

研究报告

汽车零部件（轴）的可靠性稳健优化设计

张义民¹, 贺向东¹, 刘巧伶¹, 闻邦椿²

(1. 吉林大学南岭校区机械科学与工程学院, 长春 130025;
2. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110004)

[摘要] 应用汽车零部件可靠性稳健优化设计的理论方法, 对汽车典型轴系零部件, 如半轴、前轴和后桥进行了可靠性稳健优化设计, 给出了计算仿真分析结果, 为工程实际的汽车零部件的可靠性稳健优化设计提供了理论依据。

[关键词] 轴; 可靠性灵敏度; 多目标优化; 稳健设计

[中图分类号] U463.2.02; TH133.2 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)04-0067-05

1 引言

在机械产品设计中, 正确地应用可靠性稳健设计方法, 可以使机械产品在经受各种因素的干扰下, 都能保持其可靠性的稳定。而可靠性稳健设计的研究还有待于进一步加强和提高, 以使机械产品的设计对设计参数的变化不敏感, 进而提高产品的安全可靠性和稳健性。

应用汽车零部件可靠性稳健优化设计理论^[1], 作者对汽车典型轴类零部件, 如半轴、前轴和后桥进行了可靠性稳健优化设计, 通过计算仿真得到具有学术理论指导价值和实际应用参考价值的结果。

2 半轴的可靠性稳健优化设计

2.1 半轴的力学模型

半轴是差速器与驱动轮之间传递动力的实心轴(图1), 其首要任务是传递扭矩。由于轮毂的安装结构不同, 分为全浮式、半浮式、3/4浮式三种型式。后两种半轴除受扭矩外还与轴壳一起构成支承梁, 承受部分车重与侧向力, 故半轴还承受弯矩。
2.1.1 受纯扭作用的轴类零件的力学模型 有一

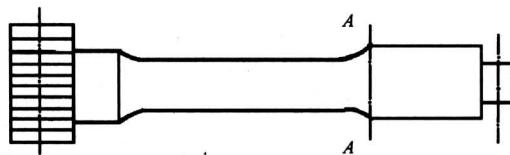


图1 半轴结构

Fig. 1 Structure of semi-axle

类半轴是受纯扭作用的轴类零件。轴上所受的扭转应力为

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}, \quad (1)$$

式中 T 为半轴所传递的扭矩, 它可以是静载荷、动载荷、疲劳载荷和冲击载荷等; d 为半轴直径。

根据应力—强度干涉理论, 以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - \tau, \quad (2)$$

式中 r 为半轴材料的扭转强度, 它可以是静强度或疲劳强度等; 基本随机变量向量 $\mathbf{X} = (r \ T \ d)^T$, 这里 \mathbf{X} 的均值 $E(\mathbf{X})$ 和方差 $Var(\mathbf{X})$ 是已知的, 并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机参数向量 \mathbf{X} 求偏导数, 有

$$\frac{\partial g(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial T} \frac{\partial g}{\partial d} \right]。 \quad (3)$$

根据可靠性稳健优化设计方法, 把以上各式和已知条件代入相应的计算公式, 就可以对受纯扭作用的半轴进行可靠性稳健优化设计。

2.1.2 受弯扭复合载荷作用的轴类零件的力学模型 有一类半轴是受弯扭复合载荷作用的轴类零件。轴上所受的扭转应力和弯曲应力分别为

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}, \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}, \quad (5)$$

式中 T 为半轴所传递的扭矩; M 为半轴危险截面的弯矩, 它可以是静载荷、动载荷、疲劳载荷和冲击载荷等; d 为半轴的直径。

根据第四强度理论, 得合成应力为

$$s = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{4M^2 + 3T^2}, \quad (6)$$

则以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - s, \quad (7)$$

式中 r 为半轴材料的强度值, 它可以是静强度或疲劳强度等; 基本随机变量向量 $\mathbf{X} = (r M T d)^T$, 这里 \mathbf{X} 的均值 $E(\mathbf{X})$ 和方差 $Var(\mathbf{X})$ 是已知的, 并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机参数向量 \mathbf{X} 求偏导数, 有

$$\frac{\partial g(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial M} \frac{\partial g}{\partial T} \frac{\partial g}{\partial d} \right]。 \quad (8)$$

根据可靠性稳健优化设计方法, 把以上各式和已知条件代入相应的计算公式, 就可以对受弯扭复合载荷作用的半轴进行可靠性稳健优化设计。

2.2 数值算例

算例 1 某型卡车半轴所传递的扭矩 T 为 $(\mu_T, \sigma_T) = (1.176 \times 10^7, 9.8 \times 10^5) \text{ N} \cdot \text{mm}$, 半轴材料的扭转强度 $(\mu_r, \sigma_r) = (1050, 40) \text{ MPa}$, 设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$, 试用可靠性稳健优化方法设计此半轴的直径 d 。

首先, 建立目标函数:

1) 要求半轴的质量最小, 即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$:

$$f_1(x) = \frac{\pi}{4} x_1^2; \quad (9)$$

2) 要求半轴的可靠度对设计变量 $x = x_1$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$:

$$f_2(x) = \left| \frac{\partial R}{\partial x_1} \right|, \quad (10)$$

取设计变量为 $x = x_1 = d$, 其中 d 为半轴的直径。

第二, 建立约束条件: 约束条件为

$$\bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geq 0. \quad (11)$$

第三, 优化求解: 选用约束随机方向法进行优化设计, 选取初值为 $d = 45 \text{ mm}$, 对半轴进行可靠性稳健优化设计, 根据给出的数据, 求得半轴设计处的直径为

$$d = 43.1242 \text{ mm}.$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果, 计算得此半轴的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 4.051936, R = 0.999974,$$

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\partial R}{\partial d} = 7.539 \times 10^{-5}.$$

算例 2 某型汽车半轴所传递的扭矩 T 为 $(\mu_T, \sigma_T) = (1.135 \times 10^5, 9.2 \times 10^3) \text{ N} \cdot \text{mm}$, 半轴危险截面的弯矩 M 为 $(\mu_M, \sigma_M) = (1.43 \times 10^4, 1.3 \times 10^3) \text{ N} \cdot \text{mm}$, 半轴材料的扭转强度 $(\mu_r, \sigma_r) = (820, 32) \text{ MPa}$, 设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$, 试用可靠性稳健优化方法设计此半轴的直径 d 。

首先, 建立目标函数:

1) 要求半轴的质量最小, 即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$:

$$f_1(x) = \frac{\pi}{4} x_1^2; \quad (12)$$

2) 要求半轴的可靠度对设计变量 $x = x_1$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$:

$$f_2(x) = \left| \frac{\partial R}{\partial x_1} \right|, \quad (13)$$

取设计变量为 $x = x_1 = d$, 其中 d 为半轴的直径。

第二, 建立约束条件: 约束条件为

$$\bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geq 0. \quad (14)$$

第三, 优化求解: 选用约束随机方向法进行优化设计, 选取初值为 $d = 45 \text{ mm}$, 对半轴进行可靠性稳健优化设计, 根据给出的数据, 求得半轴设计处的直径为

$$d = 12.1031 \text{ mm}.$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果, 计算得此半轴的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 4.442173, R = 0.999995,$$

$$\frac{dR}{d\bar{x}} = \frac{\partial R}{\partial d} = 5.217 \times 10^{-5},$$

半轴的可靠性指标 β 和可靠度 $R = \Phi(\beta)$ 愈大, R 随 β 变化曲线愈平缓, 其可靠性灵敏度的数量值愈小, 即斜率愈小, 说明设计参数的变化对半轴的可靠性影响愈不敏感, 愈稳健。

3 前轴的可靠性稳健优化设计

3.1 前轴的力学模型

为了合理利用材料, 并保持各处近似等强度, 汽车前轴中部采用所谓的工字梁, 在两车轮和两个弹簧间传递力和力矩, 导致前轴是受弯扭联合作用的零部件(图2)。

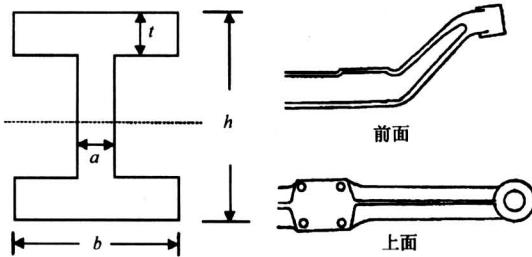


图2 前轴结构

Fig.2 Structure of fore-axle

前轴截面系数

$$W_x = \frac{a(h-2t)^3}{6h} + \frac{b}{6h}[h^3 - (h-2t)^3]. \quad (15)$$

前轴极截面系数

$$W_p = 0.8bt^2 + 0.4 \frac{(h-2)a^3}{t}. \quad (16)$$

危险点的最大正应力和最大剪应力分别为

$$s = \frac{M}{W_x}, \quad (17)$$

$$\tau = \frac{T}{W_p}, \quad (18)$$

这里 M 和 T 分别为弯矩和扭矩。根据第四强度理论, 前轴的合成应力为

$$\sigma = \sqrt{s^2 + 3\tau^2}, \quad (19)$$

则以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - \sigma, \quad (20)$$

式中 r 为前轴材料的强度值; 基本随机变量向量 $\mathbf{X} = (r M T a t h b)^T$, 这里 \mathbf{X} 的均值 $E(\mathbf{X})$ 和方差 $Var(\mathbf{X})$ 是已知的, 并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机变量向量 \mathbf{X} 求偏导数, 有

$$\frac{\partial g(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial M} \frac{\partial g}{\partial T} \frac{\partial g}{\partial a} \frac{\partial g}{\partial t} \frac{\partial g}{\partial h} \frac{\partial g}{\partial b} \right]. \quad (21)$$

根据可靠性稳健优化设计方法, 把以上各式和已知条件代入相应的计算公式, 就可以对前轴进行可靠性稳健优化设计。

3.2 数值算例

国产某种汽车前轴的危险截面承受的弯矩 M 和扭矩 T 分别为 $(\mu_M, \sigma_M) = (3517220, 319715)$ N·mm, $(\mu_T, \sigma_T) = (3026710, 245160)$ N·mm, 材料强度 r 为 $(\mu_r, \sigma_r) = (667, 25.3)$ MPa。设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$, 试用可靠性稳健优化方法设计此前轴的几何尺寸 a, t, h, b 。

首先, 建立目标函数:

1) 要求前轴的质量最小, 即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$:

$$f_1(x) = x_1(x_3 - 2x_2) + 2x_4x_2; \quad (22)$$

2) 要求前轴的可靠度对设计变量 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$:

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2}, \quad (23)$$

取设计变量为 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [a \ t \ h \ b]^T$, 其中 a, t, h, b 为前轴的几何尺寸。

第二, 建立约束条件: 约束条件为

$$\bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geqslant 0, \quad x_2 - x_1 \geqslant 2. \quad (24)$$

第三, 优化求解: 选用约束随机方向法进行优化设计, 选取初值为 $a = 12$ mm, $t = 14$ mm, $h = 85$ mm, $b = 65$ mm, 对前轴进行可靠性稳健优化设计, 根据给出的数据, 求得前轴设计处的几何尺寸 a, t, h, b :

$$a = 11.1434 \text{ mm}, \quad t = 13.1437 \text{ mm},$$

$$h = 83.6931 \text{ mm}, \quad b = 63.1607 \text{ mm}.$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果, 计算得此前轴的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 4.214802, \quad R = 0.999987,$$

$$\frac{dR}{d\bar{x}} = \left[\frac{\partial R}{\partial a} \frac{\partial R}{\partial t} \frac{\partial R}{\partial h} \frac{\partial R}{\partial b} \right] = \begin{bmatrix} 3.311 \times 10^{-5} \\ 5.422 \times 10^{-5} \\ 2.331 \times 10^{-6} \\ 7.713 \times 10^{-6} \end{bmatrix}^T,$$

前轴的可靠性指标 β 和可靠度 $R = \Phi(\beta)$ 愈大, R 随 β 变化曲线愈平缓, 其可靠性灵敏度的数量值愈小, 即斜率愈小, 说明设计参数的变化对前轴的

可靠性影响愈不敏感，愈稳健。

4 后桥的可靠性稳健优化设计

4.1 后桥的力学模型

轴壳是驱动轴传力件又是承载件。合理地减轻轴壳质量可以提高汽车行驶平顺性，并给制造、拆装与维修以方便。按结构型式，车辆后桥可分为整体式、对分式和组合式三种。随着汽车向高速和轻量化方向发展，出现了由钢板冲压、钢管扩张和锻造式的车辆后桥（图3）。

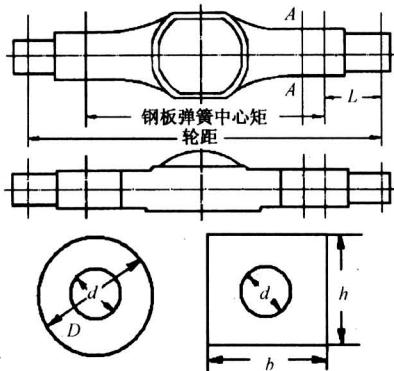


图3 后桥结构

Fig.3 Structure of rear-axle housing

一般的后桥是受弯矩和扭矩联合作用的构件，通常后桥的危险截面在钢板弹簧座的两侧和法兰盘圆角处，而这部分多为管形截面，一些车辆的这部分为内圆外方截面，因此，作者就用管状截面和内圆外方截面来推导后桥壳的强度设计公式。

对于管状截面来说，后桥所受的弯曲应力和扭转应力分别为

$$s = \frac{32DM}{\pi(D^4 - d^4)}, \quad (25)$$

$$\tau = \frac{16DT}{\pi(D^4 - d^4)}, \quad (26)$$

式中 M 和 T 分别为弯矩和扭矩； D 和 d 分别为危险截面处管状截面的外径和内径。根据第四强度理论，后桥的危险截面处的合成应力为

$$\sigma = \sqrt{s^2 + 3\tau^2} = \frac{32D}{\pi(D^4 - d^4)} \sqrt{M^2 + 0.75T^2}. \quad (27)$$

对于内圆外方截面来说，后桥主要承受弯矩作用，其弯曲应力为

$$\sigma = \frac{M}{W_n}, \quad (28)$$

M 为弯矩， W_n 为抗弯截面系数，由下式确定：

$$W_n = \frac{bh^2}{6} \left(1 - 0.59 \frac{d^4}{bh^3} \right), \quad (29)$$

式中 d 为危险截面处内圆直径； b 和 h 分别为外方截面的边长。

根据应力—强度干涉理论，以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - \sigma, \quad (30)$$

式中 r 为后桥的材料强度；对于管状截面基本随机参数向量为 $\mathbf{X} = (r M T D d)^T$ ，对于内圆外方截面基本随机参数向量为 $\mathbf{X} = (r M b h d)^T$ 。这些基本随机变量向量 \mathbf{X} 的均值 $E(\mathbf{X})$ 和方差 $\text{Var}(\mathbf{X})$ 是已知的，并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机变量向量 \mathbf{X} 求偏导数，分别有

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial r} & \frac{\partial g}{\partial M} & \frac{\partial g}{\partial T} & \frac{\partial g}{\partial D} & \frac{\partial g}{\partial d} \end{bmatrix}, \quad (31a)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial r} & \frac{\partial g}{\partial M} & \frac{\partial g}{\partial b} & \frac{\partial g}{\partial h} & \frac{\partial g}{\partial d} \end{bmatrix}. \quad (31b)$$

根据可靠性稳健优化方法，把以上各式和已知条件代入相应的计算公式，就可以对后桥进行可靠性稳健优化设计。

4.2 数值算例

算例1 某种车辆管状后桥壳承受的弯矩 M 和扭矩 T 分别为 $(\mu_M, \sigma_M) = (6432658, 584729)$ N·mm, $(\mu_T, \sigma_T) = (4472475, 362270)$ N·mm, 材料强度 r 为 $(\mu_r, \sigma_r) = (443, 27.5)$ MPa。设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$ ，试用可靠性稳健优化方法设计此管状后桥壳的内径 d 和外径 D 。

首先，建立目标函数：

1) 要求管状后桥的质量最小，即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$ ：

$$f_1(x) = \frac{\pi}{4} (x_2^2 - x_1^2); \quad (32)$$

2) 要求管状后桥的可靠度对设计变量 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$ ：

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2}, \quad (33)$$

取设计变量为 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T = [d \ D]^T$ ，其中 d 和 D 分别为管状后桥的内径和外径。

第二，建立约束条件：约束条件为

$$\bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geq 0, \quad 0 \leq x_1 \leq 100, \\ 0 \leq x_2 \leq 100, \quad x_2 - x_1 \geq 0. \quad (34)$$

第三，优化求解：选用约束随机方向法进行优化设计，选取初值为 $d = 85 \text{ mm}$, $D = 95 \text{ mm}$, 对管状后桥进行可靠性稳健优化设计，根据给出的数据，求得管状后桥设计处的最大内径和最小外径为 $d = 92.8014 \text{ mm}$, $D = 99.9996 \text{ mm}$ 。

依据此可靠性稳健优化设计的结果，计算得此管状后桥壳的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 3.338399, R = 0.999579,$$

$$\frac{dR}{dx^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial D} & \frac{\partial R}{\partial d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.478 \times 10^{-3} \\ -1.263 \times 10^{-3} \end{bmatrix}^T.$$

算例2 50 t 公路运输车内圆外方截面的后桥壳承受弯矩 M 为 $(\mu_M, \sigma_M) = (106742, 122.26, 9702858.912) \text{ N} \cdot \text{mm}$, 材料强度 r 为 $(\mu_r, \sigma_r) = (443, 27.5) \text{ MPa}$ 。设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$, 试用可靠性稳健优化方法设计此内圆外方截面后桥壳的内径 d 和外方尺寸 b, h 。

首先，建立目标函数：

1) 要求内圆外方后桥的质量最小，即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$ ：

$$f_1(x) = x_1 x_2 - \frac{\pi}{4} x_3^2; \quad (35)$$

2) 要求内圆外方后桥的可靠度对设计变量 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$ ：

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2}, \quad (36)$$

取设计变量为 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [b \ h \ d]^T$, 其中 b, h, d 为内圆外方后桥的几何尺寸。

第二，建立约束条件：约束条件为

$$g - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geq 0, 0 \leq x_1 - x_3 \leq 10,$$

$$0 \leq x_2 - x_3 \leq 10, x_2 - x_1 \geq 0. \quad (37)$$

第三，优化求解：选用约束随机方向法进行优化设计，选取初值为 $b = 160 \text{ mm}$, $h = 164 \text{ mm}$, $d = 120 \text{ mm}$, 对内圆外方后桥壳进行可靠性稳健优化设计，根据给出的数据，求得后桥壳设计处的几何尺寸 b, h, d ：

$$b = 123.5748 \text{ mm}, h = 152.4063 \text{ mm},$$

$$d = 113.5747 \text{ mm}.$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果，计算得此内圆外方后桥壳的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 4.060122, R = 0.999975,$$

$$\frac{dR}{dx^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial b} & \frac{\partial R}{\partial h} & \frac{\partial R}{\partial d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.242 \times 10^{-6} \\ 1.486 \times 10^{-5} \\ -8.049 \times 10^{-6} \end{bmatrix}^T,$$

后桥的可靠性指标 β 和可靠度 $R = \Phi(\beta)$ 愈大， R 随 β 变化曲线愈平缓，其可靠性灵敏度的数量值愈小，即斜率愈小，说明设计参数的变化对后桥的可靠性影响愈不敏感，愈稳健。

5 结语

作者对半轴、后桥和前轴等典型汽车轴类零部件进行了可靠性稳健优化设计。用该方法对汽车零部件进行可靠性稳健优化设计可以提高设计水平，加强汽车的安全和可靠性。可见使用该方法可以对机械行业轴类零部件进行可靠性稳健优化设计。

参考文献

- [1] 张义民, 贺向东, 刘巧伶, 闻邦椿. 汽车零部件的可靠性稳健优化设计——理论部分 [J]. 中国工程科学, 2004, 6(3): 75~79

Reliability-based Robust Optimization Design for Automobile Components

Part 2: Axles

Zhang Yimin¹, He Xiangdong¹, Liu Qiaoling¹, Wen Bangchun²

(1. College of Mechanical Science and Engineering, Nanling Campus, Jilin University,
Changchun 130025, China; 2. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110004, China)

[Abstract] Using the theoretical method of reliability-based robust optimization design (in Part 1), several axles in automobiles, such as half-axle, front-axle and back-axle housing are computed and the emulation results are analyzed. According to the method presented in this paper, the reliability-based robust optimization designs for automobile components in practical engineering are obtained.

[Key words] axles; reliability sensitivity; multi-objective optimization; robust design