

# 用遗传算法求解供水泵站的效率优化问题

廖 莉，林家恒，张承慧

(山东大学控制科学与工程学院，济南 250061)

**[摘要]** 供水企业向来是城市的用电大户，其用电量主要体现在泵站水泵机组的电耗上。供水泵站的高效运行对节约电能、安全供水具有极为重要的意义。文章对供水泵站的效率优化问题进行了探讨，在提出用指数曲线准确地拟合水泵性能曲线的基础上，建立了供水泵站效率优化问题的数学模型，并设计了相应的遗传算法进行求解，仿真实验结果表明了该算法合理、有效。

**[关键词]** 供水泵站；数值拟合；优化；遗传算法

**[中图分类号]** TP301.6

**[文献标识码]** A

**[文章编号]** 1009-1742(2002)09-0054-05

## 1 引言

供水泵站是城市供水输配系统的重要组成部分，提高供水系统经济效益在很大程度上取决于供水泵站的运行状况。目前国内供水泵站的运行方式主要有三种：

- 1) 依靠调节阀门开启度来调整水量；
- 2) 采用调整并联运行水泵台数结合调整阀门开度的方式来适应管网中流量的变化；
- 3) 通过变频调速分配各运行水泵的负荷来调整水量。

第一种方式比较落后，除了调节滞后、稳定性差、安全性差外，还存在大量的截流损失，国内有少数企业还在使用。国内城镇给水厂目前大多采用第二种方式，这种方式在水流量需求变化较大时会造成水泵长期低效率运转。第三种方式是最先进、最有发展前途的一种。近年来，我国一些大中城市的水厂采用了不同形式的调速设备，但是多数运行不够合理，节能效果不显著，供水泵站水泵运行的效率普遍偏低。因此，深入研究供水泵站的效率优化问题，对于提高泵站运行效率，保障安全供水，节约能源，具有重要的现实意义和巨大的经济效

益。

针对变频调速供水泵站内各运行水泵负荷的最优分配问题，提出用指数曲线准确地拟合水泵的性能曲线，在此基础上建立了供水泵站效率优化问题的数学模型。求解该模型的方法很多，传统的基于梯度优化方法，通常要求优化问题的目标函数具有连续性、可微性和单峰性，在求解复杂优化问题时计算效率低、精度差。遗传算法是建立在模拟自然界生命进化机制基础上的一种全局性自适应随机搜索优化方法，它只要求被优化的问题是可计算的，在求解复杂优化问题上具有传统优化方法所不可比拟的优点。因此，针对优化问题数学模型非线性和带有复杂约束条件的特点，采用了遗传算法进行求解，并进行了仿真实验，取得了令人满意的效果。

## 2 数学模型

### 2.1 水泵的性能曲线

建立供水泵站效率优化问题的数学模型，必须对水泵性能曲线进行准确的数学描述。一般是通过拟合来得到水泵性能曲线的数学表达式。因此，曲线拟合的准确性直接影响了供水泵站优化控制问题解的有效性。在额定转速下，可对水泵的基本性能

[收稿日期] 2002-03-26；修回日期 2002-05-31

[基金项目] 山东省自然科学基金资助项目(Y2001G01)

[作者简介] 廖 莉(1971-)，女，四川成都市人，硕士，山东大学讲师

曲线进行拟合。

水泵的流量—功率 ( $Q_N-P_N$ ) 曲线通常能以相当高的精度拟合为<sup>[1]</sup>

$$P_N = d_0 + d_1 Q_N + d_2 Q_N^2. \quad (1)$$

对于水泵的流量—扬程 ( $Q_N-H_N$ ) 曲线, 通常拟合为二次抛物线<sup>[2]</sup>

$$H_N = a - b Q_N^2. \quad (2)$$

实验发现, 采用指数曲线比用二次抛物线的拟合精度更高, 其拟合形式为

$$H_N = c - a e^{b Q_N}. \quad (3)$$

这是因为泵内流场十分复杂, 而二次抛物线仅相当于指数曲线省去了高次项的一种近似, 难以描述泵内的流动损失, 因此采用指数曲线的拟合效果相对要好一些。以 14SH-13 型离心泵在高效区及其附近的基本性能曲线拟合为例, 采用最小二乘法进行拟合, 两种拟合结果的对照如表 1 所示 (其中三点拟合的“三点”是指基本性能曲线上的最高效率点和高效段的两端点)。由表 1 可知, 用指数曲线的拟合精度比用多项式的拟合精度更高, 而且用指数曲线拟合时三点拟合与多点 (10 点) 拟合得到的结果非常相近。因此, 对于水泵的流量—扬程曲线, 只需用最高效率点和高效段的两端点进行指数曲线三点拟合, 就可以取得比较满意的效果。

表 1 曲线拟合结果对照表

Table 1 The result of curve approximation

序号	扬程 $H/m / m^3 \cdot h^{-1}$	流量 $Q$		流量 $Q$ (二次抛物线拟合)		流量 $Q$ (指数曲线拟合)	
		多点拟合	三点拟合	多点拟合	三点拟合	多点拟合	三点拟合
1	50	972	994.891321	983.991627	971.596225	972.045220	
2	48	1085	1085.903962	1076.276089	1084.498991	1085.171055	
3	47	1130	1128.661486	1119.569367	1133.506679	1134.229730	
4	45	1220	1209.650951	1201.485024	1220.397135	1221.151789	
5	44	1260	1248.176574	1240.415902	1259.311808	1260.058646	
6	43	1295	1285.548170	1278.161554	1295.726930	1296.455282	
7	42	1330	1321.863621	1314.824059	1329.944312	1330.646070	
8	41	1360	1357.207711	1350.491634	1362.214200	1362.883175	
9	39	1420	1425.268902	1419.140004	1421.718511	1422.308832	
10	37	1476	1490.224854	1484.617475	1475.568247	1476.068718	
最大误差 / %		2.23	1.59	0.48	0.50		

根据水泵相似律<sup>[2]</sup>,

$$\frac{Q}{Q_N} = S, \frac{H}{H_N} = S^2, \frac{P}{P_N} = S^3. \quad (4)$$

其中  $S$  为转速比,  $Q_N$ 、 $H_N$  和  $P_N$  为基本性能曲线上点。

由式 (1)、式 (2) 和式 (4) 可得到, 在不同转速下水泵的性能曲线为: 流量—扬程 ( $Q-H$ ) 曲线

$$H = cS^2 - aS^2 e^{(bQ/S)}; \quad (5)$$

流量—功率 ( $Q-P$ ) 曲线

$$P = d_0 S^3 + d_1 Q S^2 + d_2 Q^2 S. \quad (6)$$

这些关系式是供水泵站效率优化问题的数学建模基础, 关系到优化问题的求解。

## 2.2 供水泵站效率优化问题的数学模型

泵站效率优化的目的是在满足所要求流量和扬程的前提下, 使耗能最少, 同时也要充分利用各水泵的高效工作段。因此, 这里把水泵机组总的轴功率最小作为目标函数。考虑到水泵的控制一般是靠调速和台数切换来进行的, 有时还要辅之以流量调节阀控制。这些动作与整个水网相比的过渡过程时间很短, 可认为瞬时完成, 因此可看作是静态优化问题。供水泵站出口扬程  $H$  和流量  $Q$  的确定, 一般可以通过预测整个城市的需水量然后进行供水管网系统的优化调度得到, 关于这方面已有诸多文献发表<sup>[3]</sup>。因此, 假设泵站的出口扬程  $H$  和流量  $Q$  已给定, 且并联运行水泵的台数  $m$  为已知, 则优化问题可描述如下: 寻求并联水泵的转速比  $S_i$ , 使并联后的水泵特性经过  $Q-H$  平面上的给定点 ( $Q, H$ ) 并使消耗功率最小。于是, 由式 (6) 得到优化问题的目标函数

$$J = \min \left\{ \sum_{i=1}^m (d_{0i} S_i^3 + d_{1i} Q_i S_i^2 + d_{2i} Q_i^2 S_i) \right\}, \quad (7)$$

其中,  $Q_i, S_i, d_{ji}$  ( $j = 0, 1, 2$ ) 分别为第  $i$  台水泵的流量、转速比和流量—功率拟合曲线的系数。考虑到要使水泵高效运行和满足工艺要求, 有以下约束条件:

1) 转速比约束。考虑到稳定工作和防止汽蚀, 水泵的调速比取值范围为  $S_i \in [S_{i\min}, S_{i\max}]$ , 由于水泵一般不能在额定转速以上调速, 通常取  $S_{i\max} = 1$ , 即  $S_i \in [S_{i\min}, 1]$ 。

2) 总流量约束。因为满足负荷曲线的要求是泵站优化控制的前提条件, 并且水泵并联时, 各泵的出口扬程  $H$  应相等, 并联总流量为各泵流量之和, 所以当  $m$  台水泵并联时,

$$H = H_1 = H_2 = \dots = H_m, Q = \sum_{i=1}^m Q_i. \quad (8)$$

### 3) 单泵流量约束。

设 A, B 点分别是某台调速泵基本性能曲线上高效段的左右端点, E, F 点分别是该泵在最低转速下性能曲线高效段的左右端点, 则该调速泵运行的高效区是由曲线 AB、曲线 EF 和相似工况抛物线 OA, OB 所围成的扇环区域, 如图 1 所示。因此, 流量约束点  $Q_{\min}$ ,  $Q_{\max}$  应是此高效区边界上的点。

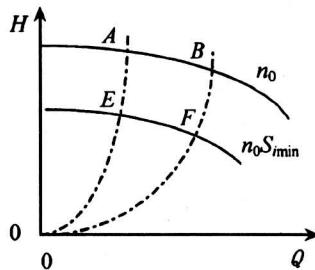


图 1 调速泵的高效区

Fig. 1 The efficiency region of adjusting speed pump

相似工况抛物线 OA 为

$$H_i = \frac{H_{iA}}{Q_{iA}^2} Q_i^2. \quad (9)$$

相似工况抛物线 OB 为

$$H_i = \frac{H_{iB}}{Q_{iB}^2} Q_i^2. \quad (10)$$

由式 (5) 得第  $i$  台并联水泵的流量为

$$Q_i = \frac{S_i}{b_i} \ln \left( \frac{c_i S_i^2 - H_i}{a_i S_i^2} \right). \quad (11)$$

于是:

$$Q_{i\max} = \begin{cases} \frac{S_{i\min}}{b_i} \ln \left( \frac{c_i S_{i\min}^2 - H_i}{a_i S_{i\min}^2} \right), & H_i < H_{iE}, \\ \sqrt{\frac{H_i}{H_{iA}}} Q_{iA}, & H_i \geq H_{iE}; \end{cases} \quad (12a)$$

$$Q_{i\max} = \begin{cases} \frac{1}{b_i} \ln \left( \frac{c_i - H_i}{a_i} \right), & H_i \geq H_{iB}, \\ \sqrt{\frac{H_i}{H_{iB}}} Q_{iB}, & H_i < H_{iB}. \end{cases} \quad (12b)$$

其中,  $H_{iE}$  的值可由式 (4) 得到

$$H_{iE} = H_{iA} S_{i\min}^2. \quad (13)$$

考虑到水泵运行的高效区, 应当有

$$Q_{i\min} \leq Q_i \leq Q_{i\max}. \quad (14)$$

供水泵站效率优化问题的数学模型为

$$\begin{aligned} J = \min \Big\{ & \sum_{i=1}^m (d_{0i} S_i^3 + d_{1i} Q_i S_i^2 + d_{2i} Q_i^2 S_i) \Big\}, \\ \text{s.t. } & S_i \in \{S_{i\min}, 1\}, \\ & Q = \sum_{i=1}^m Q_i, \\ & Q_{i\min} \leq Q_i \leq Q_{i\max}. \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $H_{iA}$ ,  $H_{iB}$ ,  $Q_{iA}$ ,  $Q_{iB}$  为水泵额定转速下高效段左右端点的扬程和流量值, 为常数, 可查水泵手册得到;  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_{0i}$ ,  $d_{1i}$ ,  $d_{2i}$  为水泵特性曲线方程的定常系数, 可通过曲线拟合得到。

显然, 该数学模型是一个带有等式约束和不等式约束的非线性复杂优化问题, 如果采用传统的基于梯度优化方法来求解是非常繁琐的。考虑到遗传算法是一种基于自然选择和群体遗传机理的搜索算法, 对搜索空间无特殊要求, 只要求被优化的问题是可计算的, 它具有鲁棒性强、高效实用的显著特点。因此, 采用遗传算法来求解供水泵站效率优化问题。

## 3 遗传算法设计

### 3.1 遗传算法

遗传算法 (GA) 是一种结合了 Darwin 的进化论及 Mendel 的群体遗传学机理而提出的一种全局意义上的自适应搜索技术, 它的正式诞生以 1975 年 Holland 著作<sup>[4]</sup>的出版为标志。随后 GA 开始吸引大量的研究者和探索者, 并在理论和应用方面都有了很大发展。Holland 提出的简单遗传算法的基本思想是待解问题通常可以转化为如下一个寻优问题:

$$\min \{f(b) | b\} \in IB^L, \quad (16)$$

其中  $b \in IB^L = \{0, 1\}^L$ ,  $0 < f(b) < \infty$ , 且  $f(b)$  ≠ 常数。

GA 把待解问题的候选解按一定规则编码为数字串形式, 一个数字串就是一个个体 (称为染色体) 并对应着问题的一个解, 不同的个体构成种群。首先, GA 随机产生初始种群, 其中每个个体根据适应函数都有一个适值; 然后, 通过选择、交叉、变异三种基本进化操作, 构成新一代更好的种群, 不断进化, 直至求出问题的最优解。

遗传算法的染色体编码采用二进制编码; 在进化过程中, 采用最优保存策略, 即在大小为  $N$  的群体中添加一个不参与三种进化操作的个体 (最优

保存个体), 用于保存进化过程中得到的最好解, 于是种群的数目变为 ( $N + 1$ ), 以保证 GA 全局收敛; 对约束条件, 采用模拟退火罚函数法<sup>[5]</sup>, 即通过增加惩罚函数  $P(\sigma, x)$  修正目标函数, 将带约束优化问题化为无约束问题:

$$\min F(x, \sigma) = f(x) + P(\sigma, x), \quad (17)$$

其中  $\sigma$  是罚因子, 取

$$\sigma = \alpha \frac{1}{T}, \quad T = \gamma, \quad \gamma \in [0, 1].$$

其中  $\sigma$  为初始温度,  $\gamma$  为温度冷却参数。这种方法在进化过程中, 由温度冷却参数  $\gamma$  来控制  $\sigma$  逐渐增大的速度, 使解群趋于可行解, 增加了算法的适应性。因此, 优化问题的目标函数修正为

$$J = J + \sigma \left[ \left| Q - \sum_{i=1}^m Q_i \right| + \sum_{i=1}^m \Delta Q_i \right]. \quad (18)$$

其中:

$$\Delta Q_i = \begin{cases} Q_{i\min} - Q_i, & Q_i < Q_{i\min}; \\ 0, & Q_{i\min} \leq Q_i \leq Q_{i\max}; \\ Q_i - Q_{i\max}, & Q_i > Q_{i\max}. \end{cases}$$

遗传操作: a. 选择操作采用优先策略, 即把目前解群中较好的解直接放入下一代的解群中, 这样在各代的解群中总会保留下到目前为止所得到的最好解; b. 交叉操作采用最常用的二进制编码交叉策略; c. 变异操作采用值变异策略。遗传算法流程框图如图 2 所示。

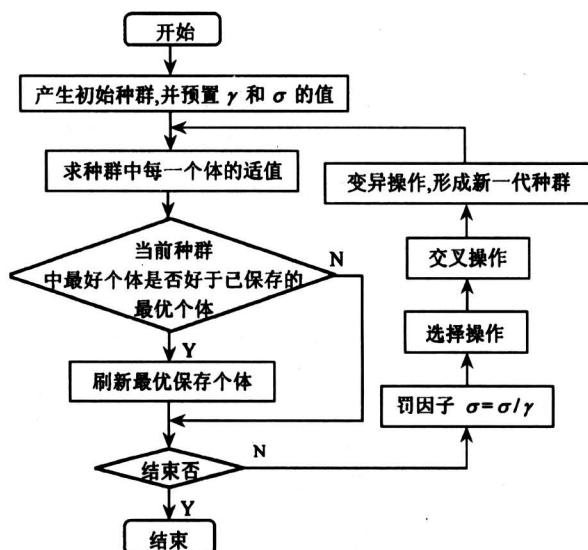


图 2 算法流程框图

Fig.2 Flowchart of the algorithm

#### 4 仿真实验

已知某供水泵站在某时刻有 3 台水泵并联运行, 水泵的型号分别为 14SA-10A, 8SA-10A 和 6SA-8, 全部调速, 且每台水泵的调速范围为 0.7 ~ 1, 要求泵站的总出口流量  $Q = 1198 \text{ m}^3/\text{h}$ , 扬程  $H = 48 \text{ m}$ 。确定泵站效率优化时各水泵的转速比  $S_i$ 。

用最小二乘法将各水泵的基本性能曲线拟合为:

$$14SA-10A \text{ 型 } H = 62 - 0.0625e^{0.003851Q},$$

$$P = 10 + 0.238889Q - 6.17284 \times 10^{-5}Q^2;$$

$$8SA-10A \text{ 型 } H = 62.176 - 0.54879e^{0.011274Q},$$

$$P = 21.407011 + 0.128828Q - 0.000123Q^2;$$

$$6SA-8 \text{ 型 } H = 63.253531 - 1.21164e^{0.010887Q}$$

$$P = 10.415385 + 0.157179Q - 0.000256Q^2.$$

遗传算法采用 6 位二进制编码, 每个变量  $S_i$  的精度取  $\Delta = 0.005$ 。取种群规模为  $2N = 160$ ,  $P_s = 0.02$ ,  $P_c = 0.4$ ,  $P_m = 0.25$ , 结束条件为迭代 200 代。罚函数在计算个体适值中起着加权作用, 因此在选取罚因子 (即初始温度)  $\sigma$  的初值和温度冷却参数  $\gamma$  的大小时, 根据具体的优化问题, 考虑优化值与满足约束条件程度之间的权衡, 取  $\sigma = 1$ ,  $\gamma = 0.998$ 。遗传算法运算结果如表 2 所示。

表 2 仿真实验结果

Table 2 The simulation result

水泵型号	14SA-10A	8SA-10A	6SA-8
转速比	0.895 238	0.928 571	0.966 667
实际流量 / $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$			1198.549 054
实际功率 / kW			189.480 351
最佳适值 / kW			190.298 132
所用时间 / s			≈9

#### 5 结论

在采用指数曲线准确拟合水泵性能曲线的基础上, 建立供水泵站效率优化问题的数学模型, 保证了解的有效性。遗传算法与传统的基于梯度优化方法相比, 具有全局最优、鲁棒性强、可并行处理及高效率的特点, 在求解复杂优化问题上有不可比拟的优点。仿真实验表明, 用遗传算法求解供水泵站效率优化问题, 能够快速、准确地得到令人满意的结果。由于实际水厂供水泵站的情况复杂, 要将泵

站效率优化控制调度方法运用到实际中去，应结合具体的情况进一步探讨。

#### 参考文献

- [1] 段文泽. 供水泵站最优节能控制的研究 [A]. 第三届全国电器自动化学术年会论文集 [C], 1984
- [2] 沙鲁生. 水泵与水泵站 [M]. 北京: 水力电力出版社, 1993
- [3] 吕 谋, 赵洪斌, 李红卫. 时用水量的自适应组合动态建模方法 [J]. 系统工程理论与实践, 1998, (8): 101~112
- [4] Holland J H. Adaptation in natural and artificial system [M]. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975
- [5] 吴志远, 邵惠鹤, 吴新余. 基于遗传算法的退火精确罚函数非线性约束优化方法 [J]. 控制与决策, 1998, 13(2): 21~24

## Efficiency Optimization of Variable Frequency Variable Speed Water-supply Pumping Stations Based on Genetic Algorithm

Liao Li, Lin Jiaheng, Zhang Chenghui

(School of Control Science & Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

**[Abstract]** Water-supply enterprise consumes much of electric energy in the city, and the quantity it consumes mainly depends on the pumps of pumping stations. So it is important to optimize operation of water-supply pumping stations, for safety water supply and saving energy. This paper presents an optimal scheduling model of water-supply pumping stations based on approximation of exponent curve. Corresponding to the model, solutions based on genetic algorithm are introduced. The simulation results illustrate its validity.

**[Key words]** water-supply pumping station; approximation of numerical value; optimization; genetic algorithm

## 全国第九届可拓学及可拓工程学术会议

[本刊讯]由中国人工智能学会、中国工程院《中国工程科学》编辑部和广东工业大学联合主办,大连海事大学承办的全国第九届可拓学及可拓工程学术会议,于2002年8月9—12日在大连海事大学举行。出席会议的有来自中国人工智能学会、中国科学院科技政策与管理科学研究所、北京大学、复旦大学、浙江大学、同济大学、四川大学、台湾淡江大学、台湾万能技术学院、台湾光武技术学院、大连海事大学、广东工业大学、中国农业大学、山东大学、海军广州舰艇学院、广州通信学院、钢铁研究总院、山西省农业科学院、大连天威电子膜应用技术研究所等50多个单位的约80名可拓学研究工作者。中国工程院院士、《中国工程科学》总编辑汪旭光教授和中国工程院院士、中国工程物理研究院李幼平研究员专程前来出席会议,并就可拓学及其应用前景做了精彩的演讲。

可拓学是以广东工业大学蔡文研究员为首的一批中国学者历时19年而创立的新学科。它研究事物拓展的可能性和开拓创新的规律和方法,并用于解矛盾问题。其理论支柱是可拓元理论、可拓集合理论和可拓逻辑;将其应用于实际,就会产生工业可拓工程、军事可拓工程和管理可拓工程等。

可拓学的创立受到了国内外学者的广泛关注、重视与肯定,产生了重要影响。本届学术会议就是在已有的研究成果基础上,交流可拓学研究的新进展及其在工程科技领域的应用,相互启迪,彼此切磋,进一步促进可拓学的蓬勃发展。