

研究报告

粘贴玻璃钢加固混凝土组合梁挠度研究

段敬民^{1,2}, 钱永久¹, 曾宪桃²

(1. 西南交通大学桥梁及结构工程系, 成都 610031;

2. 焦作工学院土木建筑工程系, 河南焦作 454000)

[摘要] 将一定几何尺寸的玻璃钢板粘贴在混凝土梁的受拉区, 能有效地提高混凝土梁的抗弯承载能力和混凝土梁的横向刚度。通过解析的方法, 分别考虑组合梁在3种不同受力状态下, 对玻璃钢板中拉力进行解析, 得到了组合梁在不同载荷作用下的挠度表达式。

[关键词] 粘贴加固; 玻璃钢; 混凝土组合梁; 挠度

[中图分类号] TU502 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)10-0079-04

1 前言

理论分析和试验表明, 粘贴复合材料玻璃钢加固混凝土梁, 能有效提高混凝土梁的抗弯承载能力^[1,2]。玻璃钢板与混凝土之间由一层结构胶粘剂传力, 在粘接层中有剪应力和法向应力存在, 并于玻璃钢板端部有较大的应力集中, 在玻璃钢板端部的剪应力和法向应力以及混凝土中正应力综合作用下, 有可能引起粘接破坏或混凝土剥落破坏, 导致补强加固梁失去承载能力。笔者主要对粘贴玻璃钢板加固混凝土梁组合构件的挠度进行解析。

2 基本方程的建立

图1为粘贴玻璃钢加固的混凝土梁。从梁中右半部分取出一段长为 dx 的梁微元体进行受力分析, 如图2所示, 在梁上作用均布荷载、1个集中荷载及2个集中荷载如图3所示。

由图2梁微元的平衡可得:

$$\frac{dF}{dx} = S \quad (1)$$

$$\frac{dQ_1}{dx} = -N - q \quad (2)$$

$$\frac{dQ_2}{dx} = N \quad (3)$$

$$\frac{dM_1}{dx} = Q_1 - \frac{Sh}{2} \quad (4)$$

$$\frac{dM_2}{dx} = Q_2 - \frac{Sd_b}{2} \quad (5)$$

式中 M_1 为混凝土梁截面上的弯矩, Q_1 为混凝土梁截面上的剪力, F 为混凝土梁及玻璃板上所受轴力, M_2 为玻璃钢板截面上的弯矩, Q_2 为玻璃钢板截面上的剪力, S 为混凝土梁与玻璃钢板之间沿长度的分布粘结剪力, N 为混凝土梁与玻璃钢板之间沿长度的分布法向力。

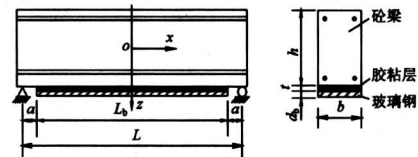


图1 粘贴玻璃钢加固混凝土梁简图

Fig.1 Diagram of RC beam strengthened by epoxy-bonded glass fiber reinforced plastic plate

考虑到混凝土梁的剪切变形, 得到梁挠度微分方程为

[收稿日期] 2003-12-18; 修回日期 2004-04-08

[基金项目] 高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划资助项目 (A0110719950102); 河南省自然科学基金资助项目 (0311051600)

[作者简介] 段敬民 (1966-), 男, 河南洛阳市人, 焦作工学院教授、西南交通大学博士生

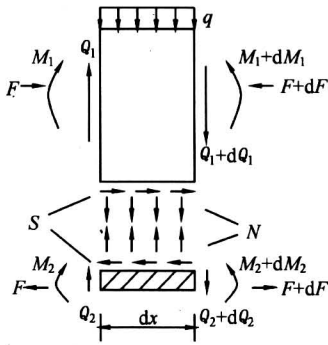


图2 梁微元体

Fig.2 Micro-unit of the beam

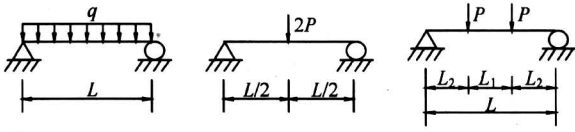


图3 荷载形式

Fig.3 Load form

$$\frac{d^2\omega_1}{dx^2} = -\frac{M_1}{E_0I_0} - \frac{\alpha_s q}{G_0A_0} \cdot \frac{d^2\omega_2}{dx^2} = -\frac{M_2}{E_bI_b} \quad (6)$$

式中 ω_1 为混凝土梁的挠度, ω_2 为玻璃钢板的挠度, E_0I_0 为混凝土梁(含拉压钢筋)的综合抗弯刚度, E_bI_b 为玻璃钢板抗弯刚度, G_0 为混凝土的剪切模量, A_0 为混凝土梁的截面面积, α_s 为剪切系数。

假定结构胶粘剂层为线弹性体, 弹性模量为 E , 剪切模量为 G , 可得粘接剪力和法向力的表达式:

$$S = \frac{Gb}{t}(u_2 - u_1 + e) \quad (7)$$

$$N = \frac{Eb}{t}(\omega_2 - \omega_1) \quad (8)$$

式中 Gb/t 为粘接剂层的剪切刚度, t 为胶粘层厚度, b 为胶粘层宽度与混凝土梁及玻璃钢板同宽, u_2 为玻璃钢板上表面沿 x 方向的位移, u_1 为混凝土梁底面沿 x 方向的位移, e 为剪切变形引起混凝土梁底面沿 x 方向的位移即胶粘层剪切变形。

通过式(1)至式(8), 可解得粘结剪力、剪应力、法向力及法向应力、玻璃钢板中的拉力, 及加固梁的挠度。

3 玻璃钢板拉力及整体梁的挠度

对式(7)求二阶导数, 省略玻璃钢板的弯曲变形和混凝土梁的轴向变形^[1]:

$$\frac{d^2S}{dx^2} = \frac{Gb}{t} \left(\frac{d^2u_2}{dx^2} - \frac{d^2u_1}{dx^2} + \frac{d^2e}{dx^2} \right) \quad (9)$$

由图2可知:

$$\frac{d^2u_2}{dx^2} = \frac{1}{E_bA_b} \frac{dF}{dx}, \quad \frac{d^2u_1}{dx^2} = \frac{h}{2E_0I_0} \frac{dM_1}{dx},$$

$$\frac{d^2e}{dx^2} = -\frac{1}{2bG_0} \frac{dq}{dx} \quad (10)$$

将式(7)、式(1)、式(4)代入式(9), 注意 $dq/dx=0$ 得

$$\frac{d^2S}{dx^2} - \lambda^2 S = -\frac{Gb h}{2E_0I_0 t} Q_1 \quad (11)$$

$$\lambda^2 = \frac{Gb}{t} \left[\frac{1}{E_bA_b} + \frac{h^2}{4E_0E_0} \right]$$

由于玻璃钢板的抗剪刚度相对于混凝土很小, 故可以假定所有剪力都由混凝土梁承受, 即 $Q_1 = Q$, 故根据不同荷载作用下的剪力 Q , 可由式(11)解得粘结剪力和剪应力 τ , $\tau = S/b$ 。

当梁上作用有均布荷载时, $Q = -qx$, 可得方程式(11)通解为

$$S = C_1 \text{ch } \lambda x + C_2 \text{sh } \lambda x - \frac{Gb h q}{2E_0I_0 t \lambda^2} x \quad (12)$$

当梁上跨中作用集中力时, $Q = -P$, 有

$$S = C_3 \text{ch } \lambda x + C_4 \text{sh } \lambda x - \frac{Gb h P}{2E_0I_0 t \lambda^2} \quad (13)$$

当梁上作用2个对称集中力时, 在 L_1 段上 $Q = 0$, 故

$$S = \begin{cases} C_5 \text{ch } \lambda x + C_6 \text{sh } \lambda x & 0 \leq x \leq L_1/2 \\ C_7 \text{ch } \lambda x + C_8 \text{sh } \lambda x - \frac{Gb h P}{2E_0I_0 t \lambda^2} & L_1/2 \leq x \leq L_b/2 \end{cases} \quad (14)$$

3.1 均布荷载作用下玻璃钢板内的拉力

将式(12)中 S 表达式进行积分, 可得到

$$F = \int_0^x \left[C_1 \text{ch } \lambda x + C_2 \text{sh } \lambda x - \frac{Gb h q}{2E_0I_0 t \lambda^2} x \right] dx = \frac{C_2}{\lambda} \text{ch } \lambda x - \frac{Gb h q}{4E_0I_0 t \lambda^2} x^2 + C_9 \quad (15)$$

由边界条件 $x = L_b/2, F = 0$, 代入式(15)得

$$C_9 = \frac{Gb h q}{16E_0I_0 t \lambda^2} L_b^2 - \frac{C_2}{\lambda} \text{ch } \frac{\lambda L_b}{2}$$

3.2 跨中1个集中力作用下玻璃钢板内拉力

将式(13)积分得

$$F = \frac{C_3}{\lambda} \operatorname{sh} \lambda x + \frac{C_4}{\lambda} \operatorname{ch} \lambda x - \frac{GbhP}{2E \setminus - 0I_0 t \lambda^2} x + C_{10} \quad (16)$$

由边界条件 $x = L_b/2, F = 0$ 可得

$$C_{10} = \frac{GbhPL_b}{4E_0 I_0 t \lambda^2} - \frac{1}{\lambda} \left(C_3 \operatorname{sh} \frac{\lambda L_b}{2} + C_4 \operatorname{ch} \frac{\lambda L_b}{2} \right)$$

3.3 2 个对称集中力作用下玻璃钢中的拉力

对式 (14) 积分有

$$F = \begin{cases} \frac{C_6}{\lambda} \operatorname{ch} \lambda x + C_{11} & 0 \leq x \leq L_1/2 \\ \frac{C_7}{\lambda} \operatorname{sh} \lambda x + \frac{C_8}{\lambda} \operatorname{ch} \lambda x - \frac{H_1}{2} x + C_{12} & L_1/2 \leq x \leq L_b/2 \end{cases} \quad (17)$$

式中 $H_1 = GbhP/E_0 I_0 t \lambda^2$ 。

由边界条件 $x = L_b/2, F = 0, x = L_1/2, F$ 连续, 可求得积分常数

$$C_{12} = \frac{H_1 L_b}{4} - \frac{1}{\lambda} \left(C_7 \operatorname{sh} \frac{\lambda L_b}{2} + C_8 \operatorname{ch} \frac{\lambda L_b}{2} \right)$$

$$C_{11} = \frac{C_7}{\lambda} \operatorname{sh} \frac{\lambda L_1}{2} + \frac{C_8}{\lambda} \operatorname{ch} \frac{\lambda L_1}{2} -$$

$$\frac{H_1 L_1}{4} - \frac{C_6}{\lambda} \operatorname{ch} \frac{\lambda L_1}{2} + C_{12}$$

假定补强加固梁的挠度 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, 式 (6)

变为

$$\frac{d^2 \omega}{dx^2} = \begin{cases} -\frac{M}{E_1 I_1} - \frac{\alpha_s q (E_0 I_0)}{E_1 I_1 G_0 A_0} & 0 \leq x \leq L_b/2 \\ -\frac{M}{E_0 I_0} - \frac{\alpha_s q}{G_0 A_0} & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (18)$$

式中 $E_1 I_1 = E_0 I_0 + E_b I_b$ 。要求得挠度 ω , 先求 M 。

3.4 均布荷载作用下补强加固梁的挠度

由图 4, 可求得均布荷载作用下补强加固梁离跨中点任意 x 截面的弯矩为

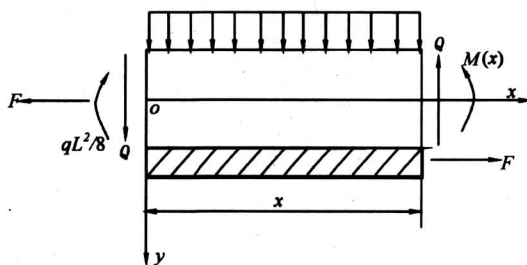


图 4 弯矩计算图

Fig.4 Diagram of bending moment calculation

$$M(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} qL^2 - \frac{1}{2} qx^2 - FH_2 & 0 \leq x \leq L_b/2 \\ \frac{1}{8} qL^2 - \frac{1}{2} qx^2 & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (19)$$

式中 $H_2 = d_b/2 + h/2 + t$ 。

把式 (15) 代入式 (18) 经积分两次后得到

$$\omega = \begin{cases} \frac{qx^2}{2E_1 I_1} \left(\frac{x^2}{12} - \frac{L^2}{8} \right) + \frac{H_2}{E_1 I_1} \times \\ \left(\frac{C_2}{\lambda^3} \operatorname{ch} \lambda x - \frac{H_1}{48} x^4 + \frac{C_9}{2} x^2 \right) - \\ H_3 x^2 + C_{13} x + C_{14} & 0 \leq x \leq L_b/2 \\ \frac{qx^2}{2E_0 I_0} \left(\frac{x^2}{12} - \frac{L^2}{8} \right) - \frac{\alpha_s q}{2G_0 A_0} x^2 + \\ C_{15} x + C_{16} & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (20)$$

式中 $H_3 = E_0 I_0 \alpha_s q / 2A_0 G_0 (E_0 I_0 + E_b I_b)$ 。

3.5 跨中一个集中力作用下的挠度 ω

$$M(x) = \begin{cases} P \left(\frac{L}{2} - x \right) - FH_2 & 0 \leq x \leq L_b/2 \\ P \left(\frac{L}{2} - x \right) & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (21)$$

将式 (21)、式 (16) 代入式 (18) 经积分后得:

$$\omega = \begin{cases} \frac{Px^2}{E_1 I_1} \left(\frac{x}{6} - \frac{L}{4} \right) + \frac{H_2}{E_1 I_1} \left(\frac{C_3}{\lambda^3} \operatorname{sh} \lambda x + \frac{C_4}{\lambda^3} \operatorname{ch} \lambda x - \right. \\ \left. \frac{H_1 x^3}{12} + \frac{C_{10}}{2} x^2 \right) - \frac{\alpha_s Px}{G_0 A_0} + C_{17} & 0 \leq x \leq L_b/2 \\ \frac{Px^2}{E_0 I_0} \left(\frac{x}{6} - \frac{L}{4} \right) + C_{18} x + C_{19} - \frac{\alpha_s Px}{G_0 A_0} & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (22)$$

3.6 两对称集中力作用下的挠度 ω

$$M(x) = \begin{cases} \frac{P}{2} (L - L_1) - FH_2 & 0 \leq x \leq L_1/2 \\ P \left(\frac{L}{2} - x \right) - FH_2 & L_1/2 \leq x \leq L_b/2 \\ P \left(\frac{L}{2} - x \right) & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (23)$$

将上式及式 (17) 代入式 (18), 经积分后得

$$\omega = \begin{cases} \frac{H_6}{4}x^2 + \frac{H_2}{E_1 I_1} \left(\frac{C_6}{\lambda^3} \operatorname{ch} \lambda x + C_{11} \frac{x^2}{2} \right) + C_{20} & 0 \leq x \leq L_1/2 \\ \frac{Px^2}{E_1 I_1} \left(\frac{x}{6} - \frac{L}{4} \right) + \frac{H_2}{E_1 I_1} \left(\frac{C_7}{\lambda^3} \operatorname{sh} \lambda x + \frac{C_8}{\lambda^3} \operatorname{ch} \lambda x - \frac{H_1}{12}x^3 + C_{12} \frac{x^2}{2} \right) + C_{21}x - \frac{\alpha_s P}{G_0 A_0}x + C_{22} & L_1/2 \leq x \leq L_b/2 \\ \frac{Px^2}{E_0 I_0} \left(\frac{x}{6} - \frac{L}{4} \right) + C_{23}x - \frac{\alpha_s P}{G_0 A_0}x + C_{24} & L_b/2 \leq x \leq L/2 \end{cases} \quad (24)$$

式中 $H_6 = P(L_1 - L)/(E_0 I_0 + E_b I_b)$

利用边界条件: a. $x = L/2$, $\omega = 0$; b. $x = L_b/2$, ω 连续; c. $x = L_b/2$, $d\omega/dx$ 连续; d. $x = L_1/2$, ω 连续; e. $x = L_1/2$, $d\omega/dx$ 连续; 可求得式 (20)、式 (22) 和式 (24) 中的积分常数。

4 算例验证

如图 3 所示的混凝土简支梁, 截面尺寸 $b \times h = 100 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$, 跨度 $L = 1000 \text{ mm}$, 玻璃钢端距支座的距离 $L_0 = 50 \text{ mm}$, 混凝土弹性模量 $E_c = 38.08 \text{ GPa}$, 玻璃钢板的弹性模量 $E_b = 16.34 \text{ GPa}$, 胶粘剂的弹性模量 $E_a = 6.7 \text{ GPa}$ 、剪切模量 $G_a = 2.6 \text{ GPa}$, 玻璃钢板厚度 $t_b = 4 \text{ mm}$, 胶粘剂厚度 $t_a = 2 \text{ mm}$, 分别对集中荷载 $P = 100 \text{ kN}$ 、均布荷载 $q = 100 \text{ kN/m}$ 、2 个集中荷载 $P = 50 \text{ kN}$ 的情况进行计算, 然后用 ANSYS 有限元软件对 3 种情况进行验证。结果如图 5 所示, 从图中可以看出, 所采用的方法与有限元法的计算结果基本吻合。

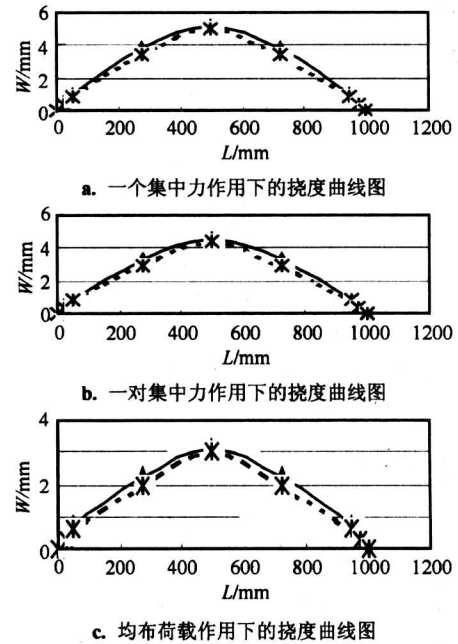


图 5 挠度对比曲线图

Fig.5 Deflection curve line chart

5 结语

通过对粘贴玻璃钢板补强后混凝土梁玻璃钢板中拉力及组合梁的挠度分析, 得到了玻璃钢板中拉力的数学表达式和组合构件整体挠度的计算公式, 对进一步分析和试验有一定指导作用。

参考文献

- [1] 腾智明主编. 钢筋混凝土基本构件 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997
- [2] 刘祖华, 朱伯龙. 粘钢加固混凝土梁解析分析 [J]. 同济大学学报, 1994, (1): 21~26

Deflection Analysis of RC Beam Strengthened by Epoxy-bonded Glass Fiber Reinforced Plastic Plate

Duan Jingmin^{1, 2}, Qian Yongjiu¹, Zeng Xiantao²

(1. Dept. of Bridge & Structural Engineering of Southwest Jiaotong

University, Chengdu 610031, China; 2. Dept. of Civil Architectural

Engineering of Jiaozuo Institute of Technology, Jiaozuo, Henan 454000, China)

[Abstract] The GFRP plate was epoxy-bonded to the tension flanges of RC beam, which can effectively improve the bending strength and the lateral stiffness of the RC beam. In this paper, the pulling force of GFRP plate and the deflection of the plated beam have been analyzed when the plated beam bears three different loads. The results can guide experiment and study in the future.

[Key words] strengthening; GFRP; RC beam; deflection