



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Engineering

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/eng](http://www.elsevier.com/locate/eng)



Research  
Precision Engineering—Article

## 立体偏转测量系统几何参数的性能分析与评价

徐永佳, 高峰\*, 蒋向前

EPSRC Future Advanced Metrology Hub, University of Huddersfield, Huddersfield HD1 3DH, UK

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 26 April 2018

Revised 14 September 2018

Accepted 29 October 2018

Available online 3 November 2018

#### 关键词

光学测量

误差分析

立体偏转测量

三维形貌测量

性能评估

模拟

### 摘要

本文提出了一种新颖的几何参数分析方法,以提高立体偏转系统的测量精度。立体偏转测量可用于获得自由曲面的三维形貌信息。基于立体偏转测量的测量系统通常由条纹显示屏、主相机和参考相机组成。立体偏转测量系统组件的布置对于实现高精度测量十分重要。本文分析和评估了立体偏转测量系统的4个几何参数:主相机与被测物体表面之间的距离、主相机光线与被测表面法线之间的角度、条纹显示屏与被测物体之间的距离,以及主相机和参考相机之间的角度。本文通过模拟和实验数据对这些几何参数对测量精度的影响进行了验证。实验结果证实了这些参数对测量精度的影响。基于本文所提出的分析方法,一个立体偏转系统被搭建并且被用于测量一个标准的凹面镜。通过与凹面镜的给定表面参数进行比较,该系统的全局测量精度可达154.2 nm。

© 2018 THE AUTHORS. Published by Elsevier LTD on behalf of Chinese Academy of Engineering and Higher Education Press Limited Company This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

## 1. 引言

为了对具有漫射表面的物体进行三维(3D)测量,科学家已经研究了大量光学测量技术[1–3]。然而,镜面测量仍然是一个挑战。干涉法是一种高精度测量反射表面的常用方法,但是它对环境噪声非常敏感[4]。此外,由于测量原理的限制,干涉法不能测量具有大梯度(陡边)的自由曲面。立体偏转测量是一项测量自由曲面的重要技术。该技术由于具有非接触、全场测量和高精度等优点,在最近几年得到了广泛的研究[5–8]。立体偏转测量系统通过系统中各组件的几何关系来获得测试表面的梯度信息,并通过对梯度信息的积分计算来获得测试对象的重建形状[9,10]。因此,梯度信息的计算

精度和组件的几何参数是影响立体偏转测量精度的重要因素。

为了提高立体偏转系统的测量精度,科学家已经进行了大量研究。科学家讨论了组件与理想的成像模型相比的不完美性能的影响,并且研究了几种抑制组件缺陷的方法。Petz和Fischer[11]研究了显示屏误差源的影响,包括显示屏的平面误差、折射效应和彩色显示问题。Xu等[12]提出了一种成像模型,并分析了系统屏幕像素大小和屏幕上条纹周期数对采样相位误差和法向计算误差的影响。相位测量在立体偏转测量技术中至关重要。然而,诸如电子噪声之类的误差源导致了随机相位误差和非线性相位误差。Yue等[13]提出了一种消除偏转测量系统中非线性相位误差的方法。Wu等[14]将条纹投影

\* Corresponding author.

E-mail address: [F.Gao@hud.ac.uk](mailto:F.Gao@hud.ac.uk) (F. Gao)

测量系统中的几种误差消除方法应用于偏转测量系统,以减少随机噪声和非线性响应噪声。影响立体偏转系统测量精度的另一个重要方面是系统标定精度。有一类标定方法需要使用额外的设备,如标定靶[15,16]、带有特殊标记的平面镜[17-19],以及额外的显示器或相机[20,21]。但是,这类方法有可能会从标定设备中引入新的误差源。因此,Werling [22]和Xiao等[23]探索了一种仅通过使用无标记的平面镜来计算偏转测量系统中各组件相对几何关系的标定方法。立体偏转测量系统的常规标定方法[24-28]要分别完成相机标定和系统标定。首先进行相机标定,然后根据相机标定结果计算系统几何参数。然而,相机标定过程和系统标定过程所使用的目标函数不同,这导致系统中所有参数在组合时出现不一致。此外,相机标定误差会传递到系统标定过程中,导致更大的标定偏差。为了消除不同标定过程中的误差传播和不一致性,近年来科学家开始研究整体标定技术。例如,Olesch等[29]和Faber等[30,31]研究了立体偏转测量系统的自标定方法。Ren等[32]研究了用于标定立体偏转测量系统的迭代优化算法。Xu等[33]提出了一种基于迭代畸变补偿算法的系统标定方法。除上述误差源之外,偏转测量系统组件的布置也会影响系统性能。几何参数的性能分析对基于三角测量原理的任何光学测量系统都是至关重要的。Zhang等[34]研究了基于条纹投影的三维测量系统的性能分析,Zhao等[35]分析了4个系统几何参数对直接相位偏转测量(DPMD)系统的影响。虽然上述方法涉及系统几何参数的开发与优化,但他们的研究内容并未充分涵盖立体偏转测量技术。

为了提高测量精度,本文提出了一种新的用于立体偏转测量系统的几何参数分析方法。这种方法分析了立体偏转测量系统的4个几何参数:被测表面法线与相机光线之间的角度、被测表面与相机之间的距离、被测表面与条纹显示屏之间的距离以及相机之间的角度。

## 2. 原理和分析

立体偏转测量系统通常由显示编码图案的液晶显示器(LCD)屏幕和两个CCD(电荷耦合器件)相机组成。立体偏转测量系统的测量原理如图1所示。屏幕依次显示具有特定相位移动的正弦条纹图案。相机同步捕获被测表面反射的图案。由于屏幕所显示的条纹图是相互垂直的,可以通过使用相位折叠和展开方法来获取每个相机的两个正交绝对相位图。对于空间中的任意点( $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ……),可以通过相机标定来计算它们在相机图像平面上的像。通过利用屏幕上的绝对相位值和物理坐标之间的对应关系,可以获得条纹显示屏上的对应点。因此,可以从由空间中的点、相机图像平面上的对应点和屏幕上的对应点组成的三角几何关系获取空间点的等效法线。在测量过程中,一台相机充当主相机,沿主相机的相机光线搜索空间中的点;另一台相机是参考相机,来自该相机的数据可用于协助判断搜索的空间点位置。因为由主相机和参考相机计算出的被测表面点的法向量应该重叠,因此可以通过搜索空间点并匹配主相机和参考相机的法向量获得被测表面的梯度信息的初始三维数据。通过对获得的梯度信息进行积分可重建被测表面的

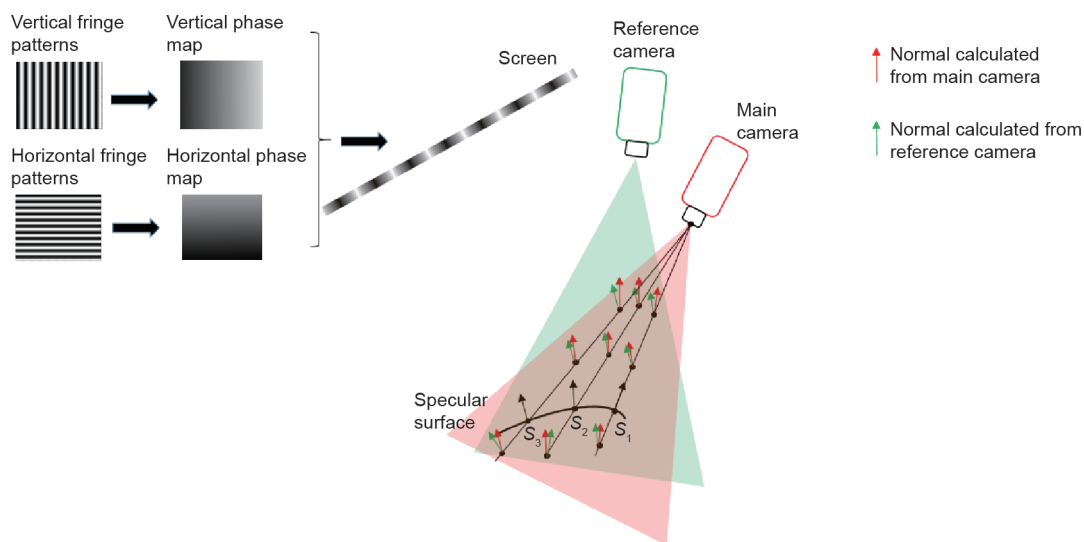


图1. 立体偏转系统的测量原理。

形貌[9,10]。

影响立体偏转测量系统测量精度的误差源主要有3种：标定误差、相位误差和梯度计算误差。其他误差源通过影响这3个误差源来影响测量精度。图2展示了立体偏转测量系统中相关元件的分布。在该图中， $L_d$ 是主相机和被测物体表面之间的距离； $\gamma$ 表示主相机光线和被测表面法线 $n$ 之间的角度； $L_s$ 表示条纹显示屏和被测物体表面之间的距离；主相机和参考相机之间的角度表示为 $\theta$ 。图3中分析了几何参数 $\gamma$ 、 $L_s$ 、 $L_d$ 和 $\theta$ 对上述3个误差源和总体测量精度的影响。这4个参数在几何中相互独立。图3说明了几何参数和误差源之间的关系。在该图中，箭头尾部的因素影响箭头处因素。这些几何参数各自影响梯度计算精度。立体偏转测量法基于系统中相机和条纹显示屏之间的相对几何关系来测量镜面的形貌数据，因此对系统进行标定以确定系统中组件的空间位置十分重要。图3中的calibration accuracy（标定精度）指的是标定过程的准确性，而标定精度受相位误差的影响[33]。因为系统中的相机

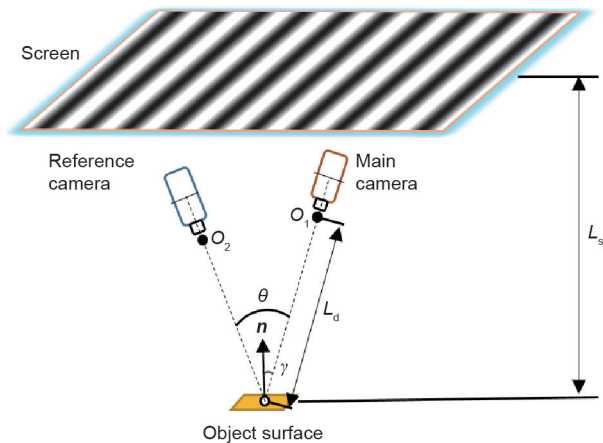


图2. 立体偏转系统的元件分布。 $O_1$ 和 $O_2$ 分别是主相机和参考相机的光学中心。

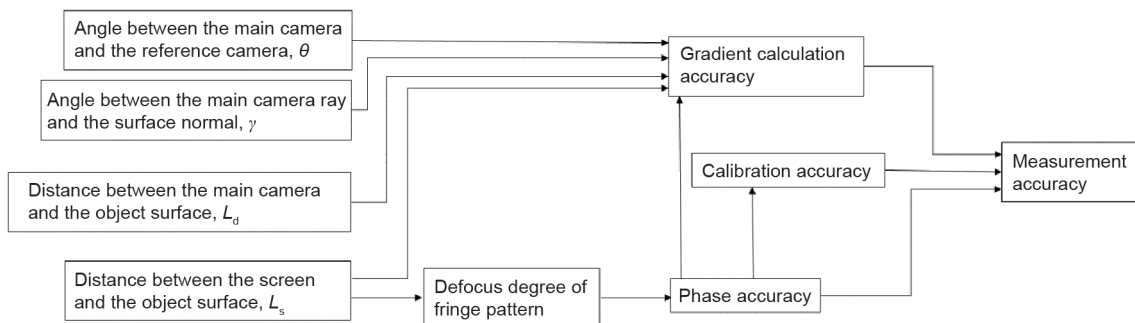


图3. 几何参数和误差源的关系。

聚焦在被测物体上，所以相机在屏幕上采集的条纹图案是离焦的。 $L_s$ 影响条纹图案的离焦程度，并导致相位误差的变化。因此， $L_s$ 对标定精度有影响。尽管屏幕和物体之间的距离通过影响条纹图案的离焦程度进而影响梯度计算精度，但是相位精度产生的影响与其他几何参数产生的影响是相互独立的。因此，几何参数对测量精度的影响是相互独立的。图4说明了误差错误分析过程的总体流程图。本文首先研究了4种误差模型来对4个几何参数进行理论分析；然后通过修改测量条件进行的模拟和实际实验来验证分析的结论；最后，获得一个关于这些几何参数的适当组合。

### 2.1. $\gamma$ 的影响

偏转测量系统中的相机可以通过被测表面的反射直接采集显示屏的图像。相机成像平面、被测表面和镜像显示屏的相对位置如图5所示。基于针孔模型，镜像显示屏上的点 $P'_L$ 被相机采集。 $P'_L$ 在相机成像平面上的像为 $I$ 。 $\delta P'_L$ 和 $\delta I$ 分别表示由镜像屏幕和成像平面上的相位误差引起的位置不确定度。当被测表面位于Surface 1时，该表面垂直于相机光线。 $\delta P'_L$ 在测量表面上引起了大小为 $\delta S_1$ 的不确定度；当测量表面位于的Surface 2时， $\gamma$ 不等于0，由被测表面上的 $\delta P'_L$ 引起的大小为 $\delta S_2$ 的不确定度可描述如下：

$$\delta S_2 = \frac{1}{\cos\gamma} \delta S_1 = \frac{1}{(1 + L_s/L_d)\cos\gamma} \delta P'_L \quad (1)$$

沿Z轴的不确定度 $\delta Z$ 可以根据如下公式计算：

$$\delta Z = \frac{\tan\gamma}{(1 + L_s/L_d)} \delta P'_L \quad (2)$$

根据等式（1）和等式（2），显然 $\delta S_2$ 和 $\delta Z$ 随着 $\gamma$ 的增加而增加。

## 2.2. $L_s$ 的影响

为了说明 $L_s$ 的影响,如图6所示,立体偏转测量系统的屏幕首先放在 $D$ 位置,然后移动到 $D'$ 位置,如图6所示。 $I$ 是显示屏上点 $P$ 通过被测表面反射在相机成像平面上的像。根据反射定律,可以基于入射光线 $PS$ 和反射光线 $SI$ 计算被测表面的法线 $\mathbf{n}$ 。由于相位误差的影响, $P$ 的位置不确定度为 $\delta P$ 。当屏幕分别位于 $D$ 和 $D'$ 时, $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 是受 $\delta P$ 影响计算得到的法向值; $\alpha_1$ 表示 $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}$ 之间的

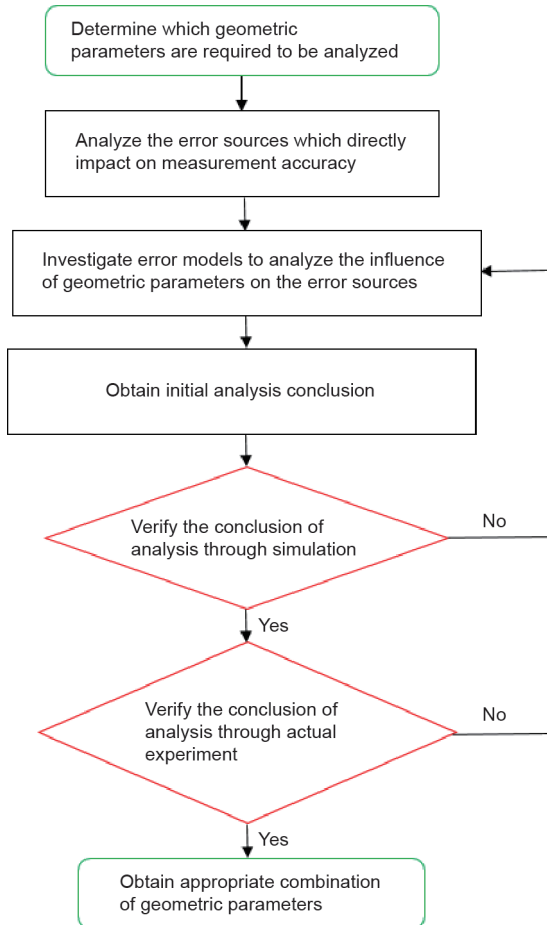


图4. 误差分析过程。

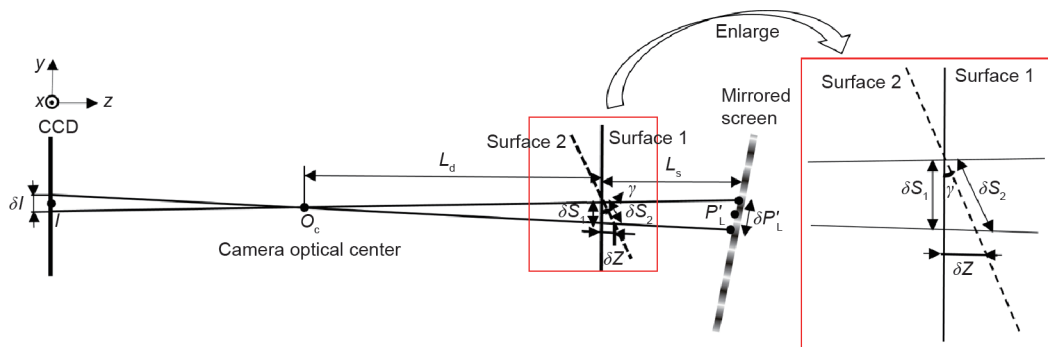


图5. 相机成像平面、测量表面和镜像屏幕的相对位置。

角度差,  $\alpha_2$ 表示 $\mathbf{n}_2$ 和 $\mathbf{n}$ 之间的角度差。由于 $L_s$ 远大于 $\delta P$ ,因此 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 的值可以根据等式(3)计算得到:

$$\alpha = \frac{\delta P}{2 \cdot L_s} \quad (3)$$

式中, $\alpha$ 是由 $\delta P$ 引起的法向不确定度。很明显,根据等式(3), $\alpha$ 随着 $L_s$ 的增加而减少。然而,其他因素限制了立体偏转测量系统中 $L_s$ 的长度。首先,立体偏转测量系统中的相机需要聚焦在被测表面上,相机采集的屏幕上的条纹图由于 $L_s$ 的长度而散焦,而这导致 $\delta P$ 和 $\alpha$ 的增大;其次,被测表面的曲率使镜像屏幕模糊。 $L_s$ 的增加加剧了镜像屏幕的模糊程度,这也导致了 $\alpha$ 的增大。

## 2.3. $L_d$ 的影响

将相机先后放置在 $C$ 位置和 $C'$ 位置以分析 $L_d$ 的影响,如图7所示。 $O_1$ 和 $O_1'$ 分别是 $C$ 和 $C'$ 的光学中心;由于相位误差导致的 $I$ 的位置不确定度为 $\delta I$ ; $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 分别为在 $C$ 和 $C'$ 时受 $\delta I$ 影响计算得到的法向值; $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 的计算误差表示为 $\beta_1$ 和 $\beta_2$ 。由于 $L_d$ 远大于 $\delta I$ ,因此可以使用公式(4)来计算 $\beta_1$ 和 $\beta_2$ :

$$\beta = \frac{\delta I}{2 \cdot L_d} \quad (4)$$

式中, $\beta$ 是由 $\delta I$ 引起的法向不确定度。一方面,根据等式(4), $\beta$ 随着 $L_d$ 的增加而减小;另一方面,基于等式(1)和(2)的分析, $\delta S_2$ 和 $\delta Z$ 随着 $L_d$ 的增大而增大,从而引起测量误差。但是,如果相机具有较长的焦距,则 $L_d$ 远大于 $L_s$ ,等式(1)和(2)可以简化为等式(5)和(6):

$$\delta S_2 = \frac{1}{\cos \gamma} \delta S_1 = \frac{1}{\cos \gamma} \delta P'_L \quad (5)$$

$$\delta Z = \tan \gamma \cdot \delta P'_L \quad (6)$$



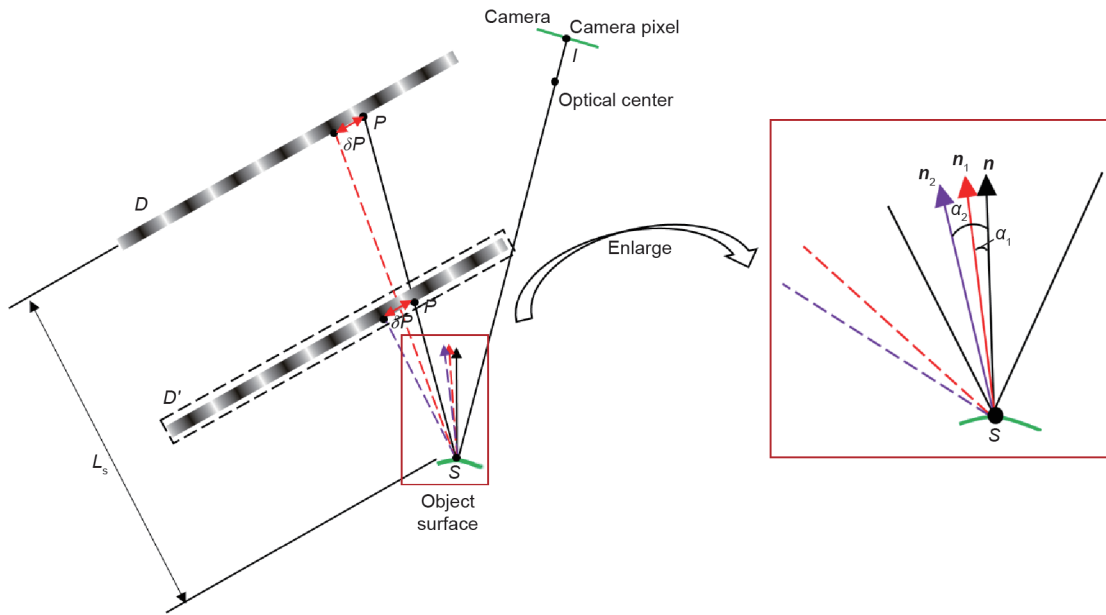


图6.  $L_s$ 影响的说明。 $S$ 是被测表面上的一个点。

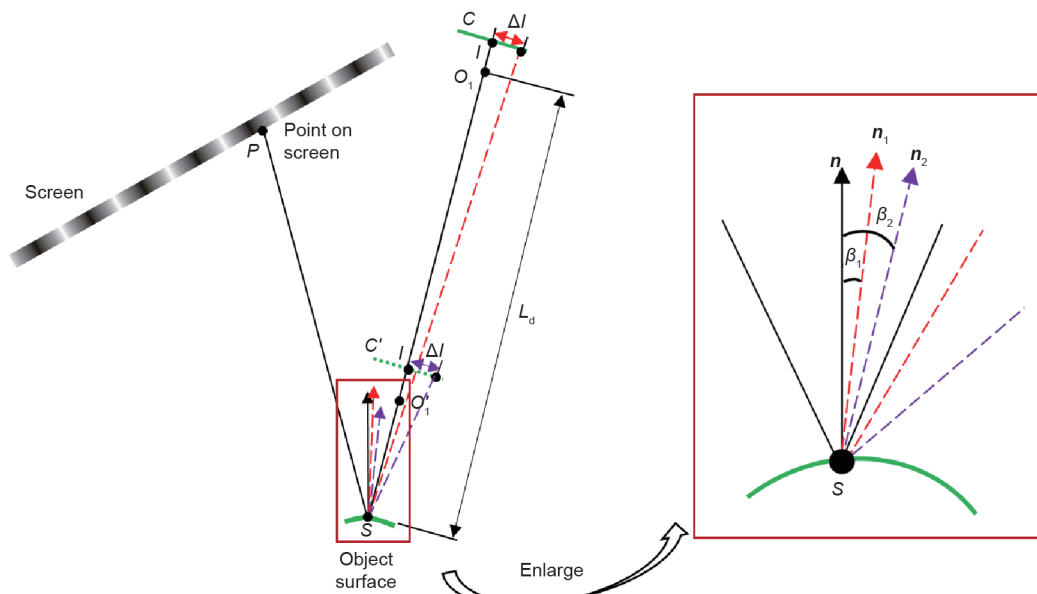


图7.  $L_d$ 影响的说明。

因此,  $L_d$ 的变化对 $\delta S_2$ 和 $\delta Z$ 的影响可以忽略不计。

#### 2.4. $\theta$ 的影响

$\theta$ 的影响如图8所示。主相机被放置在平面 $MC$ 上。参考相机先被放置在平面 $RC$ 处测试,之后被移动到平面 $RC'$ 以研究 $\theta$ 的影响。 $O_1$ 、 $O_2$ 和 $O_2'$ 分别是 $MC$ 、 $RC$ 和 $RC'$ 处相机的光学中心。 $S$ 是被测表面上的点, $I_1$ 是 $S$ 在 $MC$ 上的图像。 $P_1'$ 表示相机光线 $I_1S$ 与镜像屏幕的交点, $P_1$ 表示 $P_1'$ 在屏幕上的实际点。根据反射定律,可以由

$P_1$ 、 $S$ 和 $I_1$ 组成的三角关系计算出 $S$ 的法线 $n$ 。基于相同的原理,可以计算出两个在相机光线 $I_1S$ 上的点 $S'$ 和 $S''$ 处的法向量。图9(a)是 $S'$ 的放大图。 $n_{11}$ 、 $n_{21}$ 和 $n_{31}$ 分别表示基于 $MC$ 、 $RC$ 和 $RC'$ 计算得到的 $S'$ 的法向量。类似地, $S''$ 在图9(b)中被放大。 $n_{12}$ 、 $n_{22}$ 和 $n_{32}$ 表示 $S''$ 基于 $MC$ 、 $RC$ 和 $RC'$ 面计算得到的法向量。相位误差导致每个计算得到的法向量都存在测量不确定度,如图9的 $\delta_{11}$ 、 $\delta_{21}$ 、 $\delta_{31}$ 、 $\delta_{12}$ 、 $\delta_{22}$ 、 $\delta_{32}$ 所示。很明显,根据 $MC$ 和 $RC$ 计算的法向量是重叠的。因此,当使用平面 $MC$ 和 $RC$ 时, $S'$

和 $S''$ 之间的点将被错误地判断为属于被测表面。相反,基于平面 $MC$ 和 $RC'$ 计算得到的法向量没有重叠。因此可以正确确定 $S'$ 和 $S''$ 不是被测表面上的点。以上分析表明,增大 $\theta$ 可以提高系统测量精度。

### 3. 实验

#### 3.1. 仿真实验

本文进行了4组仿真实验,以验证预期的性能分析。表1罗列了仿真实验中的几何参数设置。仿真实验中,主相机和参考相机的分辨率均为 $1616 \times 1216$ 像素,像素间距为 $0.0035$  mm;条纹显示屏的像素为 $1024 \times 1024$ 像素,像素间距为 $0.294$  mm。仿真过程中,正弦条纹会依次显示在屏幕上,其周期占据8个像素格,通过平面镜表面的反射,正弦条纹同时被相机采集。此外,为了模拟真实的测量环境,根据普遍的实验结果,屏幕的实际位置与相机的像素位置被引入了随机误差[12,32,33]。

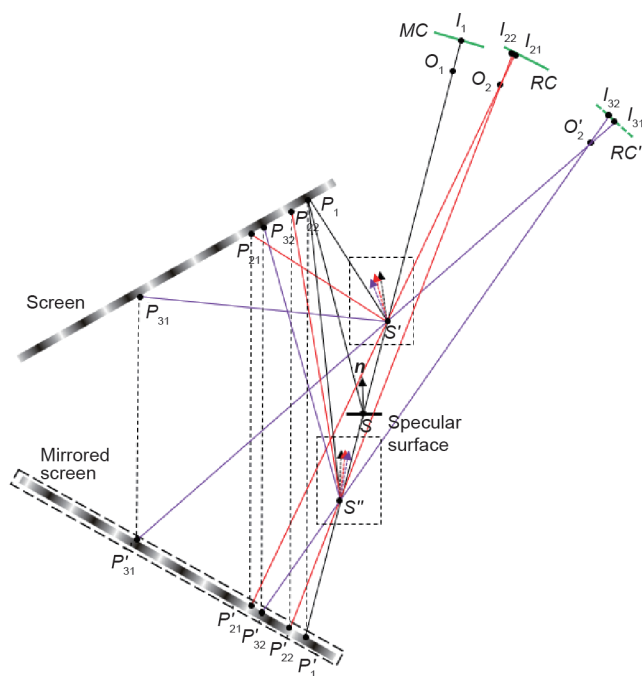


图8.  $\theta$ 影响的说明。 $P_{21}$ 、 $P_{22}$ 、 $P_{31}$ 和 $P_{32}$ 是屏幕上的点。 $P'_{21}$ 、 $P'_{22}$ 、 $P'_{31}$ 和 $P'_{32}$ 是镜像屏幕上的点。 $I_{21}$ 、 $I_{22}$ 、 $I_{31}$ 和 $I_{32}$ 是CCD平面上的像点。

表1 仿真实验中的参数设置

	$\gamma$ ( $^\circ$ )	$L_s$ (mm)	$L_d$ (mm)	$\theta$ ( $^\circ$ )
Simulation 1	0,2,4,6,8,11	80	300	10
Simulation 2	0	40,80,120,160,200	300	10
Simulation 3	0	80	200,250,300,350,400,450,500,550,600,650,700	10
Simulation 4	0	80	300	1,1.9,5,7.8,6,11.6,15.6

#### 3.1.1. 有关 $\gamma$ 分析的验证

本文首先通过第一个仿真实验验证 $\gamma$ 的影响。在仿真过程中, $L_d$ 、 $L_s$ 、 $\theta$ 分别设为 $300$  mm、 $80$  mm和 $10^\circ$ 。随机误差被引入屏幕的位置坐标与相机像素坐标中,其最大值分别为 $0.0178$  mm和 $0.05$ 像素。 $\gamma$ 从 $0^\circ$ 变化到 $11^\circ$ ,每次增长 $2^\circ$ 或 $3^\circ$ 。图10(a)显示了实验得到的 $\gamma$ 与测量误差之间的关系。

图10(a)表明随着 $\gamma$ 的增长,测量误差逐渐变大。这种增长的趋势证实了2.1节中的分析,因此,理论上 $\gamma$ 应为 $0^\circ$ 。然而,由于屏幕中的条纹图必须通过被测物体反射后被相机采集, $\gamma$ 不可能达到 $0^\circ$ ,所以通常 $\gamma$ 应该尽可能地控制在最小。

#### 3.1.2. 有关 $L_s$ 分析的验证

$L_s$ 从 $40$  mm变化到 $200$  mm,每次增加 $40$  mm。根据实际的实验结果,在 $L_s$ 分别为 $40$  mm、 $80$  mm、 $120$  mm、 $160$  mm和 $200$  mm时,对应地在屏幕的实际位置中加入随机误差。随机误差的最大值分别为 $0.0170$  mm、 $0.0178$  mm、 $0.022$  mm、 $0.033$  mm和 $0.051$  mm。在相机的像素位置中引入最大值为 $0.05$ 像素的随机误差。图10(b)显示了 $L_s$ 与测量误差的关系。

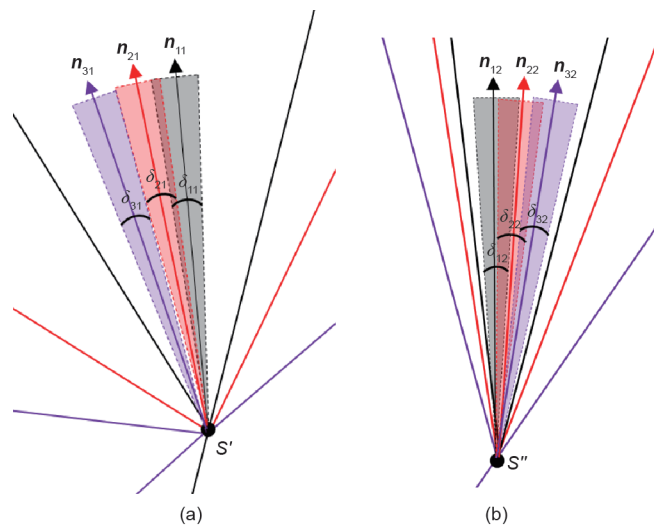


图9. 算术法线数据的放大图。(a)  $S'$ 的放大图;(b)  $S''$ 的放大图。

图10 (b) 表明随着 $L_s$ 从40 mm增长到120 mm, 测量误差大幅减小。其具有下降趋势的主要原因是, 根据公式 (3), 由屏幕位置的不确定性引起的梯度不确定度随着 $L_s$ 的增加而减少。然而, 由于 $L_s$ 的增加同时放大了相位误差, 在 $L_s$ 从120 mm变化到200 mm时, 测量误差也略有增加。

### 3.1.3. 有关 $L_d$ 分析的验证

在研究 $L_d$ 与测量误差关系的仿真实验中,  $L_s$ 、 $\theta$ 和 $\gamma$ 分别设为80 mm、 $10^\circ$ 和 $0^\circ$ 。图10 (c) 显示了当 $L_d$ 从200 mm增长为700 mm, 每次增加50 mm时,  $L_d$ 与测量误差的关系。

仿真实验的结果显示随着 $L_d$ 的增加, 测量误差逐渐减小。这种下降趋势证实了2.3节中的分析。于是, 理论上 $L_d$ 应尽可能大, 然而这会造成立体偏转系统体积变大。因此,  $L_d$ 的确定通常要基于测量精度与实际应用的综合考量。

### 3.1.4. 有关 $\theta$ 分析的验证

在研究 $\theta$ 与测量误差关系的仿真实验中,  $L_s$ 、 $L_d$ 和 $\gamma$ 分别设为80 mm、300 mm和 $0^\circ$ 。图10 (d) 显示的结果表明随着 $\theta$ 的增加, 测量误差逐渐减小, 并且 $10^\circ$ 以后测

量误差基本保持稳定。这种下降趋势证实了2.4节中的分析。因此,  $\theta$ 通常不低于 $10^\circ$ 。

### 3.2. 实际实验

一个实验测量系统基于前文分析与仿真实验的结果被搭建, 如图11所示。实验中使用了两台Lumenera CCD传感器 (型号: Lw235M) 作为系统的主相机和参考相机, 传感器像素为 $1616 \times 1216$ 像素。Xu等[12]的研究已经表明, 减小条纹显示屏像素尺寸可以增加测量准确性。iPad Pro[36]的像素尺寸只有0.096 mm, 小于绝大多数普通显示屏的像素尺寸 (约为0.3 mm)。因此, 在Display Duet[37]软件的支持下, 该系统使用12.9 in (1 in = 2.54 cm) iPad Pro作为条纹显示屏。同时, 测量系统按照参考文献[33]中的方法进行标定。

首先, 通过实验以研究 $L_s$ 对相位误差的影响。由于立体偏转测量系统中的相机需要聚焦于测量平面, 而 $L_s$ 会导致镜像屏幕超出相机的焦距范围, 使捕捉到的条纹图案模糊。图案模糊程度的增加也会造成相位误差的增大, 进而导致测量准确度的下降。

将 $L_s$ 从0 mm增加到200 mm, 每次增加40 mm, 使用移相技术和相位展开技术[38,39]得到绝对相位图的误差。图12显示了实验结果: 当 $L_s$ 为0 mm, 相位误

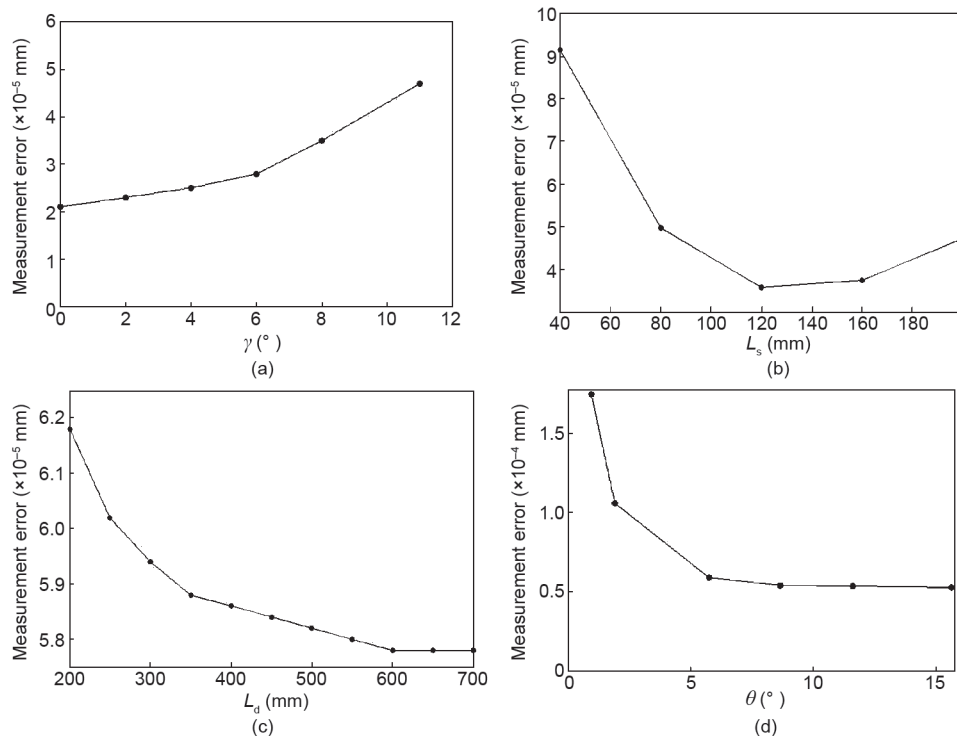


图10. 基于仿真实验所得的几何参数与测量误差的关系。(a)  $\theta$ 与测量误差的关系; (b)  $L_s$ 与测量误差的关系; (c)  $L_d$ 与测量误差的关系; (d)  $\gamma$ 与测量误差的关系。

差为0.0415 rad。这远高于当 $L_s$ 为40 mm时的相位误差(0.0151 rad)。导致该现象产生的原因是,当相机聚焦于镜面屏幕,相机捕捉到了液晶显示屏的像素格和莫尔条纹[40]。所采集的像素格和莫尔条纹导致了相位图的巨大误差。当 $L_s$ 大于40 mm,相位误差随着 $L_s$ 的增加而大幅增加。这种上升趋势的产生是因为随着 $L_s$ 的增加,镜像屏幕的离焦程度被放大。该实验结果用于为上述 $L_s$ 的仿真实验研究提供准确的相位误差值。

除了离焦现象会导致的图像不清晰,被测表面的曲率也会导致镜像折射条纹图产生模糊。为了论证这一点,本文通过实验采集了由不同曲率的镜面反射的条纹图案。本实验共测试了3种镜面:平面镜、曲率半径( $f$ )为200 mm的凹面镜、曲率半径为100 mm的凹面镜。图13显示了当 $L_s$ 为80 mm和120 mm时所采集到的条纹图

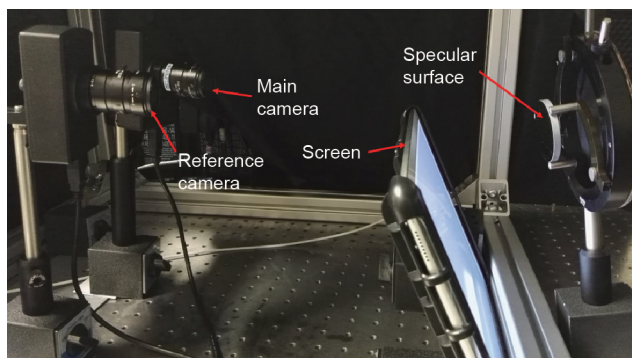


图11. 立体偏转测量系统。

案。实验结果证实了随着镜面曲率的增加,条纹密度减小,图案的模糊程度增加。同时, $L_s$ 的增加会凸显镜面曲率对图案清晰程度的影响。因此,出于对测量准确度和镜面曲率的测量范围的综合考量, $L_s$ 应设为80 mm左右。

另一个实验使用来自Edmund[41]的光学标准平面,其平面度为 $\lambda/20$ 。实验中,将 $\gamma$ 分别调整为以下4个值:10°、15°、20°和25°。图14(a)显示随着 $\gamma$ 的增加测量误差显著增大。这一结果证实了前文的分析。图14(b)显示当 $L_s$ 分别为60 mm、80 mm、100 mm和120 mm时,测量误差具有与仿真实验结果相似的增长趋势。图14(c)中显示了 $L_d$ 对于测量精度的影响。当 $L_d$ 由250 mm增加到320 mm时,测量误差逐渐减小。这一结果与前

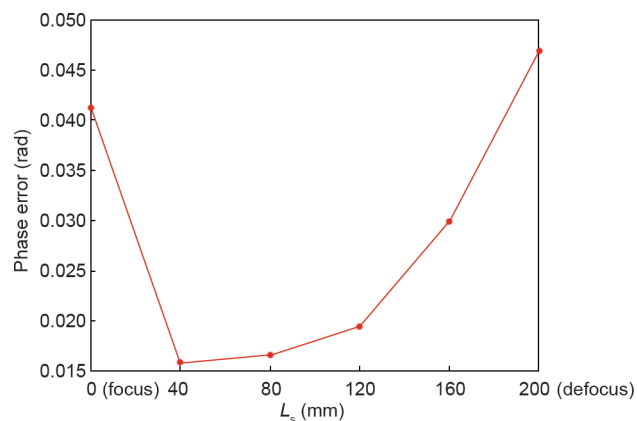


图12.  $L_s$ 与相位差的关系。

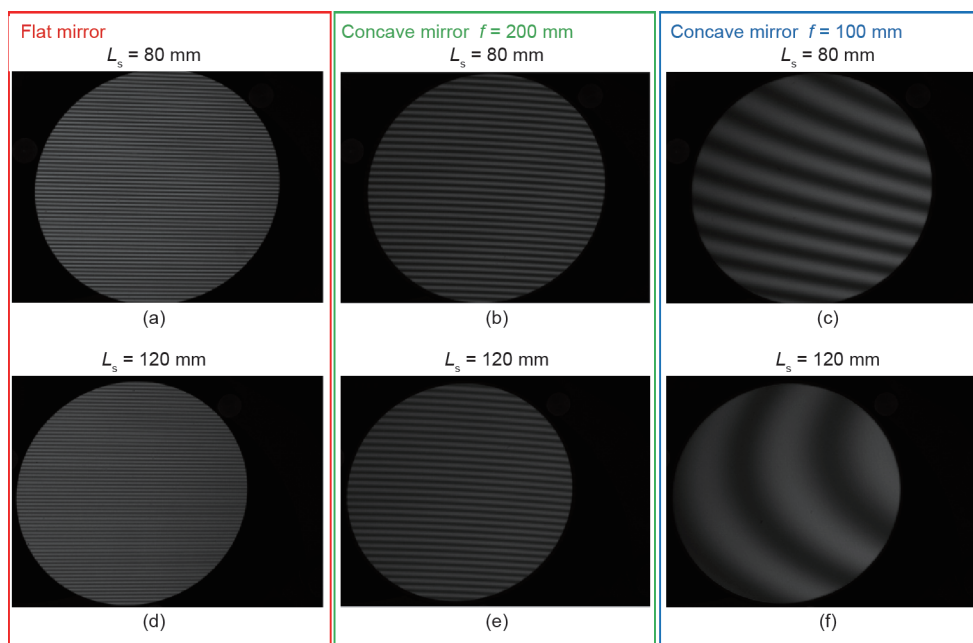


图13. 镜像条纹图与被测镜面曲率的关系。(a)  $L_s$ 为80 mm时的平面镜;(b)  $L_s$ 为80 mm时曲率半径为200 mm的凹面镜;(c)  $L_s$ 为80 mm时曲率半径为100 mm的凹面镜;(d)  $L_s$ 为120 mm时的平面镜;(e)  $L_s$ 为120 mm时曲率半径为200 mm的凹面镜;(f)  $L_s$ 为120 mm时曲率半径为100 mm的凹面镜。



文对 $L_d$ 的分析结果一致。图14(d)显示了当 $\theta$ 取值不同(10°、15°、20°和25°)时,测量误差的变化趋势。 $\gamma$ 为10°以后,测量误差几乎不变。这一结果同样与仿真实验中显示的测量误差的变化趋势相一致。在实际实验中,对实际实验结果和仿真实验结果进行定量比较是有难度的,例如不能完全准确地实现模拟相机的离焦程度与测量范围。不同的实验环境也会影响测量结果。因此,可以通过比较测量结果的变化趋势来对预期的性能分析进行定量比较。

根据本文进行的性能分析,可以确定立体偏转测量系统的几何参数。考虑到系统的尺寸限制,将 $\theta$ 调整为

10°,  $L_d$ 调整为300 mm。为了确保显示屏上的条纹图可被相机采集,将 $L_s$ 设为80 mm,  $\gamma$ 设为10°。同时,为了定量评估立体偏转系统的测量准确度,本文测量来自Edmund公司、平面度为 $\lambda/8$ 的凹面镜(编号: #40-913)的参数。图15(a)显示了由主相机采集的一个变形条纹图。系统的测量范围直径约为2 in时,由于被测镜面大于测量范围,因此,只有被测镜面中央部分参与了计算。图15(b)展示了实际测得的被测镜面信息。图15(c)中显示了测量结果与生产商提供的表面参数的峰值为154.2 nm。这些测量结果证实,通过预期的性能分析来设计的测量系统可以获得高精度的镜面三维信息。

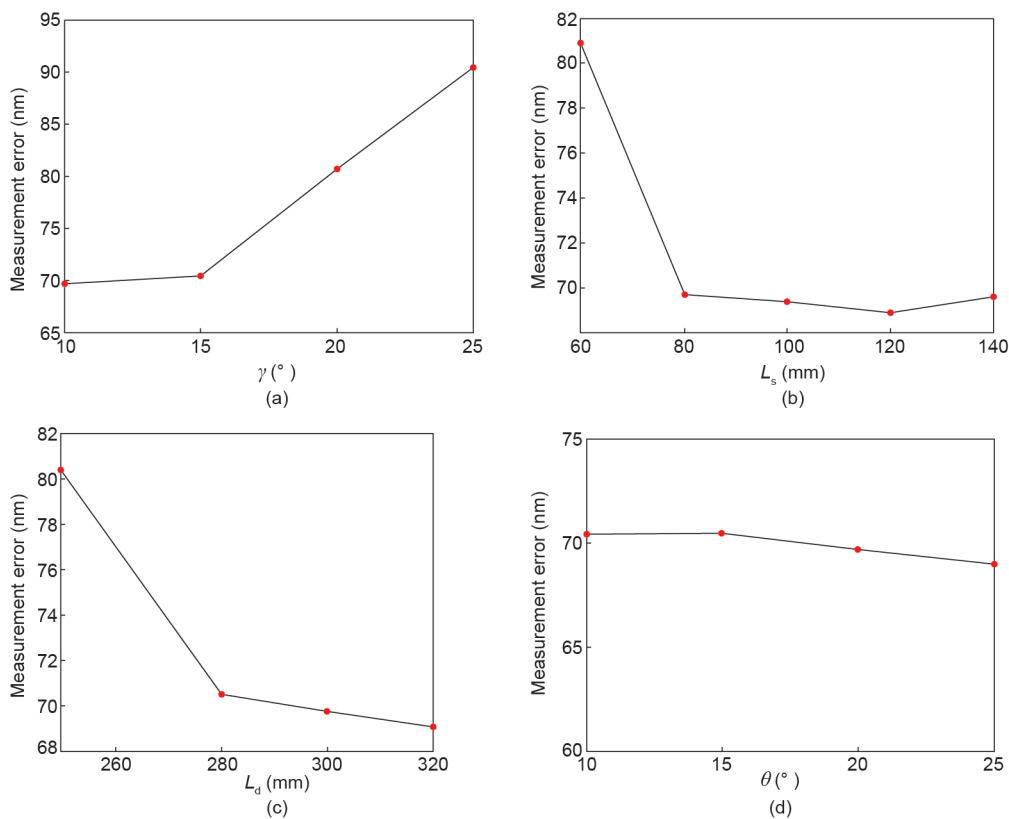


图14. 基于实际实验结果所得的几何参数与测量误差的关系。(a)  $\gamma$ 与测量误差的关系; (b)  $L_s$ 与测量误差的关系; (c)  $L_d$ 与测量误差的关系; (d)  $\theta$ 与测量误差的关系。

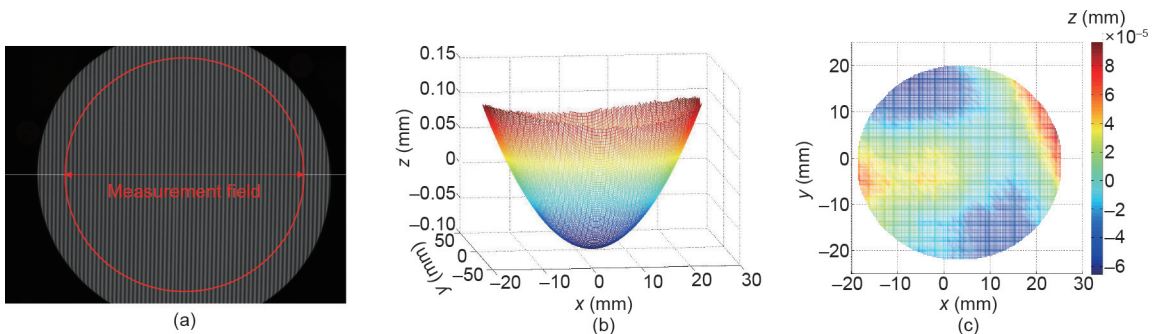


图15. 凹面镜的三维形貌测量; (a) 采集的凹面镜图像; (b) 所得镜面形貌信息; (c) 测量差值。

## 4. 总结

为了提高立体偏转系统的测量精度，本文通过误差模型分析、仿真实验和实际实验的证实，研究了4个系统几何参数对测量精度的影响。该性能分析将会优化立体偏转测量系统的实验设计，并减小由系统中仪器元件的定位误差导致的测量误差。

未来的研究工作包括将本文设计的立体偏转测量系统扩展到工业应用。例如，将其应用于高精度加工系统来实现在位测量，以及应用于车窗与车身缺陷的检测。

## Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge the UK's Engineering and Physical Sciences Research Council (EPSRC) funding of the EPSRC Centre for Innovative Manufacturing in Advanced Metrology (EP/I033424/1), the EPSRC Future Advanced Metrology Hub (EP/P006930/1), and the EPSRC funding (EP/K018345/1).

## Compliance with ethics guidelines

Yongjia Xu, Feng Gao, and Xiangqian Jiang declare that they have no conflict of interest or financial conflicts to disclose.

## References

- Zhang Z. Review of single-shot 3D shape measurement by phase calculation-based fringe projection techniques. *Opt Lasers Eng* 2012;50(8):1097–106.
- Zuo C, Huang L, Zhang M, Chen Q, Asundi A. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: a comparative review. *Opt Lasers Eng* 2016;85:84–103.
- Zuo C, Chen Q, Gu G, Feng S, Feng F. High-speed three-dimensional profilometry for multiple objects with complex shapes. *Opt Express* 2012;20(17):19493–510.
- Jiang X, Wang K, Gao F, Muhamedsalih H. Fast surface measurement using wavelength scanning interferometry with compensation of environmental noise. *Appl Opt* 2010;49(15):2903–9.
- Knauer MC, Kaminski J, Hausler G. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces. In: Osten W, Takeda M, editors. *Optical metrology in production engineering*. Proceedings of Photonics Europe; 2004; Strasbourg, France. Wales: SPIE; 2004. p. 366–76.
- Balzer J, Hofer S, Beyerer J. Multiview specular stereo reconstruction of large mirror surfaces. In: *Proceedings of 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*; 2011 Jun 20–25; Providence, RI, USA. New York: IEEE; 2011. p. 2537–44.
- Fischer Petz M, Tutsch R. Model-based deflectometric measurement of transparent objects. In: Osten W, editor. *Fringe 2013*. Proceedings of the 7th International Workshop on Advanced Optical Imaging and Metrology; 2014 Jan 1; Nürtingen, Germany. Berlin: Springer; 2014. p. 573–6.
- Kaminski J, Lowitzsch S, Knauer M, Häusler G. Full-field shape measurement of specular surfaces. Berlin: Springer; 2006. p. 372–9.
- Huang L, Asundi A. Improvement of least-squares integration method with iterative compensations in fringe reflectometry. *Appl Opt* 2012;51(31): 7459–65.
- Ren H, Gao F, Jiang X. Least-squares method for data reconstruction from gradient data in deflectometry. *Appl Opt* 2016;55(22):6052–9.
- Petz M, Fischer M. Systematic errors in deflectometry induced by use of liquid crystal displays as reference structure. In: *Proceedings of the 21st IMEKO TC2 Symposium on Photonics in Measurement*; 2013 Sep 16–18; Gdansk, Poland; 2013. p. 16–8.
- Xu Y, Gao F, Zhang Z, Jiang X. Enhancement of measurement accuracy of optical stereo deflectometry based on imaging model analysis. *Opt Lasers Eng* 2018;111:1–7.
- Yue H, Wu Y, Zhao B, Ou Z, Liu Y, Liu Y. A carrier removal method in phase measuring deflectometry based on the analytical carrier phase description. *Opt Express* 2013;21(19):21756–65.
- Wu Y, Yue H, Yi J, Li M, Liu Y. Phase error analysis and reduction in phase measuring deflectometry. *Opt Eng* 2015;54(6):064103.
- Soumelidis A, Fazekas Z, Bodis-Szomorú A, Schipp F, Csakany B, Nemeth J. Specular surface reconstruction method for multi-camera corneal topography arrangements. *Recent Adv Biomed Eng* 2009:639–60.
- Huang L, Ng CS, Asundi AK. Dynamic three-dimensional sensing for specular surface with monoscopic fringe reflectometry. *Opt Express* 2011;19(13):12809–14.
- Huang L, Xue J, Gao B, McPherson C, Beverage J, Idir M. Modal phase measuring deflectometry. *Opt Express* 2016;24(21):24649–64.
- Breitbarth M, Kühmstedt P, Notni G. Calibration of a combined system with phase measuring deflectometry and fringe projection. In: Lehmann PH, editor. *Optical measurement systems for industrial inspection VI*. Proceedings of SPIE Europe Optical Metrology; 2009; Munich, Germany. Wales: SPIE; 2009. p. 738909.
- Balzer J, Werling S. Principles of shape from specular reflection. *Measurement* 2010;43(10):1305–17.
- Bonfort T, Sturm P. Voxel carving for specular surfaces. In: *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision*; 2003 Oct 13–16; Nice, France. New York: IEEE; 2003. p. 591–6.
- Xiao Y, Su X, You Z. Pose transfer geometrical calibration for fringe-reflection optical three-dimensional measurement. *Opt Commun* 2013;305:143–6.
- Werling S. *Deflectometry for automatic visual inspection and reconstruction of reflective surfaces* [dissertation]. Baden-Württemberg: Karlsruhe Institute of Technology; 2011. German.
- Xiao Y, Su X, Chen W. Flexible geometrical calibration for fringe-reflection 3D measurement. *Opt Lett* 2012;37(4):620–2.
- Zhao W, Su X, Liu Y, Zhang Q. Testing an aspheric mirror based on phase measuring deflectometry. *Opt Eng* 2009;48(10):103603–5.
- Huang L, Ng CS, Asundi AK. Fast full-field out-of-plane deformation measurement using fringe reflectometry. *Opt Lasers Eng* 2012;50(4):529–33.
- Xiao Y, Su X, Chen W, Liu Y. Three-dimensional shape measurement of aspheric mirrors with fringe reflection photogrammetry. *Appl Opt* 2012;51(4):457–64.
- Maldonado AV, Su P, Burge JH. Development of a portable deflectometry system for high spatial resolution surface measurements. *Appl Opt* 2014;53(18):4023–32.
- Wedowski RD, Atkinson GA, Smith ML, Smith LN. Dynamic deflectometry: a novel approach for the on-line reconstruction of specular freeform surfaces. *Opt Lasers Eng* 2012;50(12):529–33.
- Olesch E, Faber C, Hausler G. Deflectometric self-calibration for arbitrary specular surfaces. In: *Proceedings of the 2011 Annual Conference of the German Society for Applied Optics*; 2011 Jun 15–18; Ilmenau, Germany; 2011.
- Faber C, Olesch E, Krobot R, Häusler G. Deflectometry challenges interferometry: the competition gets tougher! In: Schmit J, Creath K, Towers CE, Burke J, editors. *Interferometry XVI: techniques and analysis*. Proceedings of SPIE; 2012 Aug 12–16; San Diego, CA, USA. Wales: SPIE; 2012.
- Faber C. *New methods and advances in deflectometry*. Erlangen: Erlangen Scientific Press; 2012.
- Ren H, Gao F, Jiang X. Iterative optimization calibration method for stereo deflectometry. *Opt Express* 2015;23(17):22060–8.
- Xu Y, Gao F, Zhang Z, Jiang X. A holistic calibration method with iterative distortion compensation for stereo deflectometry. *Opt Lasers Eng* 2018;106:111–8.
- Zhang Z, Zhang D, Peng X. Performance analysis of a 3D full-field sensor based on fringe projection. *Opt Lasers Eng* 2004;42(3):341–53.
- Zhao P, Gao N, Zhang Z, Gao F, Jiang X. Performance analysis and evaluation of direct phase measuring deflectometry. *Opt Lasers Eng* 2018;103:24–33.
- iPad Pro [Internet]. Hollyhill: Apple, Inc.; c2018 [cited 2018 Sep 14]. Available from: <https://www.apple.com/uk/ipad-pro/>.
- Duet display [Internet]. Duet, Inc.; c2018 [cited 2018 Sep 14]. Available from: <https://www.duetdisplay.com/>.
- Towers CE, Towers DP, Jones J. Absolute fringe order calculation using optimised multi-frequency selection in full-field profilometry. *Opt Lasers Eng* 2005;43(7):788–800.
- Zhang Z, Towers CE, Towers DP. Time efficient color fringe projection system for 3D shape and color using optimum 3-frequency selection. *Opt Express* 2006;14(14):6444–55.
- Xu Y, Gao F, Ren H, Zhang Z, Jiang X. An iterative distortion compensation algorithm for camera calibration based on phase target. *Sensors (Basel)* 2017;17(6):1188.
- Edmund optics [Internet]. Illinois: The future depends on optics, Inc.; c2018 [cited 2018 Sep 14]. Available from: <https://www.edmundoptics.com>