

# 广义不确定性系统理论的基本构思

王清印, 郭立田, 谢建华, 刘志勇

(河北经贸大学不确定性系统研究所, 石家庄 050091)

**[摘要]** 论述了不确定性系统理论的国内外发展概况, 给出了不确定性信息定义及其广义不确定性系统理论(GUST)的定义, 论述了广义不确定性系统理论的基本内涵、基本结构及其科学意义。

**[关键词]** 不确定性信息; 广义不确定性系统; 基本结构

**[中图分类号]** F22 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)02-0025-05

## 1 引言

在当今高科技时代, 各种不确定性信息表现得越来越突出, 人们急需富有时代特色的新理论、新方法, 以便面对时代的需要。系统科学理论正是适应了时代发展的需要, 受到了广大科学工作者的信赖、重视。由于科学工作者出发点不同, 研究重点不同, 于是出现了多种不同观点下的不同理论成果。但仍不能满足不确定性表现越来越突出的需求。为了适应社会高速发展的需要、亟需建立能够适应各种领域的需要, 能够描述各种自然现象、社会现象的系统理论。鉴于社会的发展、科学的进步, 不确定性信息表现越来越突出、越来越普遍, 人们亟需研究不确定性系统理论与方法。为此, 在文献[1]的基础上, 首先分析不确定性系统理论的国内外发展现状, 给出描述各种不确定信息的定义及其广义不确定性系统理论(GUST, generalized uncertainty systems theory)的定义, 阐明广义不确定性系统理论基本内涵和基本结构及其科学意义。

## 2 不确定性系统理论的研究现状及相应的不确定性信息定义

关于“不确定性”一词, 在1936年詹姆斯·穆勒临终前发表的“政治经济学是否有用”<sup>[2]</sup>一文中

就提出了, 在该文中提到了西蒙教授的主张: “不可避免的是, 如果经济学家要与不确定性打交道, 就必须理解人类行为实际面临的不确定性, 人类必定要受到信息接收与计算能力的限制。”也正如卢梭(Russell)所言: “人类所有知识都是不确定、不精确和不完整的。”<sup>[3]</sup>

实际上关于不确定性问题的研究, 最早可追溯到16世纪, 国际上一位物理、天文兼数学家加尔达诺(Cirolamo Cardano 1501—1576)写的手册《论赌博》中就最先讨论了随机性<sup>[4]</sup>。到1657年荷兰著名天文、物理兼数学家惠更斯(1629—1695)写成了《论机会游戏的计算》一书, 可以说这是最早的概率论著作<sup>[5]</sup>, 在概率论中研究的是最简单的不确定性问题, 即研究“在相同条件下一系列试验或观察, 而每次试验或观察的结果不只一个, 在每次试验或观察之前无法预知确切的结果, 即呈现出不确定性”<sup>[6]</sup>。这种不确定性又称随机性。在随机条件下产生的信息称为随机信息(random information):

定义1 设 $x$ 是欲知元素,  $x \in A \subset U$  (Cantor集合) 而 $x \in A$ 的可能性为 $\alpha_i \in [0, 1]$ , 且 $\sum_i \alpha_i = 1$ , 称 $x$ 提供的信息为随机信息。

如 $x$ 是欲知元素,  $x \in A$ 的可能性 $\alpha_1 = 2/3$ ,  $\alpha_2 = 1/3$ , 则 $x$ 提供的是随机信息。

[收稿日期] 2003-05-14; 修回日期 2003-06-26

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(70271006); 河北省科学技术与发展规划资助项目(2002020006)

[作者简介] 王清印(1939-), 男, 河北深州市人, 河北经贸大学教授, 硕士生导师

描述随机信息的系统称为随机系统,研究随机系统的理论与方法称为随机系统理论。随机系统理论中的概率论与数理统计已是相当成熟的基础理论,且在实践中发挥了重大的作用。

经过漫长岁月,一直到1965年才由美国学者扎德(L. A. Zadeh)建立了模糊集合(fuzzy set)论<sup>[7]</sup>。它描述的是客观事物的差异在中介过渡时呈现的“亦此亦彼”性。模糊集合理论的出现在国际上引起了很大反响,推动了不确定性系统理论的发展,一直到后来形成了模糊数学、模糊系统理论<sup>[8]</sup>。目前,在国际上已形成研究最多、涉及面最广的一种不确定性系统理论。为适应客观信息描述的需要,笔者给出模糊信息定义:

定义2 设 $x$ 为欲知元素, $x \in A \subset U$ (Cantor集合),而 $x \in A$ 的隶属度为 $\alpha_i \in [0, 1]$ ,则 $x$ 提供的信息是模糊信息。

如 $x$ 是欲知元素, $x \in A = \{1, 2, 3\}$ 的隶属度为 $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1/2, \alpha_3 = 1/4$ ,则 $x$ 提供的是模糊信息。

到1982年,波兰华沙理工大学著名逻辑学家帕拉克(Z. Pawlak)首次提出了粗集(rough set)理论<sup>[9]</sup>。此理论与目前研究较多的模糊系统理论对不确定性事物的描述,既有相似之处,又相互补充、相互区别。模糊性在某种程度上属于自然语言范畴,具有语义可适应性,表示集合具有某种平滑边界;粗糙性则是集合中元素的不明确性,根据人们所获得的数据的已有知识,分析处理不完备信息,从中发现隐含的知识并揭示其潜在规律<sup>[10]</sup>。目前此理论在国际上已引起了广泛关注,并向系统理论方向发展<sup>[11]</sup>。关于粗糙信息笔者定义如下:

定义3 设 $x$ 是欲知元素, $x \in A \subset U$ (Cantor集合), $x$ 是 $A$ 不可定义的,即 $x$ 不能用 $A$ 确切地描述,称 $x$ 提供的信息为Rough信息。

我国邓聚龙教授于1982年创建了灰色系统(grey system)理论<sup>[12]</sup>,把“部分信息已知,部分信息未知”的信息称为灰色信息(grey information)。笔者对灰色信息给出如下定义:

定义4 设 $x$ 为欲知元素, $x \in A \subset U$ (Cantor集合), $A = [x_1, x_2]$ ,则称 $x \in A$ 的可能性为灰信息。当 $A = [1, 3/2]$ ,即 $x_1 = 1, x_2 = 3/2$ 是已知的,而 $x \in [1, 3/2]$ 是未知的,这正是灰色信息的一个例子。

在邓聚龙教授出版的多部论著中,都包含了灰

色关联空间、灰色生成函数、灰微分方程与GM模型、灰色预测、灰色决策理论<sup>[13]</sup>。信息不完全是灰的基本内涵,其信息取值于 $[\alpha, \beta] \subseteq [0, 1]$ 。在此基础上笔者出版了《灰色数学基础》<sup>[14]</sup>。其中讨论了灰集合(grey set)概论、区间型灰数学基础、泛灰代数基础、泛灰数学分析基础,为灰色系统理论奠定了数学基础。目前,灰色系统理论已在国内外产生了很大反响和经济效益。

为了适应科学研究的需要,王光远院士于1990年又提出了未确知信息(unascertained information),他在文献[15]中写道:“我们所研究和处理的某些因素和信息可能既无随机性又无模糊性,但是决策者由于条件的限制而对它认识得不清楚,也就是说,所掌握的信息不足以确定事物的真实状态和数量关系,这种主观上、认识上的不确定性信息称为未确知信息。”关于未确知信息,笔者给出如下定义:

定义5 设 $x$ 为欲知元素, $x \in A \subset U$ (Cantor集合),当 $x \in A$ 的可能性为 $\alpha_i$ ,且 $0 \leq \alpha_i \leq 1$ 时,称 $x$ 提供的信息为未确知信息。

如 $x$ 是欲知元素, $x \in A$ 的可能性为 $\alpha_1 = 1/4, \alpha_2 = 1/3$ ,则 $x$ 提供的是未确知信息。

在此基础上经过吴和琴等努力又有了发展,形成了未确知数学<sup>[16]</sup>和信息混沌与盲数<sup>[17]</sup>。目前此理论已在实践中发挥了不可忽视的作用。

以上各种信息的取值都是 $\alpha \in [0, 1]$ ,其理论都在各自的定义范围内展现了其成果,推动了不确定性系统理论的发展。但他们之间缺乏互相沟通,难以在一个系统中处理多种不确定性问题。而且以上成果中只讨论了正面信息,还有反面信息没有涉及。因此建立能够综合处理多种不确定性信息和系统中存在反面信息,是当前亟待解决的问题。这就是下面要讨论的广义不确定性系统理论。

### 3 GUST的基本内涵和结构

#### 3.1 GUST的基本内涵

事物是复杂的,万物是变化的,特别是在科学技术突飞猛进、我国市场经济体制逐步完善的今天,系统的复杂性日趋增加,不确定性的表现也日趋突出、日趋复杂。任何一个实际问题,其影响因素决非单一,往往是上述几种不确定性交织在一起,有时甚至出现反面信息。在文献[18]中有一个例子:在选举过程中,某人得票的信息值为

“-1”，即表示有100%的人给了反对票；若得票信息值为“0”，即表示此人获得了100%的弃权票，或赞同票与反对票互相抵消；当信息值为“+1”时，表示100%的人赞同，以上三种信息称之为“反、非、同”。若某人得票信息值  $\alpha \in [-1, 0]$ ，表示此人获得了一定程度上的反对票；若  $\alpha \in [0, 1]$ ，则表示此人在一定程度上获得赞同；此2种情况称为“异”。为了全面反映“反、非、同、异”4种情况，规定信息值  $\alpha \in [-1, 1]$ 。又如，在误差理论中，一个物理量往往表示为  $u \pm \Delta u$ ，其确切值应取值于  $[u - \Delta u, u + \Delta u]$  之中，其信息值域应为  $[(u - \Delta u)/u, (u + \Delta u)/u]$ ；显然， $(u + \Delta u)/u > 1$ 。为了适应信息的广义描述，规定在  $[-1, 1]$  以外的信息值用其倒数表示，为此给出如下定义：

定义6 设  $x$  为欲知元素， $x \in A \subset U$  (Cantor集合)，当  $x \in A$  的可能性或隶属度  $\alpha_i \in [-1, 1]$  时，称  $x$  提供的信息为狭义泛灰信息。当  $x \in A$  的可能性或隶属度  $\alpha_i \in (-\infty, -1]$ ，或  $\alpha_i \in [1, +\infty)$  时，其倒数  $1/\alpha_i$  为广义泛灰信息，统称狭义泛灰信息与广义泛灰信息为泛灰信息或广义不确定性信息。并用  $[-1, 1]$  表示信息值的取值范围，即信息值  $\alpha \in [-1, 1] \Leftrightarrow \alpha = \begin{cases} \alpha_i, \alpha_i \in [-1, 1]; \\ 1/\alpha_i, \alpha_i \notin [-1, 1]. \end{cases}$

例如，设  $x \in A \subset U$ ， $A$  是  $U$  的子集，代表机械加工后工件的全体， $\forall x \in A$  是任一个加工工件，其规格要求为  $x \pm \Delta x = 25 \pm 0.1$ 。其确切的量化值取值于

$$[x - \Delta x, x + \Delta x] = [25 - 0.1, 25 + 0.1] = [24.9, 25.1],$$

灰信息域为

$$\left[ \frac{x - \Delta x}{x}, \frac{x + \Delta x}{x} \right] = \left[ \frac{24.9}{25}, \frac{25.1}{25} \right] = [0.996, 1.004] \stackrel{\text{def}}{=} [\alpha_1, \alpha_2].$$

显然， $\alpha_2 = 1.004$  是大于1的值，所以  $[\alpha_1, \alpha_2] = [0.996, 1.004]$  为广义泛灰信息域；且  $1/\alpha_2 = 1/1.004 = 0.996015936 (> \alpha_1)$ ，为广义泛灰信息。因此， $\forall x \in A$ ，其合格品的广义泛灰信息域可表示为  $[\alpha_1, 1] = [0.996, 1]$ 。

又如，某种商品因为超过了保质期，经专家鉴定认为有65%已是坏商品，还有35%可以算作合格品。若用负数表示“坏”，用正数表示“合格”，

则其中任一商品的合格信息应为  $\alpha \in [-0.65, 0.35]$ ，此处向人们提供的正是一个泛灰信息。

### 3.2 GUST的基本结构

为了实现综合处理不确定性信息，笔者于1991年发表了“泛灰集与点灰数”一文<sup>[19]</sup>，使信息取值范围扩展为  $[-1, 1]$ ，其中包含“反、非、同、异”4种情况，在此基础上形成了泛灰代数基础和泛灰数学分析基础<sup>[20]</sup>。为了进一步完善不确定性系统理论使其更好地为经济建设服务，尚须做大量的工作。在系统总结前期成果的基础上，完成不确定性信息的理论体系、不确定性数学理论体系、不确定性系统理论体系，最后通过经济系统中实例展现研究成果的先进性、优越性。下面分述所研究的主要内容：

1) 信息是系统的基本要素，泛灰信息涵盖了随机信息、模糊信息、粗糙信息、灰信息、未确知信息，其信息取值于  $[-1, 1]$ ，它包含了正面信息与反面信息，包含了各种不确定性信息。应用泛灰信息可以实现对不确定性信息的综合描述。所以，称泛灰信息为广义信息，研究广义信息的理论称为广义信息论。在这里，要研究广义信息测度、广义信息论的数学基础及其信息模型，找出广义不确定性信息的统计规律等。

2) 对信息研究离不开数学理论与方法，研究随机信息的理论与方法称为随机数学，即概率论与数理统计；研究模糊信息的理论与方法称为模糊数学；研究粗糙信息的理论与方法还未形成数学概念，即粗集理论；研究灰信息的理论与方法是灰色系统理论与灰色数学；研究未确知信息的数学方法称为未确知数学；研究泛灰信息的理论与方法称为泛灰数学。泛灰数学方法能实现综合处理各种不确定性信息与确定性信息，故又称泛灰数学理论与方法为广义不确定性数学。这里，要在广义信息论的基础上继续建立广义不确定性(GU)的数学基础。其一为GU代数基础，主要包括：GU数及其代数运算性质，GU数的序关系，GU向量、行列式、矩阵的运算性质及其应用，GU线性方程组、代数方程的求解，GU代数在区间分析、线性规划中的应用等；其二为GU数学分析基础：主要包括：GU距离空间、GU函数、极限的概念及其性质，GU导数、微分的概念及其应用等。

3) 各种信息有的已形成系统概念(如随机系统、模糊系统、灰色系统)，有的还未形成系统概

念(如粗糙信息、未确知信息)。作为广义不确定性系统理论的研究,主要考虑的是泛灰信息,是所有不确定性信息的综合处理,要使用广义不确定性数学理论与方法,要建立系统的运行机制和控制机制。所以给出如下定义:

定义7 称含有广义不确定性信息的系统为广义不确定性系统。其系统理论与方法称广义不确定性系统理论。

在GUST中,需要在广义信息论和广义不确定性数学理论的基础上建立可直接用于解决实际问题的理论基础,也是广义不确定性系统理论研究的关键。这里主要研究:广义不确定性系统(GUS)理论的基础体系与方法体系、GUS的建模基础、GUS的预测模型、GUS的决策分析模型、GUS的关联分析模型与综合评价模型,以及各类模型在实践中的应用方法等,为进一步研究GUST在经济管理、工程科学中的应用打下基础。

#### 4 GUST的科学意义

1) 广义不确定性信息  $\alpha \in [-1, 1]$  涵盖了各种不确定性信息和确定性信息,它包含了“反、非、同、异”4方面,充满了整个实数轴。广义不确定性系统理论将涵盖多种不确定性系统理论:包括建立在Cantor集基础上的确定性系统理论;建立在Cantor集基础上研究概率论与数理统计的随机系统理论;建立在Fuzzy集基础上研究模糊现象的模糊数学与模糊系统理论;涵盖了建立在Rough集基础上的粗集理论;建立在未确知(unascertained)集基础上的未确知数学理论;一直到后来形成的其信息值取值于 $[-1, 1]$ 上包含整个实数轴的广义不确定性信息及确定性信息,建立在Pan-grey集基础上的泛灰数学与泛灰系统理论。由此,将能够处理和解决复杂系统问题。

2) 各种不确定性信息在客观上往往是交叉呈现或同时呈现的,而且是从正、反两方面反映着系统的发展或成败。为了客观地描述事物的需要,更好地处理和解决实际问题,文献[21~25]给出了泛灰信息概念,在此基础上提出了泛灰数学、泛灰系统概念;并结合前4种不确定性信息(未考虑粗糙信息)及相应的系统概念,提出了综合处理不确定性信息的不确定数学和不确定性系统概念,探讨了相应的理论及其在实践中的初步应用。为适应科技发展的需要,特别是管理科学发展的需要,亟需

建立完善的综合处理各种信息的不确定性系统理论基础——广义不确定性系统理论。

#### 参考文献

- [1] 王清印,刘志勇,袁玉珍. 广义不确定性系统理论的特性分析[J]. 运筹与管理, 2003, (3): 9~12
- [2] 特伦斯·W·哈奇森. 经济学的革命与发展[M]. 李小称,姜洪章译. 北京:北京大学出版社, 1992. 258~272
- [3] 迈克尔·巴克兰德(M. Buckland) 信息与信息系统[M]. 刘子明,肖唐金译. 广州:中山大学出版社, 1994. 43~44
- [4] 威洛比 S.S. 概率与统计[M]. 刘秀芳,唐宋正,陈木法译. 北京:文化教育出版社, 1991
- [5] 米道生,陈天然. 数学分支巡礼[M]. 北京:中国青年出版社, 1983. 193
- [6] 浙江大学数学系. 概率论与数理统计[M]. 北京:科学出版社, 1992
- [7] Zadeh L.A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, (8): 338~353
- [8] 汪培庄,李洪兴. 模糊系统理论与模糊计算机[M]. 北京:科学出版社, 1996
- [9] Pawlak Z. Rough set theory and its Applications to analysis[J]. Cybernetics and Systems, 1998, (29): 661~688
- [10] 马志锋,邢汉承,郑小妹. 一种基于Rough集的时间序列数据挖掘策略[J]. 系统工程理论与实践, 2001, (12): 22~29
- [11] 王国胤. Rough集理论与知识获取[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2001
- [12] 邓聚龙. 灰色系统(社会·经济)[M]. 北京:国防工业出版社, 1985
- [13] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉:华中理工大学出版社, 1990
- [14] 王清印,王峰松,左其亭,等. 灰色数学基础[M]. 武汉:华中理工大学出版社, 1996
- [15] 王光远. 未确知信息及其数学处理[J]. 哈尔滨建筑科学技术学院学报, 1990, (4): 1~9
- [16] 吴和琴,庞彦军. 未确知有理数的概念与乘法运算[J]. 河北建筑科技学院学报, 1994, (2): 21~26
- [17] 吴和琴. 信息混沌与盲数[J]. 河北建筑科技学院学报, 1998, (1): 19~23
- [18] 王清印,刘志勇. 不确定性信息的概念、类别及其数学表述[J]. 运筹与管理, 2001, (4): 9~15
- [19] 王清印,王峰松. 泛灰集与点灰数[J]. 灰色系统理论与实践, 1991, (1): 48~52

- [20] 王清印, 崔援民, 赵秀恒, 等. 预测与决策的不确定性数学模型 [M]. 北京: 北京冶金工业出版社, 2001
- [21] 王清印. 泛灰集与泛灰数的代数运算 [J]. 华中理工大学学报, 1992, (4): 151~156
- [22] Wang Qingyin. Uncertainty system theory and its outline [J]. ASSA, 1997, (Special): 464~466
- [23] 王清印, 崔援民, 任彪, 等. 不确定性信息的产生根源与泛灰集合基础 [J]. 华中理工大学学报, 2000, (4): 66~68
- [24] Wang Qingyin, Ren Biao, Wang Fengli. Uncertainty information and uncertainty systems [J]. The International Journal of Systems & Cybernetics, 2000, 29 (9,10): 1223~1233
- [25] Wang Qingyin. Exploration of research methods in systems with uncertainties [J]. ASSA, 1995, (Special): 136~138

## The Argument Foundation of Generalized Uncertainty Systems Theory

Wang Qingyin, Guo Litian, Xie Jianhua, Liu Zhiyong  
(*Institute for Uncertainty System Studies, Hebei University of Economics and Trade, Shijiazhuang 050091, China*)

[Abstract] The paper discusses the brief development of uncertainty system theory at home and abroad, gives the definition of uncertainty systems, and presents the basic conception, basic structure, argument foundation and scientific meaning of generalized uncertain system theory (GUST).

[Key words] uncertainty information; generalized uncertainty system; basic structure

## 《中国工程科学》2004 年第 6 卷第 4 期要目预告

- |                            |                         |
|----------------------------|-------------------------|
| 生产低硫低烯烃汽油的 RIDOS 技术 … 李大东等 | 拟合 S-N 曲线 …… 杨晓华等       |
| 对我国制造业中长期发展战略的思考 …… 张曙     | 基于嵌入协作的多方法协作优化方法 … 罗文彩等 |
| 对广电数字化运动的几点看法              | 十字型出口人员疏散的堵塞研究 …… 陈涛等   |
| ——兼谈对信息时代的数字技术             | ISA-YMG 粗铅冶炼新工艺 …… 王吉坤等 |
| 标准化意义的反思 …… 王天骏            | 中等功率条件下提高齿轮减速器的热效率      |
| 超光速研究的量子力学基础 …… 黄志洵        | 研究 …… 胡如夫等              |
| 对农业生产和农业科学的思考 …… 刘更另       | 汽车零部件(轴)的可靠性稳健优化设计      |
| 三峡工程泥沙调度 …… 林秉南等           | …………… 张义民等              |
| 用改进的 Boussinesq 方程模拟潜堤上的   | 地球卫星遥感影像解译中国台湾地区的       |
| 波浪变形 …… 郑永红等               | 构造系统 …… 胡东生等            |
| 基于 Rough 集理论的模糊神经网络构造      | 虚拟企业和谐机制研究 …… 王硕等       |
| 方法 …… 黄显明等                 | 电沉积法制备多功能复合材料的研究动态      |
| 用考虑置信区间长度影响的最小二乘法          | 与发展趋势 …… 郭忠诚等           |