学术论文

具有极点区域约束的广义模糊系统的输出反馈控制

高　丹，曹媛媛
（天津大学电气与自动化工程学院，天津　300072）

[摘要]　针对模糊广义系统，将动态输出反馈控制器设计问题转化为一组矩阵不等式的可行解问题，使得闭环系统不仅具有鲁棒性能，而且能把闭环系统极点配置在一个给定的圆形区域内，从而保证系统具有期望的动态性能。

[关键词]　模糊广义系统；动态输出反馈；线性矩阵不等式
[中图分类号] TP13　[文献标识码] A　[文章编号] 1009-1742（2006）04-0063-05

1　问题的提出

广义 T-S 模糊系统是由传统 T-S 模型[1]与广义系统[2]理论相结合而发展起来的，它能够很好地逼近非线性广义系统，是解决非线性广义系统控制问题的一个新途径。广义模糊系统的研究目前还是一个比较新的研究领域[3~5]，有待系统地深入研究。将着重讨论具有极点配置约束的广义模糊系统的输出反馈控制问题，以期设计的控制器将保证闭环系统具有所要求的动态性能和鲁棒稳态性能。

考虑如下广义 T-S 模糊系统：

$\boldsymbol{R}^i$: If $\xi_1(t)$ is M_{1i} and, $\cdots$, and $\xi_n(t)$ is $\boldsymbol{M}_{ni}$,

$$\text{Then}\quad \begin{aligned} \boldsymbol{E}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_{1i}\boldsymbol{w}(t) + \boldsymbol{B}_{2i}\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{z}(t) &= \boldsymbol{C}_{1i}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_{1i}\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) &= \boldsymbol{C}_{2i}\boldsymbol{x}(t) \end{aligned} \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{x}(t) \in R^n$ 为状态向量，$\boldsymbol{u}(t) \in R^m$ 为输入向量，$\boldsymbol{z}(t) \in R^r$ 为调节输出，$\boldsymbol{y}(t) \in R^p$ 为测量输出。$\boldsymbol{A}_i \in R^{n\times n}$，$\boldsymbol{B}_i \in R^{n\times l}$，$\boldsymbol{C}_{1i} \in R^{r\times n}$，$\boldsymbol{C}_{2i} \in R^{p\times n}$，$\boldsymbol{D}_{1i} \in R^{r\times q}$，这里 $\boldsymbol{E}$ 可以是奇异矩阵。$\xi_1(t)\cdots\xi_n(t)$ 为前提变量，$\boldsymbol{M}_{nj}$ 是模糊集，$i = 1, 2, \cdots, r$。

广义模糊系统的全局模型为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{z}(t) &= \boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{u}(t), \\ \boldsymbol{y}(t) &= \boldsymbol{C}_2\boldsymbol{x}(t) \end{aligned} \tag{2}$$

其中

$$\boldsymbol{A} = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\boldsymbol{A}_i,\ \boldsymbol{B}_1 = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\boldsymbol{B}_{1i},$$

$$\boldsymbol{B}_2 = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\boldsymbol{B}_{2i},\ \boldsymbol{C}_1 = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\boldsymbol{C}_{1i},$$

$$\boldsymbol{C}_2 = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\boldsymbol{C}_{2i},\ \boldsymbol{D} = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\boldsymbol{D}_{1i}。$$

定义 1[3]　对给定正实数 γ，如果系统式（2）满足

$$\int_0^{t_0} \boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{z}(t)\mathrm{d}t \leqslant \gamma^2\int_0^{t_0} \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}(t)\mathrm{d}t \tag{3}$$

则称系统式（2）具有小于等于 γ 的 $L_2[0,\ t_0]$ 增益，即 H_∞ 性能指标。

对系统式(1)或式(2)设计如下模糊动态输出反馈控制器：

$\boldsymbol{R}^i$: If $\xi_1(t)$ is M_{1i} and, $\cdots$, and $\xi_n(t)$ is $\boldsymbol{M}_{ni}$,

Then

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}(t) = \bar{\boldsymbol{A}}_i\bar{\boldsymbol{x}}(t) + \bar{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{y}(t) \\ \boldsymbol{u}(t) = \bar{C}_i\bar{\boldsymbol{x}}(t) \end{cases} \tag{4}$$

[收稿日期]　2005-01-17；修回日期　2005-04-19
[基金项目]　国家自然科学基金资助项目（60574026）
[作者简介]　高　丹（1981-），女，辽宁盘锦市人，天津大学电气与自动化工程学院硕士研究生

则模糊控制器的全局模型为

$$\begin{cases} E\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}y(t) \\ u(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \tag{5}$$

其中 $\bar{A} = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\bar{A}_i, \bar{B} = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\bar{B}_i,$

$$\bar{C} = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi)\bar{C}_i。$$

由系统式(2)和控制器式(5)组成的增广系统为

$$\begin{cases} \tilde{E}\dot{\eta}(t) = \tilde{A}\eta(t) + \tilde{B}w(t) \\ z(t) = \tilde{C}\eta(t) \end{cases} \tag{6}$$

其中 $\eta(t) = [x(t) \quad \bar{x}(t)]^{\mathrm{T}}, \tilde{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix},$

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \tilde{A}_{ij} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \begin{bmatrix} A_i & B_{2i}\bar{C}_j \\ \bar{B}_j C_{2i} & \bar{A}_j \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \tilde{B}_{ij} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j [B_{1i} \quad 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j \tilde{C}_{ij} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j [C_{1i} \quad D_{1i}\bar{C}_j]。$$

闭环系统式（6）应满足如下设计要求：

1）当 $w=0$ 时，系统正则、无脉冲且渐进稳定；

2）对于给定的 $\gamma>0$，在零初值条件下，闭环系统对所有的 $w(t)\in L_2[0, \infty]$，满足

$$\int_0^{t_0} z^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t \leqslant \gamma^2\int_0^{t_0} w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t$$

3）其有限特征值全部都在一个复平面上半径 r 为中心、在（$-q$, 0）的圆盘 $D(r, q)$中。

2 主要结论

定理1[3] 对于式（1）所示广义模糊系统设计模糊动态输出反馈控制器式（4），若存在公共矩阵 $\tilde{P}$，使得

$$\tilde{E}^{\mathrm{T}}P = P^{\mathrm{T}}\tilde{E} \geqslant 0 \tag{7a}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{ij}^{\mathrm{T}}P + P\tilde{A}_{ij} & P\tilde{B}_{ij} & \tilde{C}_{ij}^{\mathrm{T}} \\ \tilde{B}_{ij}^{\mathrm{T}}P & -\gamma^2 I & 0 \\ \tilde{C}_{ij} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{7b}$$

则在动态反馈控制器式（4）的情况下系统正则、无脉冲且满足 H_∞ 控制性能。

定理2[5] 对于一个如式（1）所示的广义模糊T-S系统，设计动态输出反馈如式（4），若存在对称的公共矩阵 X，Y，U，M，N，使得下列线性矩阵不等式成立，则系统正则、无脉冲且能满足 H_∞ 的控制目标。

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & U \end{bmatrix} > 0 \tag{8a}$$

$$\begin{bmatrix} E^{\mathrm{T}}X & E^{\mathrm{T}}M \\ E^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} & E^{\mathrm{T}}Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XE & M^{\mathrm{T}}E \\ ME & YE \end{bmatrix} \geqslant 0 \tag{8b}$$

$$\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}}X + XA_i + B_{Cj}^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + B_{Cj}C_{2i} & A_i^{\mathrm{T}} + A_C & B_{1i} & XC_{i1}^{\mathrm{T}} + C_{cj}^{\mathrm{T}} \\ A_i + A_{Cj}^{\mathrm{T}} & U^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} + A_iU + C_{Cj}^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}} + B_{2i}C_{Cj} & UB_{1i} & C_{i1}^{\mathrm{T}} \\ B_{1i}^{\mathrm{T}} & B_{1i}^{\mathrm{T}}U & -\gamma^2 I & 0 \\ & C_{1i} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{8c}$$

证明 令对称矩阵

$$P = \begin{bmatrix} X & M \\ M^{\mathrm{T}} & Y \end{bmatrix},$$

则可以得到

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} U & N \\ N^{\mathrm{T}} & V \end{bmatrix},$$

通过矩阵运算可以得知 $P \cdot P^{-1} = I$，即

$$\begin{bmatrix} XU + MN^{\mathrm{T}} & XN + MV \\ M^{\mathrm{T}}U + YN^{\mathrm{T}} & M^{\mathrm{T}}N + YV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}。$$

构造矩阵

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}, \Phi_2 = \begin{bmatrix} I & U \\ 0 & N^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}。$$

可以得到

$$P\Phi_2 = \Phi_1,\ \Phi_2^{\mathrm{T}}P\Phi_2 = \Phi_2^{\mathrm{T}}\Phi_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ I & U \end{bmatrix}$$ 成立。

不等式（8a）成立，则 $I-XU$ 非奇异，于是利用满秩分解，总可以得到满秩矩阵 M 和 N，满足 $I-XU=MN^{\mathrm{T}}$，从而有 Φ_2 非奇异，即可以构造矩阵 $P=\Phi_1\Phi_2^{-1}$，进而有 $P>0$，不等式（8a）的成立保证了解的正定对称性。把 $P = \begin{bmatrix} X & M \\ M^{\mathrm{T}} & Y \end{bmatrix}$ 代入式（7a）展开，则可以得到矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} E^{\mathrm{T}}X & E^{\mathrm{T}}M \\ E^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} & E^{\mathrm{T}}Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XE & M^{\mathrm{T}}E \\ ME & YE \end{bmatrix} \geqslant 0,$$

即得式(8b)。把 $P = \begin{bmatrix} X & M \\ M^{\mathrm{T}} & Y \end{bmatrix}$ 代入式(7b)，则

$$\begin{bmatrix} A_i^{\mathrm{T}}X + XA_i + C_{I2}\bar{B}_i^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + M^{\mathrm{T}}\bar{B}_JC_{2I} & A_i^{\mathrm{T}}M + M^{\mathrm{T}}\bar{A}_J + C_{2I}\bar{B}_i^{\mathrm{T}}Y + XB_2\bar{C}_J & B_{1i} & XC_{1i} + M\bar{C}_i^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}} \\ MA_i + \bar{A}_I^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + \bar{C}_i^{\mathrm{T}}B_{2I}^{\mathrm{T}}X + Y\bar{B}_JC_{2I} & \bar{C}_i^{\mathrm{T}}B_{2I}^{\mathrm{T}}M + MB_{2I}\bar{C}_J + \bar{A}_JY + Y\bar{A}_i^{\mathrm{T}} & 0 & M^{\mathrm{T}}C_{1i} + Y\bar{C}_i^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}} \\ B_{1i}^{\mathrm{T}} & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ C_{1i}X + D_i\bar{C}_jM^{\mathrm{T}} & C_{1i}M + D_i\bar{C}_jY & 0 & -I \end{bmatrix} < 0。 \tag{9}$$

对上式化简，分别对上式左乘 diag（$\boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}$），右乘 diag（$\boldsymbol{\Phi}_2$，$\boldsymbol{\Phi}_2$），并令

$$A_{Cj} = XA_iU + M^{\mathrm{T}\bar{A}_j}N^{\mathrm{T}} + B_{Cj}C_{2i}U + XB_{2i}C_{Cj},$$

$$B_{Cj} = M^{\mathrm{T}\bar{B}_j},\ C_{Cj} = \bar{C}_jN^{\mathrm{T}},$$

则可得到式（8c）。

引理 1[7]　考虑广义模糊系统（E，A），其中 $A = \sum_{i=1}^{N} h_iA_i$ 当存在一个对称矩阵 P，满足以下的不等式，则广义模糊系统（E，A）是正则、无脉冲且 D 是稳定的。

$$E^{\mathrm{T}}PE \geqslant 0 \tag{10a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & E & A - Eq \\ E^{\mathrm{T}} & -r^2P^{-1} & 0 \\ (A - Eq)^{\mathrm{T}} & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{10b}$$

定理 3　对于系统式（6），当存在一个对称矩阵 $\tilde{P}$，满足以下的不等式，则广义模糊 T－S 系统在输出反馈控制器式（4）作用下是正则、无脉冲且 D 是稳定的。

$$\tilde{E}^{\mathrm{T}}\tilde{P}\tilde{E} \geqslant 0 \tag{11a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \tilde{E} & \tilde{A}_{ij} - \tilde{E}q \\ \tilde{E}^{\mathrm{T}} & -r^2P^{-1} & 0 \\ (\tilde{A}_{ij} - \tilde{E}q)^{\mathrm{T}} & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{11b}$$

证明　由引理 1 可以得到这个结果。

定理 4　对于系统式（6）当存在一个对称矩阵 X，Y，U，M，N，满足以下的线性矩阵不等式，则广义模糊 T－S 系统在输出反馈控制器式（4）作用下是正则、无脉冲且 D 是稳定的。

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & U \end{bmatrix} > 0 \tag{12a}$$

$$\begin{bmatrix} E^{\mathrm{T}}XE & E^{\mathrm{T}}ME \\ E^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}E & E^{\mathrm{T}}YE \end{bmatrix} \geqslant 0 \tag{12b}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & EX & E & (A - Eq)X + B_{2i}C_{cj} & A - Eq \\ 0 & 0 & E & EU & A_{cj} - Eq & U(A - Eq) + B_{cj}C_2 \\ XE^{\mathrm{T}} & E^{\mathrm{T}} & -r^2X & -r^2 & 0 & 0 \\ E^{\mathrm{T}} & E^{\mathrm{T}}U & -r^2 & -r^2U & 0 & 0 \\ X(A^{\mathrm{T}} - E^{\mathrm{T}}q) + C_{cj}^{\mathrm{T}}B_2^{\mathrm{T}} & A_{cj}^{\mathrm{T}} - E_q^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -X & -I \\ A^{\mathrm{T}} - E^{\mathrm{T}}q & (A^{\mathrm{T}} - E^{\mathrm{T}}q)U + C_2\bar{B}_{cj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -I & -Y \end{bmatrix} < 0 \tag{12c}$$

证明　用类似定理 2 中的方法，可以把式（11a）进一步化简为式（12a）和式（12b）。在不等式（11b）两边左、右各乘一个对角矩阵 $P = \mathrm{diag}\{I,\ \tilde{P},\ \tilde{P}\}$，有

$$\begin{bmatrix} 0 & \tilde{E} & \tilde{A} - \tilde{E}q \\ \tilde{E}^{\mathrm{T}} & -r^2P^{-1} & 0 \\ (\tilde{A} - \tilde{E}q)^{\mathrm{T}} & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0。$$

对上式分别左乘 diag $\{I,\ \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\}$，右乘 diag $\{I,\ \boldsymbol{\Phi}_2,\ \boldsymbol{\Phi}_2\}$，则有

$$\begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\tilde{E}P\boldsymbol{\Phi}_2 & \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\tilde{A}P\boldsymbol{\Phi}_2 - \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\tilde{E}qP\boldsymbol{\Phi}_2 \\ \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}P\tilde{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_2 & -r^2\boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{\Phi}_2 & 0 \\ \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}P(\tilde{A} - \tilde{E}q)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_2 & 0 & -\boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{\Phi}_2 \end{bmatrix} < 0。$$

因为　$\boldsymbol{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ M^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} I & U \\ 0 & N \end{bmatrix}$，$P\boldsymbol{\Phi}_2 = \boldsymbol{\Phi}_1$，$\boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{\Phi}_2 = \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} X & I \\ I & U \end{bmatrix}$，

上式等价于

$$\begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\tilde{E}\boldsymbol{\Phi}_1 & \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\tilde{A}\boldsymbol{\Phi}_1 - \boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}\tilde{E}q\boldsymbol{\Phi}_1 \\ \boldsymbol{\Phi}_1^{\mathrm{T}}\tilde{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_2 & -r^2\boldsymbol{\Phi}_2^{\mathrm{T}}P\boldsymbol{\Phi}_2 & 0 \\ \boldsymbol{\Phi}_1^{\mathrm{T}}(\tilde{A}-\tilde{E}q)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_2 & 0 & -\boldsymbol{\Phi}_2^{T}P\boldsymbol{\Phi}_2 \end{bmatrix} < 0$$

令

$$A_{Cj} = XA_iU + M^{\mathrm{T}\bar{A}_j}N^{\mathrm{T}} + B_{Cj}C_{2i}U + XB_{2i}C_{Cj},$$

$$B_{Cj} = M^{\mathrm{T}\bar{B}_j},\ C_{Cj} = \bar{C}_jN^{\mathrm{T}},$$

则可以得到式（12c）。

基于上述分析，可得满足性能要求的动态输出反馈控制器的设计方法，即定理 5。

定理 5 给定量 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$ 和圆形区域 $D(r, q)$，若 X，U，$\bar{A}_j$，$\bar{B}_j$，$\bar{C}_j$ 是式（12）和式（8）的公共解，则存在动态反馈控制器使得闭环系统不仅具有要求的 H_∞ 性能，而且还能将其极点配置在指定的圆形区域内。

证明 由定理 2 和定理 4 直接可得。

注 由以上分析可知，若 X，U，$\bar{A}_j$，$\bar{B}_j$，$\bar{C}_j$ 能同时满足式（12）和式（8），则输出反馈控制器可使闭环系统同时具有期望的动态性能和鲁棒稳定性能。可以通过计算 2 个满秩方阵 M 和 N，满足 $I - XU = MN^{\mathrm{T}}$，然后求解方程

$$\bar{A}_j = (M^{\mathrm{T}})^{-1}(A_{Cj} - (XA_iU + B_{Cj}C_{2i}U + XB_{2i}C_{Cj}))(N^{\mathrm{T}})^{-1},$$

$$\bar{B}_j = (M^{\mathrm{T}})^{-1}B_{Cj},\ \bar{C}_j = (N^{\mathrm{T}})^{-1}C_{Cj} \qquad (12)$$

就可以得到控制器的参数。

3 算例

考虑如下的广义 T－S 模糊系统模型：

R^i：If x_1（t）is M_1，

Then $E\dot{x} = A_ix + B_{1i}w + B_{2i}u$

$z = C_ix \qquad i = 1, 2$

其中 $x(t) = (x_1(t), x_2(t))^{\mathrm{T}}$，其模糊规则为：

Rule^1 如果$x_1(t)$在0°附近，则

$$E\dot{x} = A_1x + B_{11}w + B_{21}u,$$

$$z = C_1x。$$

Rule^2 如果$x_1(t)$在60°附近，则

$$E\dot{x} = A_2x + B_{12}w + B_{22}u,$$

$$z = C_2x。$$

其隶属度函数为

$$h_1(x_1(t)) = (1 + \mathrm{con}\ x_1(t))/2,$$

$$h_2(x_1(t)) = (1 - \mathrm{con}\ x_1(t))/2,$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0.6 & 2 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0 \\ 0.09 \end{bmatrix},$$

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 0.002 \\ 1 \\ 0.001 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$B_{22} = [1\ 2\ 0]^{\mathrm{T}}$，$[C_1 = C_2 = [1\ 0\ 0]$。

对于上述算例，设定系统输入是一个从零时刻开始的、终止值为 10 的阶跃函数。系统扰动是一个幅值为 0.1 的正弦函数。可以得到开环系统的输出曲线（见图 1），可以看出，系统开环是不稳定的。

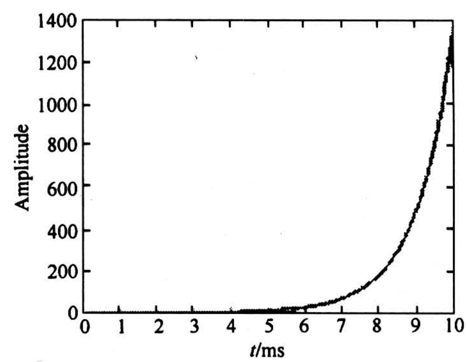

图 1 开环系统响应

Fig.1 Response to open-loop system

由定理 5，利用 LMI 可以计算得出使系统满足控制目标的动态输出反馈控制器为：，

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} -6.4547 & 9.1610 & 3.6665 \\ -5.3426 & 7.5832 & 3.0349 \\ -0.0146 & 0.0378 & -0.0523 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} -6.6678 & 3.1416 & 1.2796 \\ -5.5236 & 27.6342 & 3.1245 \\ -0.0132 & 0.0368 & -0.0517 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} -1.1216 \\ -0.9284 \\ 0.0001 \end{bmatrix}, \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} -1.0441 \\ -0.8643 \\ 0.0000 \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_1 = [0.0024\ -0.0178\ -0.0689],$$

$$\bar{C}_2 = [0.0047\ -0.0258\ -0.2060].$$

取系统的性能指标 $\gamma=0.1$，即在系统稳定后，系统相对应于其外部扰动的增益小于 $\gamma=0.1$，闭环系统的极点配置在以 -8 为圆心、以1为半径的圆内，闭环系统仿真结果如图2所示，可见系统的响应速度达到了一个较快的水平。

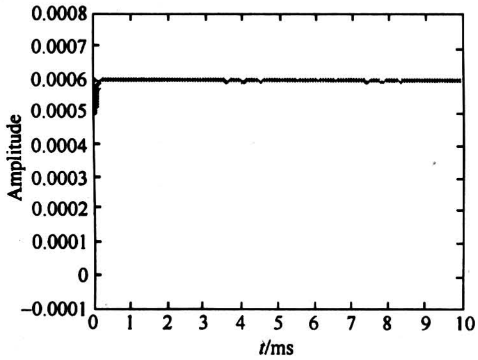

图2　闭环系统响应

Fig.2　Response to closed-loop system

4　结语

利用LMI方法给出了使闭环广义T-S模糊系统既具有 H_∞ 性能、又具有将其极点配置在圆形区域内的动态反馈控制器存在的充分条件，并阐述了由一组LMI的可行解得到动态输出反馈控制器的设计方法。

参考文献

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Trans Systems Man and Cybemetics, 1985, 15(1): 116~132

[2] rosenbrock H H. Structure properties of linear dynamical systems [J]. Int J of Contr, 1974, 20(2): 191~202

[3] Jun Y, Ichikawa A. H_∞ control for Takagi-Sugeno fuzzy descriptor system [A]. Proc of IEEE Int Conf Syst, Man and Cyber, IEEE Ⅲ [C]. Japan Tokyo, 1999. 28~33

[4] Taniguchi T K, Tanaka K, Wang H O. Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control [J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2000, 8: 442~452

[5] Gao Z W, Shi X Y. Observer design for TS fuzzy systems with measurement output noises [R]. IFAC World Congress, Prague, 2005

[6] Chilali M, Gahinet P. H_∞ design and pole placement constraints: an LMI approach [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1996, 41(3): 335~346

[7] Zhang G F, Zhang Q L, Zhang J H, Robust circular pole assignment for uncertain continuous descriptor systems [A]. Proceedings of the 3nd Asian Control conference [C]. Shanghai: Jiaotong University Press, 2000. 1022~1027

Output Feedback Control for the Descriptor TS Fuzzy Systems With Pole-placement Constraints

Gao Dan, Cao Yuanyuan

(*School of Electric and Automation Engineering*, *Tianjin University*, *Tianjin*　300072, *China*)

[**Abstract**]　The design of dynamic output-feedback controller is investigated for the descriptor fuzzy TS models. By transforming the design problem into the feasible solution problems to a set of linear matrix inequalities, the properly stabilizing output controllers are obtained. The resulting closed-loop system can be ensured to satisfy certain performance index and locate at the required pole-placement region.

[**Key words**]　singular fuzzy system; dynamic output-feedback; LMI; pole placement