

# 柱形地形上单浮体的辐射和散射问题

吴必军<sup>1,2</sup>, 郑永红<sup>2</sup>, 游亚戈<sup>2</sup>, 孙晓燕<sup>2</sup>, 陈勇<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学, 合肥 230026; 2. 中国科学院广州能源研究所, 广州 510070)

**[摘要]** 在有限水深、同轴但半径大于或等于浮体半径的圆柱体障碍物地形条件下, 基于特征函数展开法, 推导了垂直放置的圆柱形浮体由于波的辐射和散射作用所表现的动力学和运动学特征表达式, 涉及浮体做垂荡、横荡和横摇运动所产生的辐射势, 以及在入射波的作用下, 由于浮体固定不动而产生的散射势, 并推导了激励力、附加质量和阻尼系数表达式。采用与同轴、同半径圆柱体障碍物地形上单浮体水动力学特性相比的方式和激励力计算两种方法验证了推导的表达式, 最后分析了障碍物几何尺寸对浮体水动力学特性的特有影响。

**[关键词]** 解析方法; 速度势; 波浪力

**[中图分类号]** O353.2 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)02-0048-08

## 1 引言

海洋波浪与振荡系统如船舶、海洋平台和波能转换装置的相互作用是海洋工程中的研究课题之一。波浪与振荡系统的相互作用一直受到设计者极大的关注; 精确计算波浪作用在振荡系统上的力对振荡系统的设计极为重要<sup>[1,2]</sup>。为了使研究问题简化而又不失一般性, 作者将这类振荡系统简化为刚性的园柱型浮体。在常水深、无限域条件下, 对于轴对称无转动的园柱型浮体运动状态可简单归为3类: 垂荡、纵荡(横荡)和纵摇(横摇)。

海底地形复杂, 波在传播过程中会遇到障碍物而改变传播方向, 产生绕射, 这种绕射会对上面的浮体运动产生作用, 浮体运动又反过来影响波的传播, 波与浮体之间的相互作用变得复杂。对这种条件下浮体的辐射和散射问题一般采用数值方法, 但数值方法在计算精度、计算效率以及程序实现方面都较复杂。为了简化计算而又能研究障碍物对浮体运动的一般性影响, 把障碍物简化为圆柱形, 采用解析方法研究这种条件下浮体的辐射和散射问题。

尽管这种简化是一种理想化的情况, 但其结果可以近似地应用于许多有意义的实际场所, 有助于检验数值方法的正确性, 有助于进一步研究更复杂的情形。

Miles 等人<sup>[3]</sup>在1968年研究了由圆形船坞引起表面波的散射问题。Garretz<sup>[4]</sup>在1971年计算并得到了作用在船坞上的水平力、垂直力及其力矩。在有限水深条件下, Yeung<sup>[5]</sup>在1981年推导了一个圆柱型浮体附加质量和阻尼系数的理论值。Williams 和 Abul-Azmz<sup>[6]</sup>在1989年研究了一组圆柱型浮体, 当某一成员受力振动时浮体之间的水动力相互作用。D. D. Bhatta<sup>[7]</sup>等人在2003年推导了在有限水深条件和线性规则波作用下的单浮体运动散射和辐射问题表达式。在所有这些研究中都假设了常水深、平底地形条件。

显然, 障碍物的存在, 尤其是其半径不同于浮体的半径时, 浮体的辐射和散射问题要比平底单浮体的辐射和散射问题复杂。在流体不可压缩、流动无旋、小振幅波的条件, 作者采用特征函数展开法对处在同轴、半径大障碍物地形条件上的浮体的

**[收稿日期]** 2003-07-20

**[基金项目]** 国家“八六三”计划资助项目(2001AA516010); 中科院知识创新工程重要方向资助项目(KGCX2-SW-305)

**[作者简介]** 吴必军(1965-), 男, 贵州松桃县人, 中国科学院广州能源研究所副研究员, 博士研究生

散射及辐射问题进行了研究，推导出水动力系数表达式和激励力表达式，把相应的水动力系数同同轴、同半径障碍物地形条件上的单浮体系数相比，同时也比较了计算激励力的两种方法，得到一致的结果。最后讨论了障碍物对浮体运动特有的影响，得到了一些有意义的结果。

## 2 问题描述

一个圆柱形浮体 B，其半径为  $R$ ，被置于等深度无旋、不可压缩的流体中，其占据的空间为  $r \leq R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -d_1 \leq z \leq 0$ ，其正下方有一同轴但半径大的圆柱体障碍物，其半径为  $R_b (R_b \geq R)$ ，它占据的空间为  $r \leq R_b, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -h_1 \leq z \leq -e_1$ ，如图 1 所示。在线性入射波作用下，浮体 B 作微摇荡运动。由于流体不可压缩，流动无旋，浮体仅在做微幅运动，而且是柱对称问题，所以流体的运动状态采用柱坐标下速度势表达式  $\Phi(r, \theta, z, t) = \phi(r, \theta, z)e^{-i\omega t}$  描述， $\phi(r, \theta, z)$  为空间速度式。速度势  $\Phi$  满足拉普拉斯方程，就得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = 0, \quad (1)$$

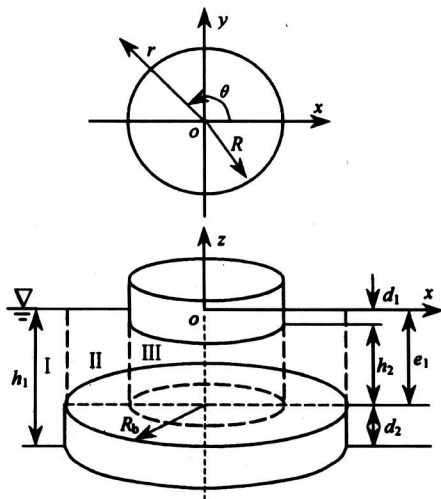


图 1 波能装置示意图

Fig.1 Sketch of the wave power device

$\phi$  又可分解为散射势  $\phi_s$  和由于物体运动产生的辐射势  $\phi_r$ ，而散射势  $\phi_s$  又可分为波浪入射势  $\phi_i$  和由于物体存在且不动时引起的绕射势  $\phi_d$ 。考虑单位振幅线性入射平面波作用， $\phi_i$  为已知，在柱坐标下，其表达式<sup>[3]</sup>为

$$\phi_i = -\frac{ig}{\omega} \frac{\cosh k(z + h_1)}{\cosh kh_1}.$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \mu_m J_m(kr) \cos m\theta. \quad (2)$$

式中

$$\mu_m = \begin{cases} 2i^m & m > 0 \\ 1 & m = 0 \end{cases};$$

$i = \sqrt{-1}$ ； $\omega$  为波浪圆频率； $k$  为波数，由色散关系  $k \tanh(kh_1) = \omega^2/g$  确定。在三维柱形地形条件下， $\phi_d$  和  $\phi_r$  及其所推导的其它物理量是求解的重点。

## 3 辐射速度势

### 3.1 辐射速度势问题

在线性入射波作用下，适当选取坐标系的取向可使浮体简单地分解为垂荡、纵荡（或横荡）、纵摇（或横摇）3 种模态运动，分别用  $l = 1, 2, 3$  区分，其运动的振幅为  $A_{lr}$ ，则由物体运动产生的辐射速度势  $\Phi_r$  可表示为

$$\begin{aligned} \Phi_r &= \sum_{l=1}^3 \Phi_{lr} = \sum_{l=1}^3 \text{Re}[\phi_{lr}(r, \theta, z) \exp(-i\omega t)] \\ &= \sum_{l=1}^3 \text{Re}[-i\omega A_{lr} \psi_{lr}(r, \theta, z) \exp(-i\omega t)] \\ &= \sum_{l=1}^3 \text{Re}\{-i\omega [A_{lr} \varphi_{lr}(r, z) \cos(1 - \delta_{1l})\theta] \cdot \\ &\quad \exp(-i\omega t)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $\psi$  和  $\varphi$  为空间速度势， $t$  为时间。显然式中设定了如下关系

$$\psi_{lr}(r, \theta, z) = \varphi_{lr}(r, z) \cos(1 - \delta_{1l})\theta, \quad (4)$$

另外，采用了如下记号

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & k = l \\ 0 & k \neq l \end{cases}.$$

将式 (4) 代入拉普拉斯方程及相应的边界条件，可得空间速度势  $\varphi_{lr}$  满足下面的基本方程和边界条件：

$$\frac{\partial^2 \varphi_{lr}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi_{lr}}{\partial r} \right) - \frac{(1 - \delta_{1l})^2 \varphi_{lr}}{r^2} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr}}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \varphi_{lr} = 0, (z = 0, r \geq R) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr}}{\partial z} = 0, (z = -h_1, r \geq R_b; z = -e_1, r \leq R_b) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr}}{\partial r} = 0, (-h_1 < z < -e_1, r = R_b) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr}}{\partial z} = \delta_{1l} - r\delta_{3l}, (z = -d_1, r < R) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr}}{\partial r} = \delta_{2l} + (z - z_c)\delta_{3l}, \quad (10)$$

$$(-d_1 < z < 0, r = R)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial \varphi_l}{\partial r} - ik\varphi_{lr} \right) = 0. \quad (11)$$

注意：在式(9)和式(10)中，假定纵摇支点坐标取为  $(x_c, y_c, z_c) = (0, 0, z_c)$ 。

## 2.2 问题的求解

采用特征函数展开法求解上面的定解问题。首先将流体计算域划分成 I、II 和 III 3 个子域，如图 1 所示。这 3 个子域的辐射速度势分别记为  $\varphi_{lr1}$ 、 $\varphi_{lr2}$  和  $\varphi_{lr3}$ 。其次对每一子域采用分离变量法，得到的表达式为正交函数的无穷级数（它们满足除子域交界处  $r = R_b$  和  $r = R$  外的所有边界条件）。然后通过  $r = R_b$  和  $r = R$  处给出的压力和法向速度连续性条件来确定级数中的系数。

采用分离变量法，可得到辐射速度势的表达式

$$\varphi_{lr1} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{ln} \cos[\lambda_n(z + h_1)] \frac{R_{(1-\delta_{1l})}(\lambda_n r)}{R_{(1-\delta_{1l})}(\lambda_n R_b)}, \quad (12)$$

$$\varphi_{lr2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B_{ln} \frac{S_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n r)}{S_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n R)} + C_{ln} \frac{T_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n r)}{T_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n R)} \right] \cos[\gamma_n(z + e_1)], \quad (13)$$

$$\varphi_{lr3} = w_{lp} + D_{1l} r^{(1-\delta_{1l})} + \sum_{n=2}^{\infty} D_{ln} \cos[\beta_n(z + e_1)] \frac{I_{(1-\delta_{1l})}(\beta_n r)}{I_{(1-\delta_{1l})}(\beta_n R)}. \quad (14)$$

式中，

$$w_{lp} = \frac{(z + e_1)^2 - r^2/2}{2h_2} \delta_{1l} - \frac{(z + e_1)^2 r - r^3/4}{2h_2} \delta_{3l}; \quad (15)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = -ik, k \tanh(kh_1)\omega^2/g \\ \gamma_1 = -ik_e, k_e \tanh(k_e e_1)\omega^2/g, \\ n = 1; \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \lambda_n \tan(\lambda_n h_1) = -\omega^2/g \\ \gamma_n \tan(\gamma_n e_1) = -\omega^2/g, \\ n = 2, 3, \dots; \end{cases} \quad (17)$$

$$\beta_n = (n-1)\pi/h_2. \quad (18)$$

径向函数  $R$ 、 $S$  和  $T$  为

$$R_{(1-\delta_{1l})}(\lambda_1 r) = H_{(1-\delta_{1l})}^{(1)}(kr), n = 1; \quad (19)$$

$$R_{(1-\delta_{1l})}(\lambda_n r) = K_{(1-\delta_{1l})}(\lambda_n r), \quad n = 2, 3, \dots; \quad (20)$$

$$S_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_1 r) = H_{(1-\delta_{1l})}^{(1)}(k_e r), n = 1; \quad (21)$$

$$S_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n r) = K_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n r), \quad n = 2, 3, \dots; \quad (22)$$

$$T_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_1 r) = H_{(1-\delta_{1l})}^{(2)}(k_e r), n = 1; \quad (23)$$

$$T_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n r) = I_{(1-\delta_{1l})}(\gamma_n r), \quad n = 2, 3, \dots. \quad (24)$$

式中， $H_{(1-\delta_{1l})}^{(1)}$ 、 $H_{(1-\delta_{1l})}^{(2)}$  分别为  $(1-\delta_{1l})$  阶第一、二类 Hankel 函数， $I_{(1-\delta_{1l})}$ 、 $K_{(1-\delta_{1l})}$  分别为  $(1-\delta_{1l})$  阶第一、二类变形 Bessel 函数。

在  $r = R_b$  处，压力和法向速度连续性条件表达式分别为

$$\varphi_{lr1} = \varphi_{lr2}, -e_1 \leq z \leq 0; \quad (25)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr1}}{\partial r} = \begin{cases} \frac{\partial \varphi_{lr2}}{\partial R} & -e_1 \leq z \leq 0 \\ 0 & -h_1 \leq z \leq -e_1 \end{cases}. \quad (26)$$

在  $r = R$  处，压力和法向速度连续性条件表达式分别为

$$\varphi_{lr2} = \varphi_{lr3}, -e_1 \leq z \leq -d_1 \quad (27)$$

$$\frac{\partial \varphi_{lr2}}{\partial r} = \begin{cases} \delta_{2l} + (z - z_c)\delta_{3l} & -d_1 \leq z \leq 0 \\ \frac{\partial \varphi_{lr3}}{\partial r} & -e_1 \leq z \leq -d_1 \end{cases}. \quad (28)$$

通过在上述连续性条件的两边同时乘上适当的特征函数，然后在所考虑的区间进行积分，使上面的连续性条件在  $z$  区间上得到满足，其具体推导和解法可参考文献 [9]。

## 4 绕射速度势

### 4.1 基本方程和边界条件

在入射波作用下，由于浮体不动，而使波产生绕射，在无旋、不可压缩条件下，流体的空间绕射速度势  $\phi_d$  满足的基本方程和边界条件为

$$\frac{\partial^2 \phi_d}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi_d}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_d}{\partial \theta^2} = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi_d = 0, (z = 0, r \geq R) \quad (30)$$

$$\frac{\partial \phi_d}{\partial z} = 0, \quad (z = -h_1, r \geq R_b) \quad (31)$$

$$\frac{\partial(\phi_d + \phi_i)}{\partial z} = 0, \quad (32)$$

$$(z = -d_1, r < R; z = -e_1, r \leq R_b)$$

$$\frac{\partial(\phi_d + \phi_i)}{\partial r} = 0,$$

$$(-d_1 < z < 0, r = R; -h_1 < z < -e_1, r = R_b) \quad (33)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial \phi_d}{\partial r} - ik\phi_d \right) = 0. \quad (34)$$

式中  $\phi_i$  为入射势。

#### 4.2 问题的求解

同求辐射势方法一样，采用特征函数展开法求解上面的定解问题。首先将流体计算域划分成 I、II 和 III 3 个子域，如图 1 所示，这 3 个子域的辐射速度势分别记为  $\phi_{d1}$ 、 $\phi_{d2}$  和  $\phi_{d3}$ 。对每一子域采用分离变量法，得到的表达式为正交函数的无穷级数（它们满足除子域交界处外的所有边界条件），然后通过交界面给出的压力及法向速度连续性条件来确定级数中的系数。 $\phi_{d1}$ 、 $\phi_{d2}$  和  $\phi_{d3}$  表达式分别为

$$\phi_{d1} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \cos[\lambda_n(z+h_1)] \cdot \frac{R_m(\lambda_n r)}{R_m(\lambda_n R)} \cos m\theta, \quad (35)$$

$$\phi_{d2} = -\phi_i + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B_{m,n} \frac{S_m(\gamma_n r)}{S_m(\gamma_n R)} + C_{m,n} \frac{T_m(\gamma_n r)}{T_m(\gamma_n R)} \right] \cos \gamma_n(z+e_1) \cos m\theta, \quad (36)$$

$$\phi_{d3} = -\phi_i + \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m,1} r^m + \sum_{n=1}^{\infty} D_{m,n} \cos[\beta_n(z+e_1)] \cdot \frac{I_m(\beta_n r)}{I_m(\beta_n R)} \right\} \cos m\theta. \quad (37)$$

式中， $\lambda_n$ 、 $\gamma_n$  和  $\beta_n$  同辐射势的一样，径向函数  $R_m$ 、 $S_m$  和  $T_m$  为

$$R_m(\lambda_1 r) = H_m^{(1)}(i\lambda_1 r) = H_m^{(1)}(kr), \quad n = 1; \quad (38)$$

$$R_m(\lambda_n r) = K_m(\gamma_n r), \quad n = 2, 3, \dots; \quad (39)$$

$$S_m(\gamma_1 r) = H_m^{(1)}(i\gamma_1 r) = H_m^{(1)}(k_e r), \quad n = 1; \quad (40)$$

$$S_m(\gamma_n r) = K_m(\gamma_n r), \quad n = 2, 3, \dots; \quad (41)$$

$$T_m(\gamma_1 r) = H_m^{(2)}(i\gamma_1 r) = H_m^{(2)}(k_e r), \quad n = 1; \quad (42)$$

$$T_m(\gamma_n r) = I_m(\gamma_n r), \quad n = 2, 3, \dots. \quad (43)$$

式中  $H_m^{(1)}$  和  $H_m^{(2)}$  分别为  $m$  阶第一、二类 Hankel 函数， $I_m$ 、 $K_m$  分别为  $m$  阶第一、二类 Bessel 函数。

同求辐射势一样，剩下的问题就是确定未知系数  $A_{mn}$ 、 $B_{mn}$ 、 $C_{mn}$  和  $D_{mn}$ 。通过在  $r = R_b$  和  $r = R$  处给出的压力和法向速度连续性条件来确定这 4 组系数。在  $r = R_b$  处，压力和法向速度连续性条件确定的表达式为

$$\phi_{d1} = \phi_{d2} \quad -e_1 \leq z \leq 0, \quad (44)$$

$$\frac{\partial \phi_{d1}}{\partial r} = \begin{cases} \frac{\partial \phi_{d2}}{\partial r} & -e_1 \leq z \leq 0 \\ -\frac{\partial \phi_i}{\partial r} & -h_1 \leq z \leq -e_1 \end{cases}. \quad (45)$$

在  $r = R$  处，压力和法向速度连续性条件确定的表达式为

$$\phi_{d2} = \phi_{d3} \quad -e_1 \leq z \leq -d_1, \quad (46)$$

$$\frac{\partial \phi_{d2}}{\partial r} = \begin{cases} -\frac{\partial \phi_i}{\partial r} & -d \leq z \leq 0 \\ \frac{\partial \phi_{d3}}{\partial r} & -e_1 \leq z \leq -d_1 \end{cases}. \quad (47)$$

通过一系列推导，可从式 (44) ~ (47) 得到  $A_{mn}$ 、 $B_{mn}$ 、 $C_{mn}$  和  $D_{mn}$ ，就可得到波浪绕射速度势：

$$\Phi_D = \text{Re}[\phi_d(r, \theta, z) \exp(-i\omega t)].$$

## 5 波浪激励力和辐射作用力的计算

### 5.1 波浪激励力的计算

波浪激励力是由辐射势之外的速度势作用产生的，这些速度势一般包括入射势  $\phi_i$  和绕射势  $\phi_d$ 。

$$F_j = i\rho\omega \int_S (\phi_i + \phi_d) \bar{n}_j ds, \quad (48)$$

$\{\bar{n}_j\} = (n_1, n_2, n_3, yn_3 - zn_2, zn_1 - xn_3, xn_2 - yn_1)$ ，为微元  $ds$  的单位法线矢量在正交坐标系轴上的投影， $x, y, z$  为转动参考点到  $ds$  的矢径到坐标轴上的投影， $j = 1 \sim 6$ （由于是柱对称问题，所以可简单分为纵荡、垂荡和纵摇 3 种运动， $j = 1, 3, 5$ ，对应于  $l = 2, 1, 3$ ）。下面根据式 (48) 列出了垂向波浪力表达式：

入射势产生的垂向波浪力为

$$F_{i3} = 2\pi\rho g \frac{\cosh [k(h_1 - d_1)]}{\cosh kh_1} \frac{R}{k} J_1(kR). \quad (49)$$

绕射势产生的垂向绕射力为

$$F_{d3} = 2\pi i\rho\omega \left[ \frac{D_{0,1}R^2}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} D_{0,n} \cos(\beta_n h_2) \frac{R}{\beta_n} \frac{I_1(\beta_n R)}{I_0(\beta_n R)} \right] - F_{i3}. \quad (50)$$

绕射力还可根据得到的辐射势  $\phi_r$  和入射势  $\phi_i$  进行计算, 即通过 Haskind 关系 [8] 求解绕射力, 其表达式为

$$\begin{aligned} F_{dj} &= i\rho\omega \int_{S_0} \phi_d \bar{n}_j ds = -i\rho\omega \int_{S_0} \psi_{lr} \frac{\partial \phi_i}{\partial n} ds \\ &= i\rho\omega \left[ \int_0^{2\pi} \int_{-d_1}^0 \psi_{lr2} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \Big|_{r=R} R dz d\theta - \int_0^{2\pi} \int_0^R \psi_{lr3} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \Big|_{z=-d_1} r dz d\theta \right] \\ &\quad + i\rho\omega \left[ \int_0^{2\pi} \int_{R_b}^R \psi_{lr2} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \Big|_{z=-e_1} r dz d\theta + \int_0^{2\pi} \int_0^{R_b} \psi_{lr3} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \Big|_{z=-e_1} r dz d\theta \right] \\ &\quad + i\rho\omega \int_0^{2\pi} \int_{-h_1}^{-e_1} \psi_{lr1} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \Big|_{r=R_b} R_b dz d\theta. \quad (51) \end{aligned}$$

式中,  $S_0$  为浮子与障碍物同流体接触的表面积之和, 由于表达式的繁杂, 这里就不列出有关表达式了。

### 5.2 辐射作用力计算

辐射作用力是由于物体运动产生的辐射势对物体产生的作用力, 即

$$F_{lj} = i\rho\omega \int_S \Phi_l \bar{n}_j ds. \quad (52)$$

根据式 (52), 可得  $l$  运动模态在  $j$  方向的辐射力为

$$\begin{aligned} F_{lj} &= \rho\omega^2 A_{lr} \int_S \psi_{lr} \bar{n}_j ds \\ &= \omega^2 A_{lr} \mu_{lj} + i\omega A_{lr} \lambda_{lj}, \end{aligned}$$

即有

$$\mu_{lj} + \frac{i\lambda_{lj}}{\omega} = \rho \int_S \psi_{lr} \bar{n}_j ds. \quad (53)$$

式中,  $\mu_{lj}$  称为附加质量,  $\lambda_{lj}$  为阻尼系数。下面根据辐射势和式 (53), 列出了垂荡产生的附加质量和阻尼系数表达式

$$\mu_{11} + \frac{i\lambda_{11}}{\omega} = 0, \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \mu_{13} + \frac{i\lambda_{13}}{\omega} &= 2\pi\rho \left[ \frac{(h_2 + 2D_{11})R^2}{4} - \frac{R^4}{16h_2} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2}^{\infty} D_{1n} \cos(\beta_n h_2) \frac{R I_1(\beta_n R)}{\beta_n I_0(\beta_n R)} \right]. \quad (55) \end{aligned}$$

注意,  $D_{ln}$  为相应辐射势的系数。

## 6 计算结果

在线性规则入射波条件下, 为了验证有关表达式和程序运行的正确性, 我们在条件  $h_1 = 2 \text{ m}$ 、 $d_1 = 0.2h_1$ 、 $e_1 = 0.5h_1$ 、 $R = R_b = 0.7h_1$  下, 比较了 2 种方法相应物理量的计算结果。一种方法是同轴同半径障碍物条件下表达式, 另一种方法是同轴但半径大的条件下表达式, 比较结果如图 2 和图 3 所示。

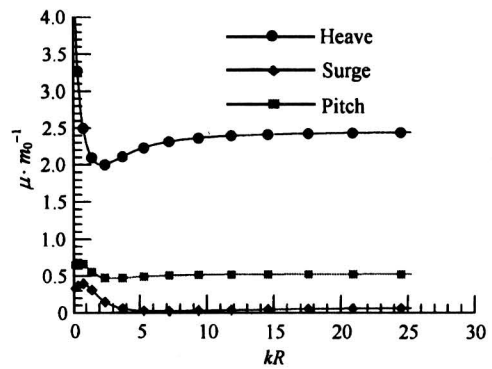


图 2 附加质量

Fig. 2 Added mass

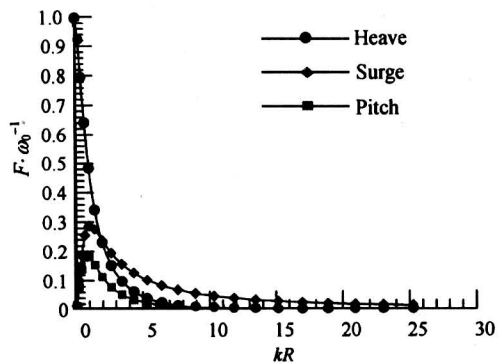


图 3 激励力

Fig. 3 Exciting force

在图 2 中, Heave 是垂荡, Surge 是纵荡, Pitch 是纵摇,  $\mu$  为附加质量,  $m_0 = \pi\rho R^2 d_1$ ,  $\mu/m_0$  为无量纲附加质量系数,  $kR$  是波数  $k$  与浮

子半径  $R$  的乘积，也为一无量纲量。图中线及线上的点（包括圆形、棱形和方形）代表不同运动模式的附加质量系数，线代表文中相应表达式的计算结果，点代表同轴同半径障碍物条件下相应表达式的计算结果（另有论文论述）。图 3 中， $F$  为垂向激励力， $F/\omega_0$  为激励力无量纲系数（下面简称激励力系数），其中  $\omega_0 = \rho g \pi R^2$ 。图中线和线上的点（包括圆形、方形和棱形）分别代表用 2 种方法由绕射势求解的激励力系数。两图表现的信息是 2 种方法计算的结果一致。

另外，2 种激励力表达式的计算结果的比较示于图 4。

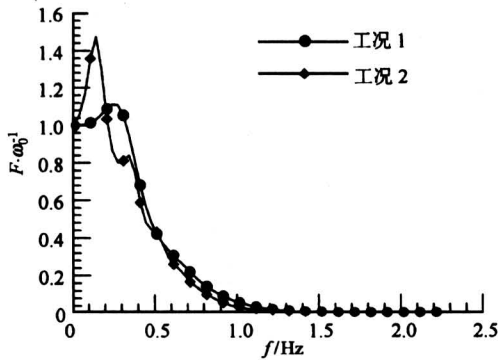


图 4 激励力比较

Fig.4 Comparison for the exciting forces

图中工况 1 指条件为  $d_1 = 0.2h_1$ ,  $e_1 = 0.45h_1$ ,  $R = 0.5h_1$  和  $R_b = 1.5h_1$ ; 工况 2 指条件为  $d_1 = 0.3h_1$ ,  $e_1 = 0.5h_1$ ,  $R = 0.5h_1$  和  $R_b = 3.5h_1$ 。线表示由式 (49) 和式 (50) 计算的结果，点是由式 (49) 和式 (51) 的计算结果，显然 2 种方法的计算结果一致。

为了研究障碍物对浮体的附加质量、阻尼系数和激励力的影响，这里以浮体作垂荡运动为例给出了一些算例，如图 5~图 8 所示。在图 5~图 8 中，除了在图 2~图 3 中已说明的符号外， $\lambda$  为阻尼系数， $\lambda/m_0$  为无量纲阻尼系数， $f$  为入射波的频率，图中的线和点（包括圆形、棱形和方形）代表不同条件下的附加质量系数、阻尼系数和激励力。图 5~图 6 中，表明了  $d_1 = 0.2h_1$ 、 $e_1 = 0.3h_1$ 、 $R = 0.5h_1$  条件下，附加质量、阻尼系数和激励力随障碍物半径  $R_b$  的变化情况。显然  $R_b$  小于某值时，质量系数、阻尼系数和激励力随频率  $f$  的变化比较平缓；当  $R_b$  大于某值时，质量系数、阻尼系数和激励力随频率  $f$  在低频段变化比较剧烈，出现

了多个极值，在高频段比较平缓。

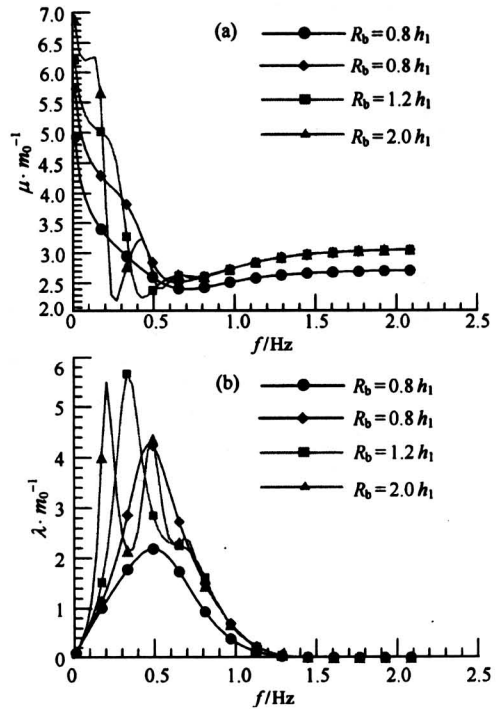


图 5  $R_b$  的变化对附加质量和阻尼系数的影响

Fig.5 Added mass and damping coefficient with  $R_b$  as a parameter

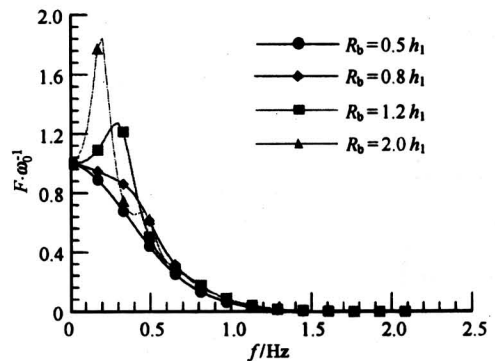


图 6  $R_b$  的变化对激励力的影响

Fig.6 Exciting force with  $R_b$  as a parameter

图 7~图 8 中，表明了  $d_1 = 0.2h_1$ 、 $R_b = 0.6h_1$ 、 $R = 0.5h_1$  条件下，附加质量、阻尼系数和激励力随障碍物高度变化的变化趋势，即两物体之间空隙变化的变化趋势。显然空隙越小，附加质量、阻尼系数和激励力越大；附加质量、阻尼系数和激励力对不同的空隙随频率的变化不象半径  $R_b$  影响那么剧烈，变化平缓；空隙的变化对垂向激励力的影响较小。

总之, 障碍物对浮体运动有很大影响, 特别是障碍物的半径会使浮体运动产生一些不平常的现象。

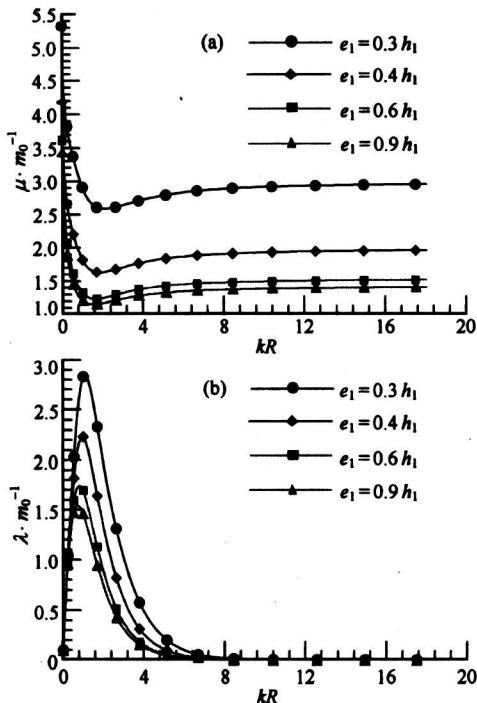


图7  $e_1$  的变化对附加质量和阻尼系数的影响  
 Fig.7 Added mass and damping coefficient with  $e_1$  as a parameter

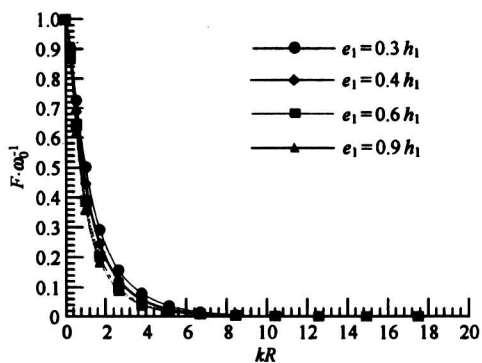


图8  $e_1$  的变化对激励力的影响  
 Fig.8 Exciting force with  $e_1$  as a parameter

## 7 结束语

作者首先对线性规则入射波作用下的同轴但半

径大的障碍物地形上单浮体辐射和绕射问题采用分离变量法, 给出了辐射势和绕射势的解析表达式, 并根据辐射势、绕射势和入射势计算了水动力学系数和激励力; 其次对推导的表达式的结果与同轴、同半径障碍物上单浮体的辐射和散射问题的结果进行了比较, 同时也比较了两种计算激励力的方法, 结果一致, 说明了作者推导的表达式是正确的, 编制的程序是可信赖的; 最后讨论了同轴半径大障碍物对浮体的水动力学系数和激励力系数的影响, 结果表明障碍物对浮体的运动有很大的影响, 尤其是半径的变化对浮体运动有不平常的影响。

## 参考文献

- [1] Hagerman G, Heller T. Wave energy: a survey of twelve nearterm technologies [A]. Proceedings of the International Renewable Conference [C], Hawaii, 1998
- [2] Su Yongling, You Yage, Zheng Yonghong. Investigation on the oscillating buoy wave power device [J]. China Ocean Engineering, 2002, 16 (1): 141 ~ 149
- [3] Miles J W, Gilbert J F. Scattering of gravity waves by a circular dock [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1968, 34: 783 ~ 793
- [4] Garrett C J R. Wave forces on a circular dock [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1971, 46: 129 ~ 139
- [5] Yeung R W. Added mass and damping of a vertical cylinder in finite-depth water [J]. Applied Ocean Research, 1981, 3 (3): 119 ~ 133
- [6] Williams A N, Abul-Azm A G. Hydrodynamic interactions in floating cylinder arrays—II Wave radiation [J]. Ocean Engineering, 1989, 16 (3): 17 ~ 263
- [7] Bhatta D D, Rahman M. On scattering and radiation problem for a cylinder in water of finite depth [J]. International Journal of Engineering Science, 2003, 41 (9): 931 ~ 967
- [8] Black J L, Mei C C, Bray M C G. Radiation and scattering of water waves by rigid bodies [J]. J Fluid Mech (Part 1), 1971, 46: 151 ~ 164
- [9] Berggren L, Johansson M. Hydrodynamic coefficients of a wave energy device consisting of a buoy and a submerged plate [J]. Applied Ocean Research, 1992, 14 (1): 51 ~ 58



### On Scattering and Radiation Problem for a Cylinder over a Cylindrical Barrier in Water of Finite Depth

Wu Bijun<sup>1,2</sup>, Zheng Yonghong<sup>2</sup>, You Yage<sup>2</sup>, Sun Xiaoyan<sup>2</sup>, Chen Yong<sup>2</sup>

(1. University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

2. Guangzhou Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510070, China)

[Abstract] By use of an eigenfunction expansion method, the expressions for the properties of kinematics and kinetics, which are due to scattering and radiation for a floating vertical circular cylinder over a coaxial cylindrical barrier in water of finite depth, are derived in the presence of an incident linear waves. The radius of the barrier is larger than or equal to that of the floating vertical circular cylinder. This paper presents the analytical solution for the radiation potentials due to heave, surge, and pitch and for the diffraction potential due to the diffraction of an incident wave acting on the fixed cylinder. It also proposes a set of theoretical added masses, damping coefficients and exciting forces. The results of the expressions are the same as that of the cylinder over a cylindrical barrier, the radius of which is the same as that of the cylinder, in water of finite depth for added masses, damping coefficients and exciting forces at the same condition. Two methods to calculate exciting forces are presented and the results of the methods are the same. Finally, Analytical results of added masses, damping coefficients and exciting forces are obtained for different size of the barrier.

[Key words] analytical method; velocity potential; wave force

### 《中国工程科学》2004 年第 6 卷第 3 期要目预告

强化基本农田保护制度永葆中华民族 繁荣昌盛 .....	李伯衡	规模化畜禽养殖场污染防治技术研究 .....	陈国宏等
提高科技创新实力 实现我国炼油工业 的持续发展 .....	侯芙生	ISA - YMG 粗铅冶炼新工艺 .....	王吉坤等
基于纹理及小波分析的车牌定位方法 .....	黄卫等	沙尘暴监测预警服务系统一期工程建设 及应注意的问题 .....	王雪臣等
基于嵌入协作的多方法协作优化方法 .....	罗文彩等	受限空间火灾模型研究进展 .....	郑昕等
升沉补偿装置虚拟样机协同设计及仿 真分析 .....	吕东等	汽车零部件的可靠性稳健优化设计 ——理论部分 .....	张义民等
抛物型缓坡方程的数值研究 .....	沈永明等	大型集成化工程管理系统 TGPMS 设计 开发与实施 .....	金和平
类差分平衡函数的性质及其应用 .....	张文英等	基于价值工程的施工管理技术创新 .....	周群
灰色斜率联度的改进 .....	党耀国等	信息化与我国产业竞争力的提升 .....	丁荣余等
单一方法评价结论漂移性的测度研究 .....			