布在不同的区域,这时就需要多个临界割集[46]。因此,系统的全部可保证静态电压稳定的运行点处于如下定义的区域:

$$\Omega_{SV} \triangleq \left[\sum_{i \in C_1} (\alpha_i^1 P_{L,i} + \beta_i^1 Q_{L,i}) \leq 1 \right] \cap \dots \cap \left[\sum_{i \in C_m} (\alpha_i^{m_{sv}} P_{L,i} + \beta_i^{m_{sv}} Q_{L,i}) \leq 1 \right] \quad (22)$$

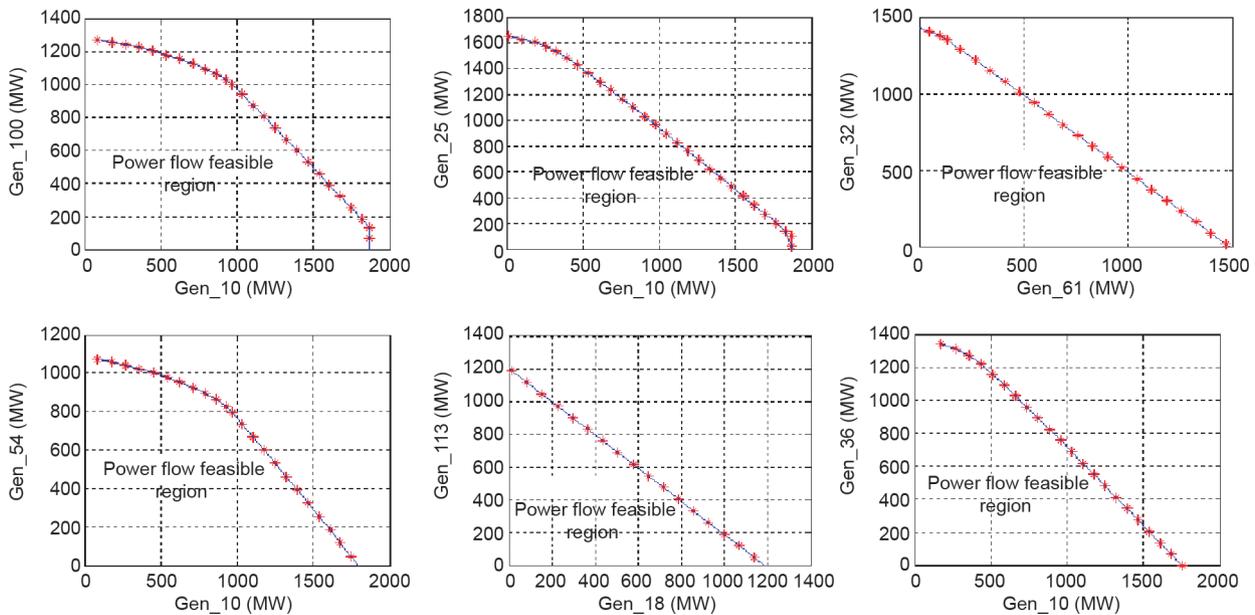


图15. IEEE 118节点系统在发电功率空间上潮流可行域的不同二维断面图(见注5)[24]。

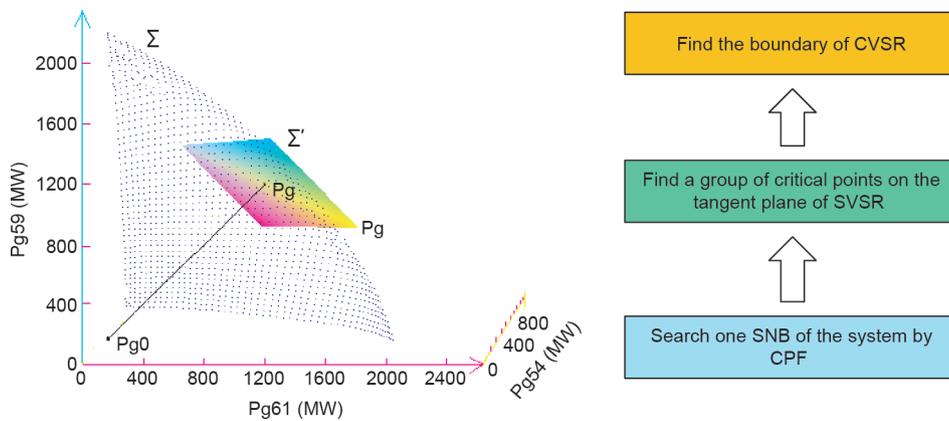


图16. 快速计算CVSR边界超平面的方法。Pg: SVSR边界上的一个关键点。

式中, $C_1, \dots, C_{m_{sv}}$ 为需要考虑的 m_{sv} 个临界割集; m_{sv} 通常是一个很小的整数。

(7) 文献[48,49]中的大量统计分析发现, 在实际可能的负荷增长方式下, 系统中的弱节点集集中于几个区域, 且大多分布在缺少无功支持的长输电线的终端节点。可以根据电网节点间的连接关系和联系紧密程度, 建立与电网网架结构相对应的图模型, 然后通过谱聚类算法确定电力系统的电压稳定分区(电力系统电压稳定弱节点集)和关键断面(潜在的临界割集)。

(8) 由于静态电压不稳定的条件是潮流无解, 而本文所定义的安全域满足假设2, 也就是说SVSR边界是从正常初始运行点向外连续扩展时首次遇到的失去静态电压稳定性的边界, 连同潮流关系 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ 的连续性可推断: 在 \mathbf{x}_b 所定义的空间中, SVSR是唯一的和连通的, 其表面是光滑的, 且其内部无空洞。而此安全域向低维的割集功率空间的映射, 即CVSR是可保留这种性质的。因此, 可知命题10所定义的CVSR的内部无空洞。

命题11. 对于既定的网络拓扑和系统元件参数, 在功率注入空间上, SDRS (Ω_{SD}) 由鞍结分岔临界面 [$\partial\Omega_{SD}$ (SNB)] 和 (或) Hopf分岔临界面 [$\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$] 围成, 是唯一的和连通的, 不随运行状态的变化而变化, 且其内部无空洞。 Ω_{SD} 的边界 $\partial\Omega_{SD}$ 是由若干个光滑的曲面组成的, 突变发生在 $\partial\Omega_{SD}$ (SNB) 和 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 交界处, 或发生在 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 的主导振荡模式转换处。其中, 每个光滑的曲面可在较大范围内用一个超平面近似描述(图17[50]), 可满足工程实际的需要。本文将这样的安全域称为实用的小扰动稳定安全域(PSDRS)。

备注:

(1) 在小扰动稳定研究[21]中, 用一个电力系统模型展示了从Hopf分岔到混沌演变的详细过程, 揭示了演

变过程中能量递增的规律。结果发现, 完全可以用Hopf分岔的临界面 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 来描述与振荡失稳相关的SDSR边界, 而不必再考虑比其更为复杂的混沌现象。

(2) 文献[50]发现, 当假设无功功率就地平衡时, 有功功率注入空间中的 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 是由若干个光滑的曲面组成, 每个光滑的曲面可用如下超平面方程近似描述:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i P_i = 1 \quad (23)$$

式中, P_i 表示各发电机节点的有功功率注入; α_i 是节点 i 的超平面方程的系数; n 是网络中除平衡节点外其余节点的总数。

(3) $\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 可能由一个或多个光滑曲面组成, 光滑曲面交界处发生突变的原因是每个光滑曲面具有不同的主导振荡模式。基于这一认识, 文献[50]已建议采用如下分类拟合策略来获取 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 的近似超平面描述: 首先, 对获取的临界点进行特征值分析, 得到各个临界点的主导振荡模式, 根据主导振荡模式对所有临界点进行划分, 将相同主导模式对应的临界点归为同一集合, 最后, 分别对各个集合中的临界点以超平面形式进行拟合, 得到各自对应边界的超平面近似表达式, 则各个主导振荡模式所对应的拟合边界的并集就构成了整个注入空间中的 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ (图17[50])。

(4) 文献[51]研究了双馈风力发电机对电力系统机电振荡的影响, 发现含双馈风力发电机的电力系统的SDSR边界由几个光滑的表面组成, 其中包括 $\partial\Omega_{SD}$ (SNB) 和不同主导振荡模式下的 $\partial\Omega_{SD}(\mathbf{H})$ 。图18[51]为在两台发电机有功功率注入空间的二维断面上的SDSR的边界示意图。当不考虑有功功率输出约束时, 该边界由几条光滑的曲线组成, 其中边界1和边界3对应Hopf分岔, 边界2对应鞍结分岔。在边界1和边界2的连接点处, 以

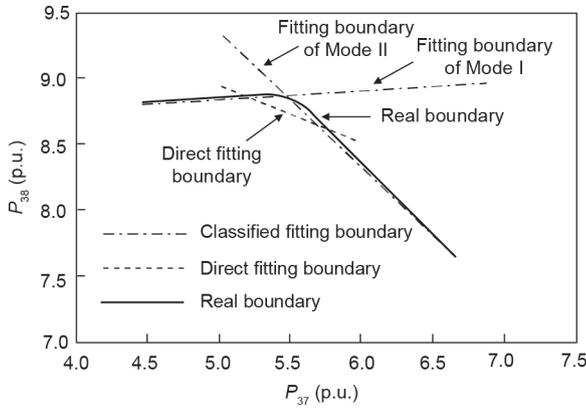


图17. 多个主导模式下的分类拟合（新英格兰10机39节点系统）[50]。

及边界2和边界3的连接点处出现突变。考虑发电机有功出力限制（如图18 [51]中的矩形所示）时，实际关心的SDSR是阴影区。边界2上鞍结分岔的出现，是由于发电机G4的励磁系统抵达极限值，属于命题5所说的限值诱导分岔问题。由此可知，通过时域仿真最终确定小扰动电压稳定域边界是非常必要的，这一结论与命题10一致。

(5) 关于此安全域的唯一性、连通性和内部无空洞性质的证明与命题9中的备注(8)类似，此处不再赘述。

5. 用超平面表示安全域边界的电力系统分析方法

5.1. 安全域方法在电力系统优化中的应用

计及安全约束的电力系统优化问题可用如下的一般模型描述。其中， \mathbf{x}_{opt} 为优化变量，一般为发电机的有功出力、无功出力和(或)负荷的有功功率、无功功率等。 $f_{opt}(\mathbf{x}_{opt})$ 为优化目标。电力系统安全约束优化问题可以用以下通用模型来描述，即式(24)~(30)。依据应用场景的不同，目标函数也会有所不同。如在安全约束最优潮流中，目标函数通常取最小的发电成本或损耗，而在安全约束最优控制中，目标函数通常取最小的切负荷等控制代价。 $\mathbf{h}_{opt}(\mathbf{x}_{opt})$ 表示等式约束函数，主要包括潮流方程约束。 $\mathbf{g}_{opt}(\mathbf{x}_{opt})$ 表示不等式约束函数，如发电机出力限制、节点负荷约束等。式(27)至式(30)分别为节点电压约束、潮流安全约束、小扰动稳定约束和暂态稳定约束。

V_i 表示节点 i 的电压幅值； I_i 表示支路 i 的电流； λ_i 表示系统运行状态的特征值； $\delta_{ij}^k(t)$ 为 t 时刻和故障 k 下系统

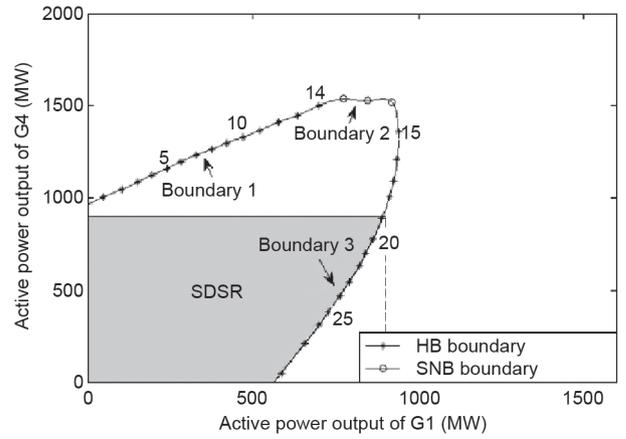


图18. SDSR边界的二维断面示意图[51]。

中发电机 i 与 j 之间的功角差； δ_{max} 表示发电机间允许的最大功角差。

$$\min f_{opt}(\mathbf{x}_{opt}) \quad (24)$$

$$s.t. \mathbf{h}_{opt}(\mathbf{x}_{opt}) = \mathbf{0} \quad (25)$$

$$\mathbf{g}_{min} \leq \mathbf{g}_{opt}(\mathbf{x}_{opt}) \leq \mathbf{g}_{max} \quad (26)$$

$$V_i^m \leq V_i \leq V_i^M, \quad \forall i \in N \quad (27)$$

$$|I_i| \leq I_i^M, \quad \forall i \in B \quad (28)$$

$$Re(\lambda_i) \leq 0 \quad \forall i \quad (29)$$

$$|\delta_{ij}^k(t)| \leq \delta_{max}, \quad \forall i, j \in G, k \in CTS \quad (30)$$

电力系统优化问题的决策变量 \mathbf{x} 一般为发电机的有功或无功出力，即 $\mathbf{P}_G = (P_0, P_1, \dots, P_{n_g})^T$ 和 $\mathbf{Q}_G = (Q_0, Q_1, \dots, Q_{n_g})^T$ 。如式(27)~(30)所示，不等式约束包括其他变量，如 V_i 、 I_i 、 λ_i 和 $\delta_{ij}^k(t)$ ，但它们并不是目标函数中的变量。其中， V_i 与 I_i 通过潮流方程与目标函数中的变量 \mathbf{P}_G 和 \mathbf{Q}_G 关联， λ_i 和 $\delta_{ij}^k(t)$ 通过潮流方程和与描述系统动态特性的微分方程与 \mathbf{P}_G 和 \mathbf{Q}_G 关联。在优化过程中，为了校验式(27)和式(28)中的约束是否成立，需要反复地解潮流方程；为了校验式(29)中的约束是否成立，需要反复对潮流解对应的平衡点进行特征值分析；为了校验式(30)中的约束是否成立，需要反复求解一组大规模的微分代数方程（在实际电网中，其维数可达到数

千维甚至上万维), 对系统的动态轨迹进行仿真, 这无疑会带来巨大的计算量。因此, 在最优潮流中考虑暂态稳定等复杂的安全约束始终是个难题。

当我们采用安全域方法时, 上述安全约束可表达为

$$\begin{cases} E^j(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G) \leq \text{Const}_j, j \in \{1, \dots, m_{ss}\} \\ F^k(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G) \leq \text{Const}_k, k \in \{1, \dots, m_{sd}\} \\ H^r(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G) \leq \text{Const}_r, r \in \{1, \dots, m_d\} \end{cases} \quad (31)$$

式中, $E^j(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G) \leq \text{Const}_j$ 、 $H^k(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G) \leq \text{Const}_k$ 和 $H^r(\mathbf{P}_G, \mathbf{Q}_G) \leq \text{Const}_r$ 分别表示 $\Omega_{ss} \cap \Omega_{sv}$ 的第 j 个边界约束、 Ω_{sd} 的第 k 个边界约束和 Ω_d 的第 r 个边界约束; m_{ss} 、 m_{sd} 和 m_d 分别为构成 $\partial(\Omega_{ss} \cap \Omega_{sv})$ 、 $\partial\Omega_{sd}$ 和 $\partial\Omega_d$ 的总数。此时该问题可采用二次规划法 (quadratic programming, QP) 求解, 计算量将极大地降低。

特别是在采用超平面描述安全域边界时, 式 (31) 可变换为如下形式:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (\alpha_{ij}^{ss} P_i + \beta_{ij}^{ss} Q_i) \leq 1, j \in \{1, \dots, m_{ss}\} \\ \sum_{i=1}^n (\alpha_{ik}^{sd} P_i + \beta_{ik}^{sd} Q_i) \leq 1, k \in \{1, \dots, m_{sd}\} \\ \sum_{i=1}^n (\alpha_{ir}^d P_i + \beta_{ir}^d Q_i) \leq 1, r \in \{1, \dots, m_d\} \end{cases} \quad (32)$$

式中, α_{ij}^{ss} 、 β_{ij}^{ss} 、 α_{ik}^{sd} 、 β_{ik}^{sd} 、 α_{ir}^d 和 β_{ir}^d 均为常数。此时, 负荷节点的注入功率 $(P_{n_g+1}, \dots, P_n, Q_{n_g+1}, \dots, Q_n) \in \mathbf{R}^{2(n-n_g)}$ 是指定的, 而此时边界上的每一个点 $(P_1, \dots, P_n, Q_1, \dots, Q_n) \in \mathbf{R}^{2n}$ 所对应的 $(P_0, Q_0) = F(P_1, \dots, P_n, Q_1, \dots, Q_n) \in \mathbf{R}^2$ 由潮流方程确定。此时, 可能需要一定的与潮流相关的迭代计算, 但由于 (P_0, Q_0) 的维数比较低, 所以其迭代的计算量要小得多。

因此, 借助安全域边界的超平面表达方式, 可将电力系统的潮流安全约束、小扰动稳定约束与暂态稳定约束表示为式 (24) 中的决策变量 (即节点功率注入) 的显式方程, 从而可避免在求解过程中大量嵌入的潮流计算、特征值分析与时域仿真, 显著提升计算效率。

目前, 安全域方法已经在电力系统的各种优化问题中得到了广泛的应用。文献[52]提出了一种电力市场环境下的电力系统安全成本优化模型, 通过PDSR简便地考虑了系统的暂态稳定约束及事故发生概率与系统失稳损失等, 结果表明, 借助该模型实施最优预防性控制可显著提高电力系统的经济效益。文献[53]发现了扩展实用DSR临界面的平行性与可叠加性等迁移规律, 并基于这些性质给出了切机、切负荷及二者配合操作的控制措施的有效性的快速求解方法, 进而提出了基于安全域

的最优暂态稳定紧急控制方法, 该控制方法将控制措施量化为成本指标, 解决了紧急控制措施的有效性难以量化的难题。文献[54]基于安全域提出了同时考虑电力系统有功及无功的新型优化潮流模型与算法, 借助SSSR、SVSR和DSR, 综合考虑了系统的潮流约束、静态电压稳定约束和暂态稳定约束, 并利用电力系统的有功功率与支路角之间、无功功率与节点电压幅值之间的仿射关系, 建立了通过二次规划来求解优化潮流的算法, 显著提升了计算效率。文献[55]在电力系统日前调度中首次同时考虑了系统的潮流约束、静态电压稳定约束和暂态稳定约束, 为日前调度中有效处理安全性与经济性的矛盾提供了重要方法。文献[56]提出了基于安全域有功和无功定价模型及相应的求解算法, 首次系统解决了在节点定价中综合量化暂态稳定等复杂约束的难题。该模型利用CVSR和PDSR计及静态电压稳定约束和暂态稳定约束, 采用对有功生产成本和无功生产成本解耦优化-迭代的处理方法, 基于边际成本理论和库恩-塔克(KKT)优化条件, 对有功和无功功率分别定价, 并推导出了与各种安全约束相关的分量电价, 不仅便于考量预想事故集, 而且表达式的形式简明、物理意义清晰。文献[57]采用安全域方法建立了基于系统静态和动态安全性价值的电源、电网统一规划模型。文献[27,28]首次将安全域思想引入配电网无功优化中, 为智能配电网的无功和电压控制提供了重要的决策工具。下边给出一个具有超平面形式边界的安全域在输、配电网潮流协调优化中应用的例子。

应用示例: 具有超平面形式边界的安全域在输、配电网潮流协调优化中的应用。

随着间歇的、波动的和不确定的可再生分布式能源在智能配电网中渗透率的不断提高, 输、配电网能够通过改变自身状态影响联络线上功率, 这意味着输、配电网需要考虑联络线上功率的变化对彼此运行状态的影响。由此可知, 需要综合考虑全网内的资源来进行协调优化。

目前, 处理协调问题的方法主要有两类。一类为集中式优化方法[58]。虽然该方法可以得到优化结果, 但在应用时需要收集和处理全网数据, 数据维护难度和计算负担很大。另一类为分布式优化方法, 该方法将整个输、配电网潮流协调优化问题分解成若干个子问题进行优化, 求解速度较集中式方法有所增加[59]。但是每个子优化问题中的约束, 包括设备容量约束不等式、节点电压约束不等式、支路电流约束不等式和交流潮流方程

[类似式(25)~(28)所示],此时目标函数中的决策变量是发电功率注入,它们同节点电压和支路电流之间通过潮流方程非线性地关联着,致使各子优化问题和KKT条件的确定过程依然很复杂。

为解决已有方法存在的问题,文献[60]首次将具有超平面形式边界面的SSSR应用到整个输、配电网潮流协调优化的问题中,建立了输、配电网潮流协调优化方法。其特点如下:

(1) 根据输电网和其所供电的各片配电网的各自的拓扑结构和边界信息,生成的SSSR边界近似超平面表达式。考虑到该SSSR由网络拓扑结构唯一确定,与运行状态无关,所以对于其拓扑结构相对稳定的输电网,可以离线计算并在线调用其超平面表达式系数。对于辐射状配电网,可在线生成其超平面表达式,所需计算负担很小,可完全适应其拓扑频繁变化的要求。

(2) 以输、配电网整体供电成本最小为目标,用输、配电网各自的SSSR描述静态安全约束[如式(32)所示],并以此建立输、配电网潮流协调优化调度的分布式优化模型,其边界变量如图19所示。在所提方法的执行中,输、配电网只需根据网络间传递的边界节点电压、联络线功率和输电网出清电价(由KKT条件确定)即可完成优化工作。由于约束条件变成了决策变量的线性组合不等式,且目标函数与约束条件中的变量是一致的,致使每个输、配电网的优化过程和输电网与各配电网之间的KKT条件的确定变得极其简单。

为了验证所提算法的有效性,在给定输电网和配电网的网络拓扑的前提下,文献[60]首先将所提方法与集中式优化方法[58]作对比。其中,集中式方法在优化过程中基于交流潮流模型建立了非线性优化模型。两种方法优化后得到的运行总成本和计算时间如表1所示。可以看出,两种方法所得优化结果基本相同,但在计算时

间上有数量级的差别。

注6:

(1) 为了简要说明用超平面表达式求解安全域边界在电力系统优化中的优越性,本文只考虑了SSSR。如果考虑到其他安全约束,安全域方法的优势将更加突出。

(2) 算例1是一个改进的IEEE 24输电网,连接9个配电网。算例2是一个改进的IEEE 118输电网,连接20个配电网。算例3是一个改进的IEEE 300输电网,连接40个配电网。

(3) 鉴于输电网安全域边界由网络拓扑唯一确定,与运行状态无关,且其拓扑不会频繁变化,因而其安全域边界的系数可离线计算并存入数据库,在线使用时只需依据网络拓扑调用即可。而配电网安全域的系数需要实时计算,故在统计优化时间时,计入了配电网安全域的生成时间,而未计入输电网安全域的生成时间。

将本文所建议方法与两种常用的分布式方法,即交替方向乘子法(ADMM)[61]和最优条件分解法(OCD)[62]作对比。3种方法每次迭代过程中所消耗的平均优化时间如表2所示。可以看到,由于所建议方法是基于安全域方法建立输、配电网优化模型的,目标函数和约束条件中的变量是一致的,且约束条件是节点功率注入的线性组合不等式,各子问题的优化速度很快。

此外,3种方法完成一次优化潮流所需要的平均迭代次数如表3所示。由于在KKT条件的确定过程中需要利用各约束条件对应的拉格朗日乘子,考虑到ADMM法和OCD法在优化模型中的各约束条件的非线性,而所建议方法是采用SSSR线性描述约束条件,所以它们的迭代次数差异很大。

综上可知,由于整个输、配电系统完成一次潮流协调优化所需的总时间主要是由输电系统每次迭代过程所消耗的平均优化时间乘以完成一次潮流协调优化所需要

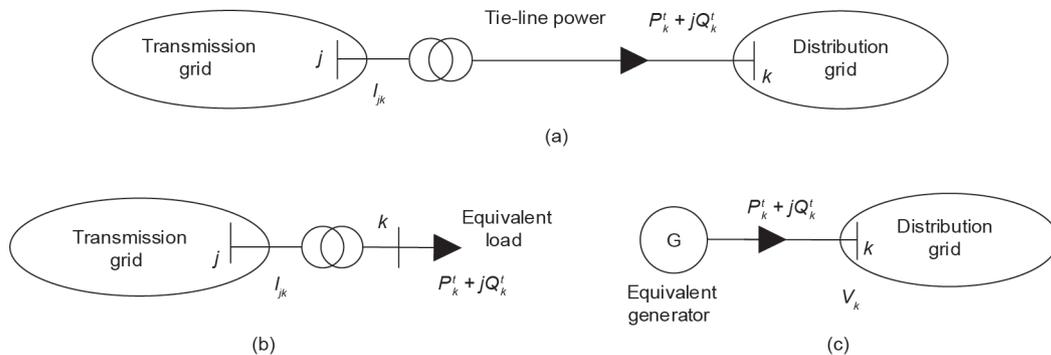


图19. 输、配电网的等值模型。(a) 全网等值模型; (b) 输电网的等值模型; (c) 配电网k的等值模型。

的平均迭代次数确定，而所提方法在上述两个因素上均具有明显优势，致使平均完成一次协调优化所需要的总时间可提高若干数量级（表4）。

此示例说明，本文所研究的具有超平面形式边界面的安全域，可成功地解决很大一类电力系统最优化问题中安全稳定约束难以处理的问题。

需要说明的是，算例1~3中所提方法生成输电网安全域所消耗的平均时间分别为1.67 s、6.3 s和45.1 s，这表明即使在统计优化时间中将其计入，也不影响与已有方法相比的优越性。

5.2. 安全域方法在电力系统概率安全评估中的应用

电力系统不断地经受各种扰动，如节点注入功率的波动、事故、元件停运等。若系统能够承受下一时刻各种可能的扰动，则系统是安全的。鉴于节点注入功率波

动、事故等扰动具有固有的不确定性，特别是海量风电、光伏发电的接入加剧了节点注入功率的不确定性，概率安全评估愈发重要。安全域方法应运而生，其基本任务即是考虑节点注入功率、事故等不确定性获取系统满足稳定约束的安全概率或一些关键状态变量的概率分布，以给出系统近期（如未来24 h内，每半小时甚至更短时段）的系统概率意义上的安全水平。

概率安全评估一般有模拟法与解析法。模拟法的基本原理是运用蒙特卡罗（Monte-Carlo, MC）仿真方法抽样生成海量的运行点，基于逐点法对运行点进行稳定性判定，即针对每个运行点单独进行一次仿真运算并判断其是否稳定，最终根据大数定律获取概率指标。该方法可以灵活考虑各种不确定性因素，但计算误差与试验次数的平方根成反比，为降低误差必须显著增加计算时

表1 各算例日运行总成本和计算时间的比较（见注6）

协调优化方法的类型	算例1		算例2		算例3	
	全日的总供电成本 (USD)	计算时间 (s)	全日的总供电成本 (USD)	计算时间 (s)	全日的总供电成本 (USD)	计算时间 (s)
集中式优化方法	8.937×10^5	260	6.072×10^6	734	3.48×10^7	3300
本文所建议方法	8.937×10^5	1.8	6.072×10^6	5.7	3.48×10^7	6.6

表2 每次求解优化模型所消耗平均时间的比较

协调优化方法的类型	电网类型	每次迭代的平均优化时间 (s)		
		算例1	算例2	算例3
ADMMM	输电网	4.5	33.2	189.4
	配电网	1.4	2.1	2.8
OCD	输电网	4.2	31.5	186.4
	配电网	1.1	1.9	2.2
本文所建议方法	输电网	0.6	1.1	1.4
	配电网	0.5	0.7	0.8

表3 完成一次优化潮流所需要的平均迭代次数

协调优化方法的类型	完成一次优化潮流所需要的平均迭代次数		
	算例1	算例2	算例3
ADMMM	17	40	76
OCD	12	29	61
本文所建议方法	3	3	3

表4 平均完成一次输、配电网潮流协调优化所需要的总时间

协调优化方法的类型	平均完成一次输、配电网潮流协调优化所需要的总时间 (s)		
	算例1	算例2	算例3
ADMMM	76.5	1 328.0	14 394.4
OCD	50.4	913.5	11 370.4
本文所建议方法	1.8	5.7	6.6

间,因此在概率安全评估中应用模拟法的计算负担相当大。解析法通过建立概率安全指标的评估模型或直接构建概率安全指标的解析式并求解来实现,例如,文献[3]基于Markov二层模型获取不安全时间的概率分布,文献[63]基于条件概率理论建立系统动态安全概率的解析式。与模拟法相比,解析法具有相对完整的理论,但在具体求解过程中计及节点注入功率的不确定性时,特别是针对既定故障同时考虑暂态稳定约束时,面临着艰巨的求解难题。在考虑节点注入功率的不确定性时,既定事故下系统满足暂态稳定约束的概率,即注入功率向量 \mathbf{y} 处于 Ω_d 之内的概率,可由下式表示。

$$\iint_{\mathbf{y} \in \Omega_d} \cdots \int f(y_1, y_2, \cdots, y_n) dy_1 dy_2 \cdots dy_n \quad (33)$$

式中, f 是 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 的概率密度函数。

若没有关于 Ω_d 的简单的数学描述,式(33)是一个极其复杂的 n 维功率注入空间上的 n 重积分,计算负担极其繁重。超平面形式的PDSR为破解该难题提供了强有力的工具,式(33)的计算可转换为对下式的求解:

$$\begin{aligned} \Pr\{\mathbf{y} \in \Omega_d(i_d, j_d, F_d)\} &= \Pr\left\{\sum_i^n \alpha_i P_i \leq 1\right\} \\ &= \int_{\mathbf{y}^e < 0} g(\mathbf{y}^e) d\mathbf{y}^e = 1 - G(\mathbf{y}^e) \end{aligned} \quad (34)$$

式中, $\mathbf{y} \in \Omega \subset \mathbf{R}^n \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i < 1$; $\mathbf{y}^e = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i - 1$; g 是 \mathbf{y}^e 的概率密度函数; G 是 \mathbf{y}^e 的概率分布函数。

因此,计算得到了极大程度的简化,求解式(34)的关键在于获取 \mathbf{y}^e 的概率密度函数,即 $g(\mathbf{y}^e)$ 。无论节点注入功率是否相关,均可找到有效的方法在满足计算精度的前提下进行快速求解,如半不变量与级数相结合的方法、点估计法等。

较早的研究显示,与模拟法相比:

(1) 超平面形式的PDSR的应用使得式(33)的计算效率提升了 1×10^4 倍(单机计算新英格兰算例系统[64]);

(2) 鉴于式(33)是Markov二层模型中最为基本的运算单元,面临计及各种状态所致的维数灾难时,超平面形式的PDSR的应用以及超平面系数可以离线计算、在线应用的典型特征,使得计算效率提升了 1×10^6 倍(单机计算新英格兰算例系统,枚举到N-3)[65]。

放眼高性能计算快速发展的今天,为超平面形式

的安全域大幅提升概率安全评估的计算效率提供了无限可能。伴随具有不确定性的海量分布式资源的接入,概率分析方法日益扮演更为重要的角色,在各种优化问题中也更需计及节点注入的不确定性,超平面形式的安全域无疑提供了强有力的工具,具有广阔的应用空间。

5.3. 安全域方法在电力系统安全监控可视化中的应用

基于功率注入空间上PDSR和割集功率空间上CVSR的成果,已成功开发了电力系统安全域的可视化系统[48]。鉴于可视化只能在三维或二维空间上实现,该系统利用安全域在三维或二维功率注入子空间上的断面,显示暂态稳定和电压稳定边界来提高电力系统的可观测性,可以帮助调度人员或运行规划人员识别重要预想事故、由电压和功角稳定约束所限定的功率传输水平以及系统安全裕度等。图20(a)、(b)分别是CVSR和PDSR在三维功率注入子空间上的断面的可视化示例,图20(a)中的透明断面对应的是CVSR超平面边界,图20(b)中的透明断面对应的是PDSR超平面边界(其中每个透明断面对应一个预想事故,它们所包围部分的交集是安全域)。这些可视化图像可增加运行人员对所处境遇(如对电压不稳定、暂态不稳定或连锁停运危险即将来临的处境)的知晓,增强态势感知能力,便于运行人员及时做出反应,以预防大停电的发生。

6. 结论

在电力系统安全性与稳定性的研究中,开创并显著推进了(与传统逐点法截然不同的)安全域方法学,主要的原创性成果如下。

(1) 在安全域的组成及其动力学性质方面:

- 混沌出现于SDSR的Hopf分岔临界面之外。发现了混沌诱发不稳定、崩溃的几种方式。既然电力系统的安全运行不容许Hopf分岔出现,所以综合安全域研究中也就不需再计及混沌。

- 模型和参数对SDSR边界的一些影响规律。例如,负荷中感应电动机的存在可能使得系统在参数变化导致鞍结分岔类型的电压失稳之前不出现Hopf分岔;不是所有的鞍结分岔点都是SDSR边界面 $\partial\Omega_{SD} \cap \{\text{SNBs}\}$ 上的点,所以当负荷中感应电动机所占比重较大时,通过时域仿真确定鞍结分岔点的性质对最终确定SDSR边界非常必要。

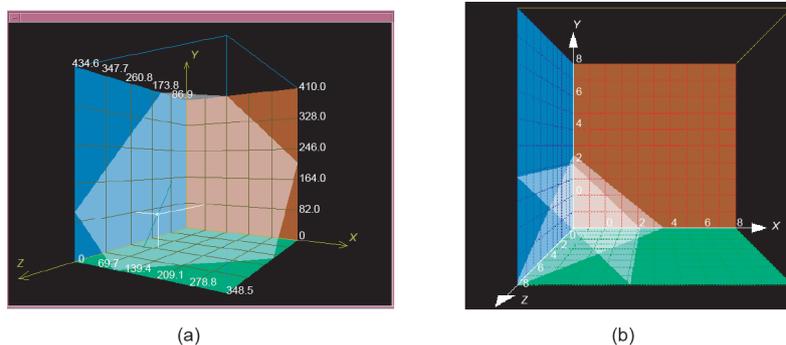


图20. 安全域在三维功率注入子空间上的可视化。(a) 既定网络的CVSR; (b) 两个预想事故下系统PDSR的交集。

- 暂态稳定不稳定平衡点的类型与暂态功角稳定临界割集数目之间的定量关系。若系统的不稳定平衡点是 k 型双曲的, 则网络中必存在 k 个临界割集与之对应, 这些临界割集将系统分割成 k 个临界节点群(即 k 个失稳发电机群)和一个非临界节点群(即一个非失稳发电机群), 它们对应 k 个失稳模态。

(2) 在安全域的几何学与拓扑学特征方面。对于既定的网络拓扑结构(及其演变过程)和既定的系统参数, 在工程实际关心的范围内, 在功率注入空间和决策空间上保证潮流安全的SSSR、在功率注入空间上保证暂态稳定的DSR、在发电功率注入空间上保证静态电压稳定的SVSR(由鞍节分岔点组成)以及在功率注入空间确保小扰动稳定的SDSR(由Hopf分岔点组成), 均具有如下特征:

- 当仅考虑(仅关心)从正常初始运行点以准稳态的形式缓慢增长(向外连续扩展)并且首次遇到安全域边界所包围的范围时, 定义在功率注入空间和决策空间上的安全域是唯一的和连通的, 与运行状态无关。

- 其内部无空洞, 即安全范围仅由边界限定。

- 其边界是分片光滑的, 这些光滑曲面交界处发生突变的原因, 对于动态安全域边界来说, 是每个光滑曲面具有不同的失稳模态(临界割集), 对于SDSR边界来说, 是每个光滑曲面具有不同的分岔类型或不同的主导振荡模式。

- 其边界可以用一个或少数几个超平面近似描述。相应的安全性约束的数学描述是功率注入变量组成的线性组合不等式。鉴于其与运行状态无关, 可以离线计算并存储其超平面系数, 供在线使用。

(3) 基于功率注入空间上超平面形式的实用安全域及其不随运行状态变化而变化的特征, 发掘了其在电力系统安全监视、概率安全(风险)评估和优化中具有如下超强的优势:

- 将全部安全约束均表示为优化问题的决策变量(即节点功率注入)的线性组合不等式, 这使得在电力系统优化中可以容易地同时计及各种安全稳定约束条件, 且优化算法简易, 在线计算速度按数量级提升, 从而成功地解决了电力系统最优化问题中安全稳定约束难以处理的很大一类问题, 如输配电网协同优化潮流、安全成本优化(最优安全控制)、紧急控制和安全约束机组启停等。

- 基于安全域边界的超平面表示, 已从数学上把概率安全性评估中 n 维变量的概率密度函数的 n 重积分问题转化为一维概率分布函数的阈值比较问题, 从而使电力系统在线概率安全评估的计算量降低几个数量级。面向未来, 它将成为智能电网中海量不确定性分布式电源分析中强有力的工具。

- 易于实现可视化和快速确定安全裕度, 是态势感知的有力工具。

(4) 发明了快速计算实用SSSR(输、配电)、DSR、SVSR和CVSR边界超平面的解析法, 这些方法同通过大量仿真取得临界点再拟合超平面的做法相比, 大大提高了计算速度, 而且能够满足工程需要的精度。

- 对于输电网和配电网已通过交流潮流的灵敏度矩阵给出了它们的SSSR边界超平面系数的表达式, 同时推荐了快速寻求边界上的一个基准临界点的方法。其中, 树状配电网SSSR边界超平面系数可基于网络拓扑结构和线路阻抗生成, 算法极其简便快捷, 可适应拓扑频繁变化的智能配电网在线实时分析的需要。同时, 由于超平面表达式是基于交流潮流模型推导而来, 超平面系数能够同时反映节点的有功功率注入和无功功率注入对节点电压和线路电流的影响, 更符合配电网有功功率、无功功率的耦合特性。

- 推导出了PDSR边界超平面的解析表达式, 并为PDSR直接法中快速搜索一个基准临界点提供了方法。

• 建立了计算SVSR边界的“混合法”，并在此基础上，提出了一种新的追踪高维发电注入空间中潮流可行域 L_1 范数最远边界点的算法，该算法避免了频繁启动连续潮流计算，其结果的多解性也被用来进一步检验潮流可行域边界所具有的近似超平面的性质。

• 基于在短路故障清除时刻，电力系统动态模型的可达性格纳姆矩阵元素在初始运行点附近近乎不变的性质，将基于 k -中心点算法的同调识别和初加速度法相结合，给出了快速识别初始运行点附近的暂态稳定失稳模态（从而识别临界割集）的方法。

• 建立了与电网网架结构相对应的图模型，并应用谱聚类算法确定电力系统静态电压稳定相关群的分区（非弱节点集和弱节点集，即临界割集）的方法，用以确定需要重点关注的CVSR。

Compliance with ethics guidelines

Yixin Yu, Yanli Liu, Chao Qin, and Tiankai Yang declare that they have no conflict of interest or financial conflicts to disclose.

Nomenclature

SR	安全域
DSR, Ω_d	动态安全域
IGSR, Ω	综合安全域
SSSR, Ω_{SS}	静态安全域
PSSR	实用静态安全域
SVSR, Ω_{SV}	保证静态电压稳定性的安全域
THSR, Ω_T	保证线路热稳定约束的安全域
CVSR	割集功率空间上保证静态电压稳定性的安全域
SDSR, Ω_{SD}	保证小扰动稳定性的安全域
PSDSR	保证小扰动稳定性的实用安全域
PDSR	实用动态安全域
CDSR	割集功率空间上的动态安全域
AC	交流
HVAC	高压交流
DC	直流
$\Omega_{T,i}^*$	与支路 i 的热稳定约束相关的安全域
Ω_V	保证节点电压不越限的安全域
$\Omega_{V,i}^*$	与节点 i 电压约束相关的安全域

$\partial\Omega_{SD}$	SDSR的边界
$\partial\Omega_{SD}(SNB)$	SDSR的SNB边界
$\partial\Omega_{SD}(H)$	SDSR的Hopf分岔边界
$\partial\Omega_d$	DSR的边界
HP	超平面
HB	Hopf分岔
SNB	鞍结分岔
SIB	奇异诱导分岔
LIB	限值诱导分岔
PEBS	势能界面法
SEP	稳定平衡点
UEP	不稳定平衡点
CUEP	相关不稳定平衡点
TTC	最大输电能力
CPF	连续潮流
DAE	微分代数方程
IM	感应电动机
SVC	静止无功补偿
DFIG	双馈风力发电机
PV	光伏发电
QP	二次规划
KKT	Karush-Kuhn-Tucker条件
OCD	最优条件分解法
n_b	支路总数
n_g	发电机节点总数
$G \triangleq \{0, 1, 2, \dots, n_g\}$	发电机节点集合
$L \triangleq \{n_g + 1, \dots, n\}$	负荷节点集合
$N \triangleq \{0, 1, 2, \dots, n\}$	所有节点的集合
$B \triangleq \{1, 2, \dots, n_b\}$	所有支路的集合
P_i	节点 i 的有功功率注入
Q_i	节点 i 的无功功率注入
V_i	节点 i 的电压幅值
V_j	节点 j 的电压幅值
θ_i	节点 i 的电压相角
θ_j	节点 j 的电压相角
θ_{ij}	支路 ij 的支路角
$P_{L,i}$	临界割集中线路 i 的有功潮流
$Q_{L,i}$	临界割集中线路 i 的无功潮流
G_{ij}	节点导纳矩阵的第 i 行第 j 列元素的实部
B_{ij}	节点导纳矩阵的第 i 行第 j 列元素的虚部
P_i^m	节点 i 的有功功率注入下限
P_i^M	节点 i 的有功功率注入上限

Q_i^m	节点 <i>i</i> 的无功功率注入下限
Q_i^M	节点 <i>i</i> 的无功功率注入上限
V_i^m	节点 <i>i</i> 的电压幅值下限
V_i^M	节点 <i>i</i> 的电压幅值上限
I_i^M	支路 <i>i</i> 允许传输的最大电流
θ_{ij}^M	支路角 θ_{ij} 的上限
\mathbf{x}^m	\mathbf{x} 的下限
\mathbf{x}^M	\mathbf{x} 的上限
δ_{\max}	发电机相角差的最大允许值
I_{P_i}	在 $V_i \approx 1, \forall i \in N$ 场景下, 节点 <i>i</i> 的有功电流注入
I_{Q_i}	在 $V_i \approx 1, \forall i \in N$ 场景下, 节点 <i>i</i> 的无功电流注入
\mathbf{R}	实数域
I_k	支路 <i>k</i> 的电流
ΔV_k	支路 <i>k</i> 的电压降
Y_k	支路 <i>k</i> 的导纳
$\delta_{ij}^k(t)$	预想事故 <i>k</i> 下, 第 <i>t</i> 时刻, 发电机 <i>i</i> 和发电机 <i>j</i> 之间的相角差
\mathbf{P}	节点有功注入功率向量
\mathbf{Q}	节点无功注入功率向量
\mathbf{P}_G	发电机有功注入功率向量
\mathbf{Q}_G	发电机无功注入功率向量
\mathbf{P}_L	负荷节点有功注入功率向量
\mathbf{Q}_L	负荷节点无功注入功率向量
\mathbf{I}_P	节点有功电流注入向量
\mathbf{I}_Q	节点无功电流注入向量
\mathbf{H}_P	有功发电成本函数二次项系数矩阵
\mathbf{H}_Q	无功发电成本函数二次项系数矩阵
\mathbf{f}_P	有功发电成本函数一次项系数向量
\mathbf{f}_Q	无功发电成本函数一次项系数向量

References

- [1] Bergen AR. Power systems analysis. New Jersey: Prentice-Hall Inc.; 1986.
- [2] Kundur P. Power system stability and control. New York: McGraw-Hill; 1994.
- [3] Wu FF, Tsai YK, Yu YX. Probabilistic steady-state and dynamic security assessment. IEEE Trans Power Syst 1988;3(1):1-9.
- [4] Wu FF, Tsai YK. Probabilistic dynamic security assessment of power systems: part I-basic model. IEEE Trans Circ Syst 1983;30(3):148-59.
- [5] Kaye RJ, Wu FF. Dynamic security regions of power system. IEEE Trans Circ Syst 1982;29(9):612-23.
- [6] Liu CC. A new method for the construction of maximal steady-state security regions of power systems. IEEE Trans Power Syst 1986;1(4):19-26.
- [7] Yu Y. Security regions of power system. Beijing: China Electric Power Press; 2014. Chinese.
- [8] Araposthatis A, Sastry S, Varaiya P. Analysis of power-flow equation. Int J Electr Power Energy Syst 1981;3(3):115-26.
- [9] Liu CC, Wu FF. Analysis of small disturbance stability regions of power system models with real and reactive power flows. Proceedings of the 1984 American Control Conference; 1984 Jun 6-8; San Diego, CA, USA, 1984.
- [10] Wu FF, Kumagai S. Steady-state security regions of power systems. IEEE Trans Circ Syst 1982;29(11):703-11.
- [11] Yu YX, Feng F. Active power steady-state security region of power system. Sci China Ser A 1990;33(12):664-72. Chinese.
- [12] Yu Y, Huang C, Feng F. A study on reactive power steady-state security regions. Electr Mach Power Syst 1989;17(3):155-66.
- [13] Yu Y, Luan W. Practical dynamic security regions of power systems. Proc Chin Soc Elect Eng 1990;10(Suppl 1):22-8. Chinese.
- [14] Fei F, Yu Y. Differential topological characterizations of the dynamic security region of power systems. Proc EPSA 1991;3(1):48-59.
- [15] Makarov YV, Lu S, Guo X, Gronquist J, Du P, Nguyen TB, et al. Wide area security region. Final report. Richland: Pacific Northwest National Lab; 2010 Mar. Report No.: PNNL-19331. Contract No.: AC05-76RL01830.
- [16] Venkatasubramanian V, Schattler H, Zaborszky J. Analysis of local bifurcation mechanisms in large differential-algebraic systems such as the power system. In: Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control; 1993 Dec 15-17; San Antonio, TX, USA. p. 3727-33.
- [17] Yu Y. Security region of bulk power system. In: Proceedings of the 2002 International Conference on Power System Technology; 2002 Oct 13-17; Kunming, China. p. 13-7.
- [18] Yu Y. Review of study on methodology of security regions of power system. J Tianjin Univ 2008;41(6):635-46. Chinese.
- [19] Yu Y, Chen L. Power system security and stability. Beijing: Science Press; 1988. Chinese.
- [20] Yu Y, Wang C. Theory and method on the stability of electrical power system. Beijing: Science Press; 1999. Chinese.
- [21] Yu YX, Jia HJ, Wang CS. Chaotic phenomena and small signal stability region of electrical power systems. Sci China Ser E 2001;44(2):187-99.
- [22] Jia H, Yu Y, Li P, Su J. Relationships of power system chaos and instability modes. Proc Chin Soc Elect Eng 2003;23(2):1-4.
- [23] Zaborszky J, Venkatasubramanian V. Application of taxonomy theory, volume 1: computation a Hopf bifurcation-related segment of the feasibility boundary. Final report. Palo Alto: Electric Power Research Inst.; 1995 Oct. Report No.: EPRI-TR-105492-V1.
- [24] Li P. From equilibrium to oscillation, dissertation. Tianjin: Tianjin University; 2004. Chinese.
- [25] Yu Y, Fan J, Feng F. Relationship between the number of critical cut-sets and the type of unstable equilibrium point with respect to transient angle stability. Proc Chin Soc Elect Eng 2006;26(8):1-6. Chinese.
- [26] Guo C, Yu Y. Boundary of thermal security region in decision making space of power system. Autom Electr Power Syst 2013;37(18):42-7. Chinese.
- [27] Yang T, Yu Y. Static voltage security region-based coordinated voltage control in smart distribution grids. IEEE Trans Smart Grid 2018;9(6):5494-502.
- [28] Yang T, Yu Y. Steady-state security region-based voltage/var optimization considering power injection uncertainties in distribution grids. IEEE Trans Smart Grid 2019;10(3):2904-11.
- [29] Xiao J, Gu W, Wang C, Li F. Distribution system security region: definition, model and security assessment. IET Gener Transm Distrib 2012;6 (10):1029-35.
- [30] Zeng Y, Fan JC, Yu YX, Lu F, Fang YG. Practical dynamic security regions of bulk power systems. Autom Electr Power Syst 2001;25(16):6-10. Chinese.
- [31] Yu Y, Lin J. Practical analytic expression of power system dynamic security region's boundary. J Tianjin Univ 1997;30(1):1-8. Chinese.
- [32] Zeng Y, Yu Y, Jia H, Lee ST, Zhang P. Computation of dynamic security region based on active power perturbation analysis. Autom Electr Power Syst 2006;30(20):5-9. 31. Chinese.
- [33] Liang M, Yu Y, Lee ST, Zhang P. Identification method of instability modes and its application in dynamic security region. Autom Electr Power Syst 2004;28(11):28-32. Chinese.
- [34] Yu YX, Zeng Y, Feng F. Differential topological characteristics of the DSR on injection space of electrical power system. Sci China Ser E 2002;45(6):576-84. Chinese.
- [35] Yu YX, Feng F. Dynamic security regions of power system critical cutsets. In: Proceedings of the 5th National Conference on Electrical Mathematics; 1995 Nov 23-30; Kunming, China; 1995. Chinese.
- [36] Fan J, Yu Y. Transient stability-constrained power transfer limit of a critical cutset and generation economic dispatching. Autom Electr Power Syst 2003;27(17):4-7. 88. Chinese.
- [37] Yu Y, Dong C, Lee ST. Practical dynamic security region in complex power injection space. J Tianjin Univ 2006;39(2):129-34. Chinese.
- [38] Fan J, Yu Y. Study on practical dynamic security regions of AC/DC parallel systems. Proc Chin Soc Elect Eng 2005;25(23):19-24. Chinese.
- [39] Qin C, Liu Y, Yu Y. Dynamic security region of power systems with double fed induction generator. Trans China Electrotech Soc 2015;30(18):157-63. Chinese.
- [40] Fang W, Liu H, Qin T, Wang J, Feng Z. Dynamic security region with large-scale photovoltaic plant. Electr Power Autom Equip 2019;39(3):189-93. 99. Chinese.
- [41] Yu Y, Su J, Jia H, Li P. Study on visualization of voltage stability feasible region of bulk power system. Autom Electr Power Syst 2001;25(22):1-5. Chinese.
- [42] Han Q, Yu Y, Li H, Jia H, Li P, Lee ST, et al. A practical boundary expression of

- static voltage stability region in injection space of power systems. *Proc Chin Soc Elect Eng* 2005;25(5):8–14. Chinese.
- [43] Han Q, Yu Y, Jia H, Li P, Lee ST, Zhang P. Analytical forms of boundaries of static voltage stability region with nonlinear terms. *Autom Electr Power Syst* 2005;29(11):10–4. Chinese.
- [44] Yu Y, Li P, Sun Q, Jia H. Study on topological properties of boundary of power flow feasibility region and algorithm for boundary computation. *Autom Electr Power Syst* 2006;30(10):6–11. Chinese.
- [45] Yu Y, Li P, Jia H. Computing the boundary of the power flow feasible region based on the hybrid method. *Autom Electr Power Syst* 2004;28(13):18–25. Chinese.
- [46] Wang C, Xu X, Yu Y, Wei W, Lee ST, Zhang P. Visualization of power system static voltage stability region in cut-set space. *Proc Chin Soc Elect Eng* 2004;24(9):13–8. Chinese.
- [47] Li H, Yu Y, Han Q, Su J, Zhao J, Lee ST, et al. Practical boundary of static voltage stability region in cut-set power space of power systems. *Autom Electr Power Syst* 2005;29(4):18–23. Chinese.
- [48] Zhao J, Yu Y, Jia H, Li P, Niu B, Yang Y, et al. Visualization of the static voltage stability region in cut-sets space of power systems. *Autom Electr Power Syst* 2005;29(5):56–61. Chinese.
- [49] Zhao J, Yu Y. Determination of power system voltage stability regions and critical sections. *Autom Electr Power Syst* 2008;32(17):1–5.
- [50] Sun Q, Yu Y, Li P, Jia H. Topological characteristics of power system small signal stability region in critical oscillation modes. *Autom Electr Power Syst* 2007;31(15):6–10. Chinese.
- [51] Qin C, Yu Y. Small signal stability region of power systems with DFIG in injection space. *J Mod Power Syst Clear Energy* 2013;1(2):127–33.
- [52] Yu Y, Zhao Y, Liu H, Zeng Y. Power system security cost optimization based on practical dynamic security region. *Proc Chin Soc Elect Eng* 2004;24(6):13–8. Chinese.
- [53] Yu Y, Liu H, Zeng Y. A novel optimization method of transient stability emergence control based on practical dynamic security region (PDSR) of power systems. *Sci China Technol Sci* 2004;47(3):376–84.
- [54] Binkou A, Yu Y, Sun G. Security region based real and reactive power optimization of power systems. *Proc Chin Soc Elect Eng* 2006;26(12):1–10.
- [55] Yu Y, Qin C. Security region based security-constrained unit commitment. *Sci China Technol Sci* 2013;56(11):2732–44.
- [56] Yu Y, Wang YJ. Security region based real and reactive power pricing of power system. *Sci China Technol Sci* 2008;51(12):2095–111.
- [57] Yu Y, Wang J, Lv X. Security value based expansion planning of power system with integration of large-scale wind power. *Sci China Technol Sci* 2012;55(7):1908–22.
- [58] Irisarri G, Kimball LM, Clements KA, Bagchi A, Davis PW. Economic dispatch with network and ramping constraints via interior point methods. *IEEE Trans Power Syst* 1998;13(1):236–42.
- [59] Bazrafshan M, Gatsis N. Decentralized stochastic optimal power flow in radial networks with distributed generation. *IEEE Trans Smart Grid* 2016;8(2):787–801.
- [60] Yang TK. Steady-state security region based optimal power flow, dissertation. Tianjin: Tianjin University; 2019. Chinese.
- [61] Erseghe T. Distributed optimal power flow using ADMM. *IEEE Trans Power Syst* 2014;29(5):2370–80.
- [62] Khodr HM, Martínez-Crespo J. Integral methodology for distribution systems reconfiguration based on optimal power flow using benders decomposition technique. *IET Gener Transm Distrib* 2009;3(6):521–34.
- [63] Yu Y, Wang D. Dynamic security risk assessment and optimization of power transmission system. *Sci China Technol Sci* 2008;51(6):713–23.
- [64] Liu Y, Yu Y. Probabilistic steady-state and dynamic security assessment of power transmission system. *Sci China Technol Sci* 2013;56(5):1198–207.
- [65] Liu Y, Yu Y. Transient stability probability of a power system incorporating a wind farm. *Sci China Technol Sci* 2016;59(6):973–9.