

学术论文

指数型粘度修正模型及应用

曲庆文, 王梅, 柴山, 姚福生

(山东理工大学科学技术研究院, 山东淄博, 255012)

[摘要] 根据吸附理论和分子间能量的变化规律来确定表面相互作用程度, 以此可定义吸附层, 得出吸附层厚度的分析计算式。吸附层厚度对研究薄膜润滑是最关键的因素, 是薄膜与厚膜不同分析的关键点。根据分子相互作用的基本理论及流体力学的基本定义得出指数型粘度修正的表达式, 用于确定微小间隙内流体粘度的变化规律, 从而建立薄膜润滑理论模型, 计算薄膜润滑轴承的特性。

[关键词] 吸附层; 粘度; 薄膜润滑; 轴承

粘度是润滑剂的主要技术性能指标, 是流体润滑分析的重要参数。对于常规的流体润滑轴承分析一般是把粘度看作常数^[1], 在高压下可进行压粘修正, 在高速或重载下进行温度修正^[2~3]; 在薄膜润滑条件下, 除上述修正外还要考虑表面吸附作用对润滑剂的粘度影响。由此得出了在薄膜润滑条件下的一系列修正方程。如曲庆文等提出的等效粘度模型^[4~6], Tichy等提出的曲庆文等进一步推导的分层粘度模型^[7~9], Tichy^[10]提出的极性分子模型, 用于极性润滑剂, 其解必须已知轴承材料与润滑剂的极性作用, 在本构方程中增加由于此作用而引起的附加弯矩项, 对实际应用显得过于复杂。这些修正都是在一定的假设前提下考虑吸附效应而得到的, 对于实际计算都有一定的指导意义。但是都不是连续性的模型, 即粘度的确定都是阶跃函数, 与实际状态不能相符。本文提出的粘度模型是连续型, 符合能量的变化规律。对于应用此模型进行的轴承性能计算符合实验规律。

1 吸附层厚度的计算

薄膜润滑分析的关键是流体的流动性能, 此特

性的分析在文献 [11~12] 中已经进行了论述; 若设界面到壁面的距离为 δ , 且液体从内部到界面为均匀分布 (界面为一观察面, 是吸附与流体一致性的结合面), 则能量余量为

$$J_e = \epsilon_{s,f} \sum_{i=1, z_j \leq \delta}^{n_s} \left[\left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^6 \right] + \epsilon \sum_{\substack{z_j \leq \delta \\ z_j \geq \delta}} \left[\left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^6 \right] \quad (1)$$

式中: $\epsilon_{s,f}$ 为固体与流体相互作用的特征能量; ϵ 为流体内部粒子相互作用的特征能量; σ 为粒子直径; $r_{i,j}$ 为相互作用粒子之间的距离。定义参考势为: 在吸附层内部为 J_e^F , 流体内部参考势为 J_e^G , 势能余量可以再表示为:

$$J_e = \epsilon_{s,f} \sum_{i=1}^{n_s} \left[\left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^6 \right] + \epsilon \sum \left[\left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r_{i,j}} \right)^6 \right] - J_e^G \quad (2)$$

式中参考能量 J_e^G 为纯内部流体所具有的能量, 此时计算的所有影像盒均为同性的流体。由此吸附层厚度可定义为:

[收稿日期] 2001-03-23; 修回日期 2001-04-27

[基金项目] 国家“九五”攀登计划资助项目 (PD9521900); 自然科学基金资助项目 (19990510); 山东自然科学基金资助项目 (Y98F01082)

[作者简介] 曲庆文 (1959-), 男, 山东荣城市人, 山东理工大学科学技术研究院教授

$$\delta = \frac{J_e}{J_e^F - J_e^G} \quad (3)$$

公式 (3) 的计算在一般情况下难于进行, 常采用统计的方法进行简化, 利用分布函数理论得出流体的分布规律, 然后进行计算。

2 指数型粘度模型的提出

在实际的液体内, 粘度的变化应该是连续的。对于进行常规流体分析, 一般不考虑流体的粘度变化, 在分析厚膜时即是如此, 其粘度都是常规粘度, 即系统的整体粘度也即宏观表现。但是实际的流体将与其相连的物体产生作用, 改变其边界流体粒子的特性, 反映在流体的流动上即可用粘度来表示。由于分子之间的相互作用力是距离的指数函数, 分子之间的能量变化也呈指数迅速衰减, 分子的分布也将较迅速地达到稳定, 流体的粘度与粒子之间的能量成比例。因此根据吸附层模型可把流体分为三层, 即两表面的吸附层和内部的常规流体层, 在表面吸附层内粘度是连续变化的, 根据实验和模拟, 把截面粘度定义为:

$$\eta(z) = \eta_0 + (\eta_{s1} - \eta_0) \exp\left(-\frac{(h/2 - \delta_1)^2 z (h - z)}{(h/2 - z)^3 \cdot \delta_1}\right) + H\left(\frac{h}{2} - z\right) + (\eta_{s2} - \eta_0) \exp\left(-\frac{(h/2 - \delta_2)^2 z (h - z)}{(h/2 - z)^3 \cdot \delta_2}\right) \cdot H\left(z - \frac{h}{2}\right) \quad (4)$$

H 为 Heaviside 阶梯函数, 其性质为

$$\begin{aligned} H(x) &= 0 & x < 0 \\ H(x) &= 1 & x \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式 (4) 中, 间隙的变化范围为 $0 \leq z \leq h$, $H(h/2 - z)$ 只在 $0 \leq z \leq h/2$ 为 1, 在其它区域另一部分起作用, 即为另一壁面起作用。

若两表面的吸附特性相同, 即 $\delta_1 = \delta_2$, $\eta_{w1} = \eta_{w2}$ 。则式 (4) 变为

$$\eta(z) = \eta_0 + (\eta_s - \eta_0) \exp\left(-\frac{(h/2 - \delta)^2 z (h - z)}{(h/2 - z)^3 \cdot \delta}\right) \quad (6)$$

式中: η_s 为壁面粘度, 是与壁面接触的流体粘度, 不同于吸附层平均粘度; η_0 为常规粘度; h 为间隙高度。引入无量纲参量

$$\eta^* = \eta/\eta_0, z^* = z/h, \delta^* = \delta/h, \eta_s^* = \eta_s/\eta_0 \quad (7)$$

由此得等吸附作用下无量纲粘度计算方程

$$\eta^* = 1 + (1 + \eta_s^*) \exp\left[-\frac{(0.5 - \delta^*)^2 z^* (1 - z^*)}{(0.5 - z^*)^3 \delta^*}\right] \quad (8)$$

式 (8) 中粘度的变化规律可从图 1 所示的曲线图中清楚看出。在图 1 (a) 中, 是假设无量纲壁面粘度 $\eta_s^* = 5.0$, 不同吸附层厚度下间隙内粘

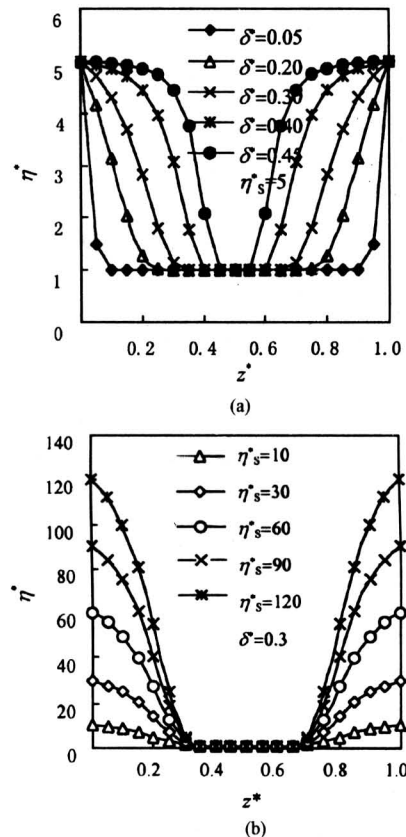


图 1 粘度变化规律

Fig. 1 The cross gap viscosity variation for a range of (a) adsorbed layer thicknesses and (b) wall viscosity

度的变化规律。从中可以看出, 无量纲吸附层厚度对间隙内粘度的影响: 对于实际流体与流体、流体与固体吸附层, 在一定的条件下基本上是一个定值, 只有间隙减小, 相对吸附层厚度增大, 流体的粘度有较大的变化; 当间隙为全吸附层, 此时粘度以完全壁面粘度来确定, 若两壁面与流体的作用很大, 粘度将达到很大值, 产生晶化, 这时的流体将具有流体的润滑性能和固体的承载能力。图 1 (b) 反映的是在一定的无量纲吸附层厚度的条件下, 不同的表面吸附作用时, 粘度的变化规律。每一条曲线的变化规律相同, 这与分子的短程作用相对应,

即分子力迅速衰减的结果。

3 轴承性能分析

3.1 轴承计算的基本方程

计算轴承模型如图 2 所示。根据流体的连续性和动量矩守恒，在稳态条件下用与 Reynolds 方程

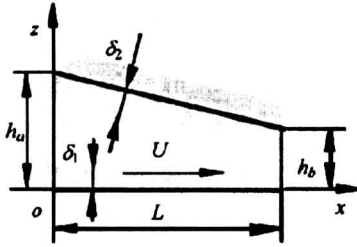


图 2 计算轴承结构示意图

Fig.2 Structure sketch map of calculating bearing

同样的方法约化，则动量矩守恒方程变为

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

边界条件为：\$z=0\$：\$u=U, v=0\$；\$z=h\$：\$u=0, v=0\$。忽略 \$z\$ 向的压力变化，则

$$u = \frac{\partial p}{\partial x} \left[f_1(z) - \frac{f_1(h)}{f_0(h)} f_0(z) \right] - U \frac{f_0(z)}{f_0(h)} + U$$

$$v = \frac{\partial p}{\partial y} \left[f_1(z) - \frac{f_1(h)}{f_0(h)} f_0(z) \right] \quad (10)$$

式中引入了辅助函数 \$f_1\$ 和 \$f_0\$，定义为

$$f_1(z; x, y) = \int_0^z \frac{z'}{\eta} dz' \quad f_0(z; x, y) = \int_0^z \frac{1}{\eta} dz' \quad (11)$$

由此可知辅助函数是由粘度的性质决定的。对于不同的粘度修正函数，\$f_1\$ 和 \$f_0\$ 是不同的，润滑模型也将不同。根据流量连续性原理，即

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

$$q_x = \int_0^h u dz \quad q_y = \int_0^h v dz$$

为了使积分公式比较清晰，使用辅助函数

$$f_p(x, y) = -1/12 \int_0^h \left[f_1(z) - \frac{f_1(h)}{f_0(h)} f_0(z) \right] dz$$

$$f_U(x, y) = 2h - 2 \int_0^h \frac{f_0(z)}{f_0(h)} dz \quad (13)$$

此两辅助函数仅是 \$x、y\$ 的函数。则可以获得变粘度广义 Reynolds 方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{12 f_p} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{12 f_p} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} U \frac{\partial}{\partial x} f_U \quad (14)$$

由式 (14) 可以看出，与常规条件下的 Reynolds 方程比较，\$f_p\$ 相当于 \$\eta/h^3\$，\$f_U\$ 相当于 \$h\$。实际上粘度变化也可以模糊地考虑为对实际轴承间隙的修正，即粘度修正效果与间隙变化的规律相似。若引入式 (7) 的无量纲参数定义，则

$$f_1^*(z^*; x, y) = \frac{\eta_0}{h^2} f_1(z) = \int_0^{z^*} \frac{z'}{\eta^*} dz' \quad (15)$$

$$f_0^*(z^*; x, y) = \frac{\eta_0}{h} f_0(z) = \int_0^{z^*} \frac{1}{\eta^*} dz'$$

$$f_p^*(z^*; x, y) = \frac{h^3}{\eta_0} f_p$$

$$= -1/12 \int_0^1 \left[f_1^*(z^*) - \frac{f_1^*(1)}{f_0^*(1)} f_0^*(z^*) \right] dz^* \quad (16)$$

$$f_U^*(z^*; x, y) = \frac{1}{h} f_U = 2 - 2 \int_0^1 \frac{f_0^*(z^*)}{f_0^*(1)} dz^*$$

则修正 Reynolds 方程能表示为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{f_p^*} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{f_p^*} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \eta_0 U \frac{\partial}{\partial x} (h f_U^*) \quad (17)$$

从式 (17) 可以看出，因子 \$f_p^*\$ 和 \$f_U^*\$ 是对常规 Reynolds 方程的简单修正，若为不考虑吸附层或纯 Newtonian 流体，则 \$f_p^* = f_U^* = 1\$。对于变粘度状态其承载能力的计算方式与常规相同。表示为

$$W = \int_0^B \int_0^L p(x, y) dx dy \quad (18)$$

对于摩擦特性的计算由 Newtonian 粘性剪切定律

$$\tau = -\eta \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{f_1(h)}{f_0(h)} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U}{f_0(h)} \quad (19)$$

上述公式也可转化为 \$f_p^*\$ 和 \$f_U^*\$ 来表示 (上式为 \$z=0\$ 表面的切向应力)。即

$$\tau = \frac{h f_1^*(1)}{f_0^*(1)} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U}{h f_0^*(1)} \quad (20)$$

若设 \$g_p^* = \frac{2 f_1^*(1; x, y)}{f_0^*(1; x, y)}\$，\$g_U^* = \frac{1}{f_0^*(1; x, y)}\$。则

$$\tau = \eta_0 \frac{U}{h} g_U^* + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} g_p^* \quad (21)$$

在轴承主运动方向的摩擦阻力为

$$F = \int_0^B \int_0^L \tau dx dy \quad (22)$$

3.2 压力计算

引入无量纲参数

$$p = \frac{6\eta_0 UL}{h_b^2} p^* \quad h = h_b h^* \quad \delta = \delta^* h_b \quad (23)$$

$$x = x^* L \quad \lambda = B/2L$$

把式(23)代入式(17)得无量纲 Reynolds 方程为

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{h^{*3}}{f_p^*} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) + \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{h^{*3}}{f_p^*} \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \right) = \frac{\partial}{\partial x^*} (h^* f_U^*) \quad (24)$$

把无量纲粘度修正方程(8)和式(24)联合求解,由于粘度方程的复杂性,难于得到解析解,一般只能采用数值方法计算。图3是采用有限差分

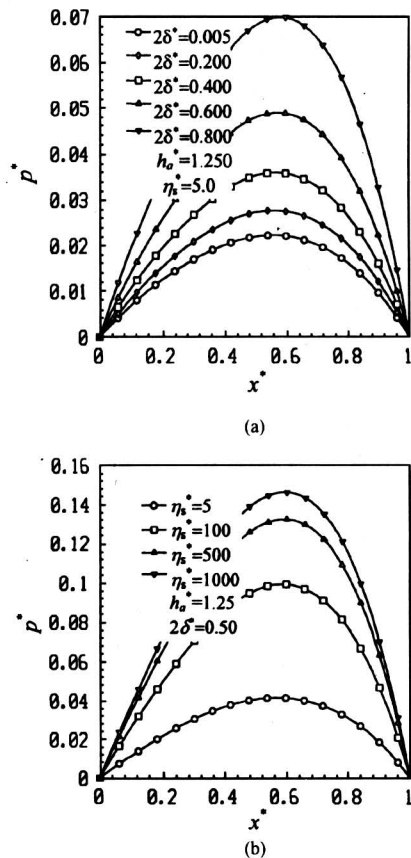


图3 无量纲压力随各参数的变化规律

Fig.3 the non-dimensional pressure distribution through the centre of the bearing for a range of (a) adsorbed layer thicknesses and (b) wall viscosity

法得出的轴承的压力变化规律。图3示出了无量纲压力随各无量纲参数的变化规律。从图中可以看出无量纲压力随着无量纲吸附层厚度和无量纲粘度的

增加而增大。

3.3 承载能力

把无量纲式(23)代入式(18)得

$$W = \frac{6\eta_0 UL^2}{h_b^2} \int_0^1 \int_0^1 p^* dx^* dy^* = \frac{6\eta_0 UL^2}{h_b^2} W^* \quad (25)$$

式中 W^* 为无量纲承载能力。无量纲承载能力的变化规律如图4所示。从图4(a)中可以看出在无量纲吸附层厚度 $2\sigma^*$ 一定时,无量纲载荷 W^* 随无量纲壁面粘度 η_s^* 的变化规律:在 $2\delta^*$ 较小时, W^* 随 η_s^* 的变化很小;当 $2\delta^*$ 较大,近于1时,承载能力陡增,基本上接近于固体的承载特性,也就是前述的液体结晶现象。由图4(b)中可知一定的无量纲壁面粘度 η_s^* 下, W^* 随 $2\delta^*$ 的变化规律:当 $2\delta^*$ 在一个较小的范围内时,不同的 η_s^* , W^* 几乎不变,说明在 $2\delta^*$ 很小时,可以忽略吸附效应。总之,随着吸附层粘度及吸附层厚度的增大,承载能力增加。

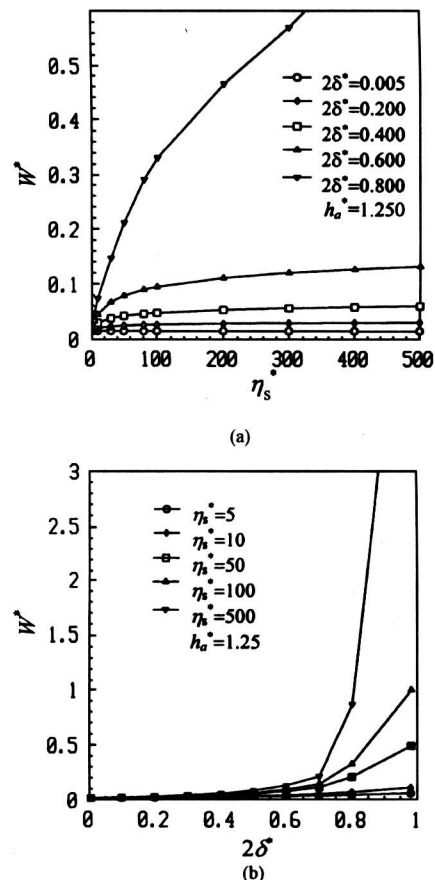


图4 无量纲承载能力随各参数的变化规律

Fig.4 The non-dimensional load capacity of the bearing as a function of (a) the wall viscosity and (b) the adsorbed layer thickness

3.4 摩擦特性分析

把无量纲式 (23) 代入式 (21~22) 得

$$F = \frac{3\mu_0 UL}{h_b} \int_0^1 \int_0^1 \tau^* dx^* dy^* = \frac{3\mu_0 UL}{h_b} F^* \quad (26)$$

式中： τ^* 为无量纲摩擦剪应力， x^* 、 y^* 为无量纲坐标， F^* 为无量纲摩擦阻力。无量纲摩擦阻力随各参数的变化规律如图 5 所示。从图 5 (a) 中可以看出在无量纲吸附层厚度 $2\delta^*$ 一定时，无量摩擦阻力 F^* 随无量纲壁面粘度 η_s^* 的变化规律： F^* 随 η_s^* 的变化很小，且随 η_s^* 的增加而略有减少。图 5 (b) 中可知一定的无量纲壁面粘度 η_s^* 下 F^* 随 $2\delta^*$ 的变化规律。无量纲壁面粘度对摩擦阻力的影响较小，所以曲线几乎相重合。

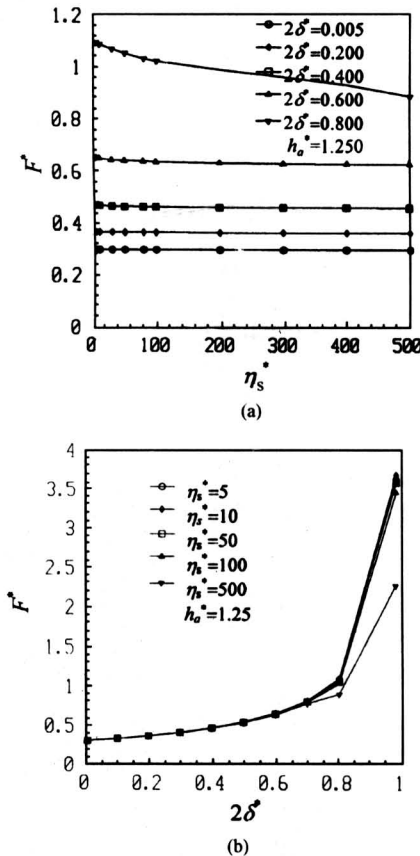


图 5 无量纲摩擦阻力随各参数的变化规律

Fig.5 The non-dimensional friction coefficient of the bearing as a function of (a) the wall viscosity and (b) the adsorbed layer thickness

定义无量纲摩擦阻力系数为

$$f^* = \frac{F^*}{W^*} \quad (27)$$

图 6 为无量纲摩擦阻力系数的变化规律曲线。在无量纲吸附层厚度一定时，无量纲摩擦阻力系数随无量纲壁面粘度的增大而减小，在 η_s^* 相对较大时尤为明显，说明在薄膜情况下的摩擦特性较常落实好。从图 6 (b) 中可知，壁面粘度越大，摩擦特性越好。

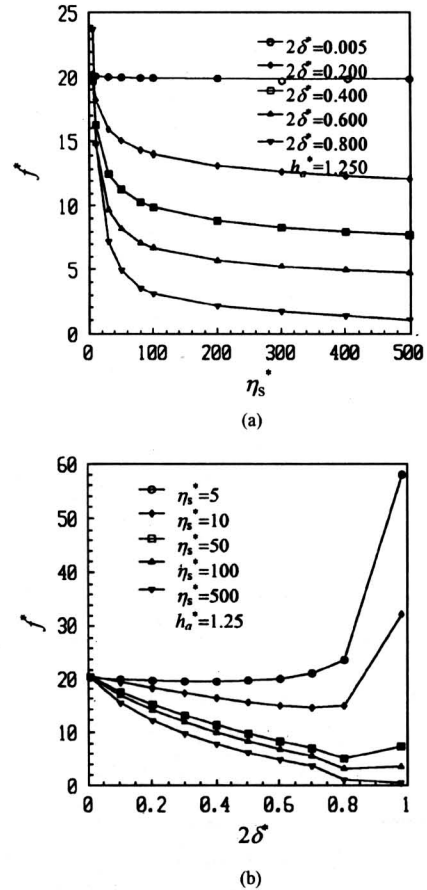


图 6 摩擦阻力系数随各参数的变化规律

Fig.6 the non-dimensional friction coefficient of the bearing as a function of (a) the wall viscosity and (b) the adsorbed layer thickness

4 结论

从上述模型的分析可以得出流体分析中吸附层的重要性，主要表现在影响流体的粘度。从这一点看，无论在什么条件下都有吸附作用，在分析中是否考虑，关键是由无量纲吸附层厚度决定。当厚度减小到一定程度，吸附层对粘度的影响将不能忽视。从中也可看出在一般条件下忽略吸附作用也是

正确的。当无量纲吸附层厚度在5%以下,吸附作用无论多么强烈,对整体效应的影响也可以忽略。因此,分析吸附作用主要对薄膜分析有重大意义,对薄膜润滑理论的建立具有指导意义。由指数型粘度修正模型计算轴承的特性可知,薄膜润滑是一种优越的润滑方式,如能使轴承在适当的薄膜条件下运行,将取得令人满意的润滑效果。

参考文献

- [1] 孙大成. 润滑力学讲义[M]. 北京: 中国友谊出版公司, 1991
- [2] Bair S, Winer W O. The high shear stress rheology of liquid lubricants at pressures of 2 to 200 Mpa [J]. ASME J Trib, 1990, 112(2): 246
- [3] Hussain A. A new viscosity-temperature relationship for liquid lubricant[J]. Trib Trans, 1992, 156(1): 1~18
- [4] 曲庆文, 朱均. 粘度修正雷诺方程的全域解模拟计算[J]. 机械工程学报, 1997, 33(4): 26~30
- [5] 曲庆文, 朱均. 薄膜润滑的等效粘度模拟计算[J]. 机械科学与技术, 1996, 15: 883~886
- [6] 曲庆文, 李小江, 朱均. 粘度修正雷诺方程模拟计算超薄膜润滑径向轴承[J]. 润滑与密封, 1997, 3: 18~20
- [7] Tichy J A. A surface layer mode for thin film lubrication [J]. Tribol Trans, 1995, 33(3): 577~582
- [8] 曲庆文, 胡亚红, 朱均. 薄膜润滑分层模型[J]. 机械工程学报, 1998, 34(6): 5~10
- [9] Qu Qingwen, Hu Yahong, Zhu Jun. An adsorbent layer model for thin film lubrication [J]. Wear, 1998, 221: 9~14
- [10] Tichy J A. Modeling of thin film lubrication [J]. ASME J Tribol, 1995, 38: 108~111
- [11] 曲庆文, 朱均. 流体吸附层厚度及位能界面的划分[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(6): 895~897
- [12] 曲庆文, 朱均. 薄膜润滑状态下流体的流动特性分析[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(2): 203~205

Correcting Model of Viscosity with Exponential Function Derived and Its Application

Qu Qingwen Wang Mei Chai Shan Yao Fusheng

(Shandong Institute of Technology, Zibo, Shandong 255012, China)

[Abstract] Based on adsorbent theory and the law of energy change, the degree of interaction on the surface is determined. The adsorbent layer is defined. Analysis calculation formula on the thickness of adsorbent layer is obtained. The thickness of adsorbent layer is the most critical factor for thin film lubrication research, and is a critical point to the difference between thin film and thick film analyzed. According to the theory of interaction of molecules and basic definition of hydromechanics, correcting model of viscosity with exponential function is derived. It can be used to determine the law of change of fluid viscosity in micro-clearance, and thus the rationale is provided for theoretic model of thin film lubrication established.

[Key words] adsorbent layer; viscosity; thin film lubrication; bearing

欢迎订阅中国工程院院刊——《中国工程科学》

《中国工程科学》是1999年创刊的中国工程院院刊,以科学发现,技术创新,研究成果,重大工程设计及经验总结,工程技术发展趋势及前瞻,现代管理,重大工程咨询调研报告,最新科技成就,优秀学位论文等为报道重点,是荟萃专家学者创新精华,融百花为一园,集综合为一体的学术期刊。《中国工程科学》除了面向院士和工程技术专家外,还面向中青年科技人员和高校师生,并特聘专栏为研究生优秀学位论文的发表提供一方园地。我们热情欢迎广大读者订阅本刊。

《中国工程科学》为大16开,月刊,每期96页,国内总发行为北京市报刊发行局,每册售价15元,全年180元。欲订阅2002年《中国工程科学》的单位和读者,请到当地邮局办理订阅手续。