

超环面行星蜗杆传动摩擦理论研究

许立忠, 黄真

(燕山大学机械工程学院, 河北秦皇岛 066004)

[摘要] 文章通过相对运动关系分析, 给出了超环面行星蜗杆传动中共轭运动零件行星轮与定子、行星轮与蜗杆之间相对滑动率的计算方法, 得出了凸峰接触时行星轮与定子及蜗杆之间摩擦系数的计算公式; 以弹流润滑理论为基础, 给出了液体润滑时行星轮与定子及蜗杆之间齿面摩擦系数的计算公式; 进而给出了混合摩擦状态下行星轮与定子及蜗杆之间摩擦系数的计算公式。然后, 运用上述公式讨论了液体润滑时行星轮与定子及蜗杆之间齿面摩擦系数的相对大小及其随传动参数的变化规律; 给出了行星轮与定子全部为凸峰接触时摩擦系数随传动参数的变化规律; 讨论了混合摩擦状态下, 行星轮与定子之间摩擦系数随膜厚比的变化规律。

[关键词] 超环面行星蜗杆传动; 摩擦系数; 滑动率

[中图分类号] TH132.4 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2002)03-0063-05

1 引言

超环面行星蜗杆传动将滚动接触技术与行星蜗杆传动技术融为一体, 而兼有两者的优势, 具有传动比大、噪声小、效率高和承载能力大等优点, 在传递相同功率时其机构质量最轻, 特别适于航天等技术领域, 是已知机械传动的最佳形式之一^[1]。该传动主要由蜗杆、定子、行星轮和行星架转子四部分组成(见图1), 其中蜗杆是输入件, 行星轮安装于行星架转子上, 由转子实现动力的输出。

该传动由 M.R.Kuehnle 于 1966 年提出^[2]。70 年代末期, M.R.Kuehnle 和前西德亚琛大学 H.Peecken 教授开始共同研究其制造技术, 四年后研制出首台试验样机^[3]。国内从 80 年代末期开始该种传动的研究工作。文献 [4] 研究了该种传动的啮合理论; 文献 [5] 给出一种在滚齿机上加工定子的范成法; 文献 [6] 讨论了该种传动的效率问题。目前国内样机的试验室试验尚未过关, 普遍存在噪声大和行星轮轮齿不正常磨损等问题。该种传动属空间啮合传动, 工作中行星轮的轮齿以超环

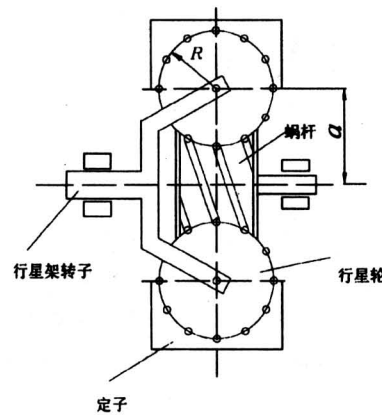


图1 超环面行星蜗杆传动

Fig.1 Toroidal drive

面轨迹运行, 共轭曲面间的运动关系、曲率关系以及受力关系均很复杂, 国内外有关该种传动承载能力方面的研究报道很少。为此, 笔者通过相对运动关系分析, 给出超环面行星蜗杆传动中共轭运动零件行星轮与定子、行星轮与蜗杆之间相对滑动率的计算方法, 得出凸峰接触时行星轮与定子、行星轮

与蜗杆之间摩擦系数的计算公式,并以弹流润滑理论为基础,给出液体润滑时行星轮与定子、行星轮与蜗杆之间齿面摩擦系数的计算公式;进而给出混合摩擦状态下行星轮与定子、行星轮与蜗杆之间摩擦系数的计算公式。然后,运用上述公式讨论了液体润滑时行星轮与定子、行星轮与蜗杆之间齿面摩擦系数的相对大小及其随传动参数的变化规律;给出了行星轮与定子全部为凸峰接触时摩擦系数随传动参数的变化规律;讨论了混合摩擦状态下行星轮与定子之间摩擦系数随膜厚比的变化规律。以上研究工作对该种传动的设计与制造具有指导意义。

2 摩擦系数与膜厚比的关系

设超环面行星蜗杆传动弹流润滑的膜厚比为 λ 。由文献[7]知,当 $\lambda \geq 3$ 时,弹流油膜承受全部载荷; $\lambda = 1$ 时,弹流油膜承受70%的载荷,凸峰承受30%的载荷; $\lambda = 0.4$ 时,凸峰承受全部载荷。因此,可以设超环面行星蜗杆传动啮合副之间的压力分布如下:

$$\begin{aligned} \bar{p}_a(x) &= p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2}, \\ p_1(x) &= 0 \quad (\lambda \leq 0.4), \\ \bar{p}_a(x) &= p_* (3 - \lambda)^m, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} p_1(x) &= (p_0 - p_*) \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2} \quad (0.4 \leq \lambda \leq 3), \\ \bar{p}_a(x) &= 0, \end{aligned}$$

$$p_1(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2}, \quad (\lambda \geq 3)$$

式中 $\bar{p}_a(x)$ —凸峰间压力分布; $p_1(x)$ —流体压力分布; p_0 —最大赫兹压力; b —赫兹接触区半宽; p_* —凸峰间最大压力。

在式(1)中,根据已知 $\lambda = 0.4$ 时 $p_* = p_0$ 和 $\lambda = 1$ 时 $p_* = 0.3p_0$,得 $m = 4.58$, $p_* = p_0/80$ 。传动啮合副之间的摩擦系数 μ 计算如下:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_a \quad (\lambda \leq 0.4) \\ \mu &= \mu_a \frac{p_*}{p_0} + \mu_1 \left(1 - \frac{p_*}{p_0}\right) \quad (0.4 \leq \lambda \leq 3) \quad (2) \\ \mu &= \mu_1 \quad (\lambda \geq 3) \end{aligned}$$

由式(2)可知,如果已知传动啮合副凸峰之间的摩擦系数 μ_a ,液体润滑摩擦系数 μ_1 及弹流膜厚比 λ ,即可确定传动啮合副之间的摩擦系数。

3 凸峰间摩擦系数的计算

行星轮轮齿与定子及蜗杆之间的摩擦属于滚动

与滑动的混合摩擦。设行星轮有微小转角增量 $d\varphi_1$,则行星轮轮齿沿定子圆周方向的移动弧长增量 dl_t 可按式(3)计算:

$$dl_t = i_{01}^H R \left(\frac{a}{R} + \cos\varphi_1 \right) d\varphi_1, \quad (3)$$

式中 a —中心距; R —行星轮计算圆半径; i_{01}^H —与行星架转子固联坐标系下行星轮与定子之间的传动比; φ_1 —行星轮转角。

对式(3)进行积分,得行星轮转动1周时其轮齿沿定子圆周方向的移动弧长 l_t 为:

$$l_t = \int_{-\frac{\varphi_v}{2}}^{\frac{\varphi_v}{2}} i_{01}^H R \left(\frac{a}{R} + \cos\varphi_1 \right) d\varphi_1 = i_{01}^H R \varphi_v \left[\frac{a}{R} - \frac{\sin \frac{\varphi_v}{2}}{\frac{\varphi_v}{2}} \right] \quad (4)$$

式中 φ_v —定子包围行星轮包角。

于是行星轮轮齿沿定子螺旋线方向移动总弧长 l_a 可按式(5)近似计算:

$$l_a = \varphi_v R \sqrt{1 + (i_{01}^H)^2 \left[\frac{a}{R} - \frac{\sin \frac{\varphi_v}{2}}{\frac{\varphi_v}{2}} \right]^2} \quad (5)$$

由式(3)得行星轮轮齿沿定子圆周方向移动速度变化率为:

$$\frac{d^2 l_t}{d\varphi_1^2} = -i_{01}^H R \sin\varphi_1. \quad (6)$$

对式(6)进行积分,得行星轮转动1周时其轮齿沿螺旋线滑动弧长 l_s 的计算公式:

$$l_s = 2 \int_0^{\frac{\varphi_v}{2}} (-i_{01}^H R \sin\varphi_1) d\varphi_1 = 2i_{01}^H R \left(1 - \cos \frac{\varphi_v}{2}\right) \quad (7)$$

由公式(5)和(7)可得行星轮与定子啮合时定子齿面平均滑动率 λ_0 的计算公式:

$$\lambda_0 = \frac{l_s}{l_a} = \frac{2i_{01}^H \left(1 - \cos \frac{\varphi_v}{2}\right)}{\varphi_v \sqrt{1 + (i_{01}^H)^2 \left[\frac{a}{R} - \frac{\sin \frac{\varphi_v}{2}}{\frac{\varphi_v}{2}} \right]^2}} \quad (8)$$

同理得行星轮与蜗杆啮合时蜗杆齿面平均滑动率 λ_2 的计算公式为:

$$\lambda_2 = \frac{l'_s}{l'_a} = \frac{2i_{21}^H \left(1 - \cos \frac{\varphi'_v}{2}\right)}{\sqrt{\varphi'_v \left[1 + (i_{21}^H)^2 \left(\frac{a}{R} - \frac{\sin \frac{\varphi'_v}{2}}{\frac{\varphi'_v}{2}}\right)^2\right]}} \quad (9)$$

式中 i_{21}^H —与行星架转子固联坐标系下行星轮与蜗杆之间的传动比； φ'_v —蜗杆包围行星轮包角。

设行星轮轮齿与定子之间法向力为 F_{ni} ，滚动摩擦系数为 μ_g ，滑动摩擦系数为 μ_s ， $d\theta$ 和 dl 分别表示行星轮轮齿的微小转角和微小滑动位移，则摩擦功 dW 按式 (10) 计算：

$$dW = F_{ni}\mu_g d\theta + F_{ni}\mu_s dl \quad (10)$$

对式 (10) 进行积分，得行星轮转动 1 周时行星轮轮齿与定子之间的摩擦功 W 为：

$$W = \mu_a F_{ni} l_a = \int_0^{l_s} F_{ni}\mu_s dl + \int_0^{\theta} \mu_g F_{ni} d\theta = \mu_s F_{ni} l_s + \mu_g F_{ni} \frac{l_g}{r} \quad (11)$$

式中 l_g —滚动弧长， $l_g = l_a - l_s$ ； r —行星轮轮齿滚动半径。

由式 (11) 可得行星轮与定子之间的摩擦系数 μ_{a01} 为：

$$\mu_{a01} = \mu_s \lambda_0 + \mu_g \frac{1}{r} (1 - \lambda_0) \quad (12)$$

同理可得行星轮轮齿与蜗杆之间滚滑摩擦系数 μ_{a21} 为：

$$\mu_{a21} = \mu_s \lambda_2 + \mu_g \frac{1}{r} (1 - \lambda_2) \quad (13)$$

4 液体润滑摩擦系数的计算

当啮合副之间实现液体动压润滑时，啮合副之间液体的摩擦力也为滚动摩擦力与滑动摩擦力之和。然而据有关文献报道，当滑动超过百分之几米每秒时，滑动摩擦力就占据主导地位，滚动摩擦力可以略去。而超环面行星蜗杆传动中行星轮与定子啮合时其相对滑动速度均远超过百分之几米每秒的量级；行星轮与蜗杆啮合时，其相对滑动速度则更大，此时啮合副间液体的摩擦力 F 近似等于其间液体的滑动摩擦力 F_s ，计算公式为：

$$F \approx F_s = \int_{-b}^b \tau(y=0, \text{或 } y=h) dx \quad (14)$$

式中 τ —液体剪切应力。

$$\text{取 } \tau = \eta (u_2 - u_1) / H_{\min}, \quad \eta = \eta_0 e^{\alpha p}$$

$p = p_0 \sqrt{1 - (x/b)^2} \approx p_0 (1 - x^2/b^2)$ ，代入式 (14) 得：

$$F = \frac{b(u_2 - u_1)}{H_{\min}} \eta_0 e^{\alpha p_0} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha p_0}} \quad (15)$$

由于油膜承受载荷 $P = \pi p_0 b / 2$ ，液体润滑时啮合副之间的摩擦系数 μ_1 可以表示为：

$$\mu_1 = \frac{F}{P} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \bar{u} \eta_0 \frac{e^{\alpha p_0}}{p_0 H_{\min} \sqrt{\alpha p_0}} \frac{\Delta u}{\bar{u}} \quad (16)$$

式中 $\bar{u} = (u_1 + u_2) / 2$ ； $\Delta u = (u_1 - u_2) / 2$ ； u_1 —行星轮齿面运动速度； u_2 —定子或蜗杆齿面运动速度； H_{\min} —最小油膜厚度。

根据极限剪切流体模型可知，当流体剪应力 τ 小于极限剪切应力 τ_c 时，流体剪应力 τ 与剪应变速率 $(u_2 - u_1) / H_{\min}$ 成正比；当流体剪应力 τ 大于、等于极限剪切应力 τ_c 时， $\tau = \tau_c$ 。用滑动率代换公式 (16) 中的 $\Delta u / \bar{u}$ ，则液体润滑时啮合副之间的摩擦系数 μ_1 转化计算公式为：

$$\mu_1 = \frac{F}{P} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \bar{u} \eta_0 \frac{e^{\alpha p_0}}{p_0 H_{\min} \sqrt{\alpha p_0}} \lambda_{0.2} \quad (\tau \leq \tau_c) \quad (17)$$

$$\mu_1 = \frac{F}{P} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \bar{u} \eta_0 \frac{e^{\alpha p_0}}{p_0 H_{\min} \sqrt{\alpha p_0}} \lambda_c \quad (\tau \geq \tau_c)$$

式中 λ_c —当 $\tau = \tau_c$ 时啮合面之间的滑动率。

5 结果分析

5.1 超环面行星蜗杆传动啮合副的滑动率分析

为弄清行星轮轮齿与定子及蜗杆啮合副之间的滑动率分布情况，笔者在常用参数范围内进行了分析计算，结果如下：

1) λ_0 与 a/R 的关系 ($i_{01}^H = 0.25$, $\varphi_v = 180^\circ$)

a/R	1.5	1.8	2.1	2.4
λ_0	0.155 6	0.152 8	0.149 5	0.145 6

2) λ_0 与 i_{01}^H 的关系 ($a/R = 2$, $\varphi_v = 180^\circ$)

i_{01}^H	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45
λ_0	0.031	0.094	0.150 6	0.201 1	0.244 2

3) λ_0 与 φ_v 的关系 ($a/R = 2$, $i_{01}^H = 0.25$)

$\varphi_v / (^\circ)$	140	160	180	200
λ_0	0.128 7	0.140 8	0.150 6	0.158 2

4) λ_2 与 a/R 的关系 ($i_{21}^H = 8$, $\varphi'_v = 90^\circ$)

a/R	1.5	1.8	2.1	2.4
λ_2	0.604	0.410	0.310	0.250

5) λ_2 与 i_{21}^H 的关系 ($a/R=2, \varphi'_v=90^\circ$)

i_{21}^H	4	6	8	10	12
λ_2	0.331	0.335	0.337	0.338	0.338

6) λ_2 与 φ'_v 的关系 ($a/R=2, i_{21}^H=8$)

$\varphi'_v / (^\circ)$	90	100	110	120
λ_2	0.337	0.363	0.385	0.405

以上 1) ~ 3) 为行星轮与定子之间的滑动率随传动参数的变化情况; 4) ~ 6) 为行星轮与蜗杆之间的滑动率随传动参数的变化情况。可以看

出, 行星轮与蜗杆之间的滑动率远大于行星轮与定子之间的滑动率; 而且行星轮与定子之间的滑动率也在 0.02 以上, 流体剪应力均达到了极限剪应力, 极限应变率一般发生于 $\Delta u/\bar{u} = 0.02$ 左右。所以液体润滑时超环面行星蜗杆传动啮合副之间的摩擦系数 μ_1 可用公式 (17) 中的第二式进行计算。

5.2 摩擦系数随润滑状态及传动参数的变化规律

当行星轮与蜗杆、行星轮与定子之间均在液体润滑状态时, 摩擦系数即等于液体润滑时的摩擦系数 μ_1 , μ_1 随传动参数的变化规律如图 2 所示。由图 2 可知:

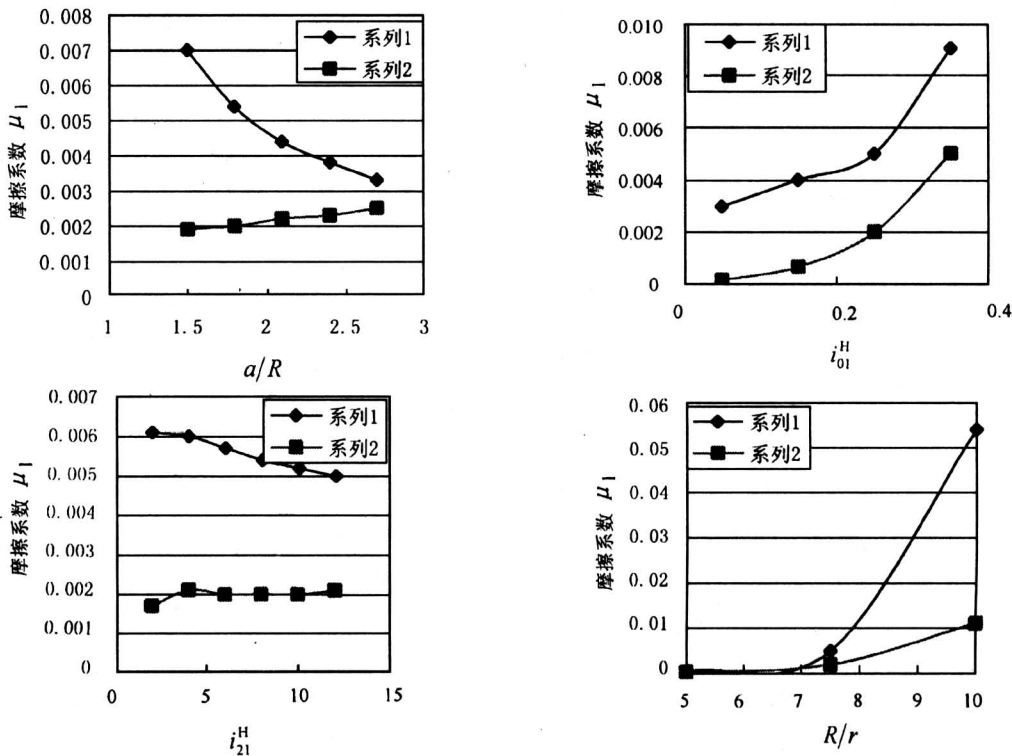


图 2 摩擦系数 μ_1 随传动参数的变化规律

Fig.2 Dependence of friction coefficient μ_1 on parameters of the drive

曲线 1—行星轮与定子; 曲线 2—行星轮与蜗杆

1) 随参数 a/R 增大, 行星轮与定子之间摩擦系数大幅度减小, 而行星轮与蜗杆之间的摩擦系数略有增加; 行星轮与定子之间的摩擦系数大于行星轮与蜗杆之间的摩擦系数, 随参数 a/R 增大, 两者数值逐渐接近。

2) 随参数 i_{01}^H 增大, 行星轮与定子之间摩擦系数及行星轮与蜗杆之间摩擦系数均大幅度增大。

3) 随参数 i_{21}^H 增大, 行星轮与定子之间的摩擦系数略有减小, 而行星轮与蜗杆之间的摩擦系数略有增加。

4) 随参数 R/r 增大, 行星轮与定子之间摩擦系数及行星轮与蜗杆之间摩擦系数均大幅度增大。

由弹流理论分析^[8]: 超环面行星蜗杆传动中行星轮与蜗杆啮合时 λ 值一般均大于 3, 处于流

体润滑状态；而行星轮与定子啮合时 λ 值相对小得多，行星轮与定子处于何种润滑状态取决于传动参数的选择。当 $\lambda \leq 0.4$ 时，行星轮与定子之间凸峰承受全部载荷，行星轮与定子凸峰之间摩擦系数 μ_a 随传动参数的变化规律见图 3。由图 3 可知：

- 1) 随参数 a/R 增大，行星轮与定子之间的摩擦系数略有减小。
- 2) 随参数 i_{01}^H 增大，行星轮与定子之间的摩擦系数大幅度增大。

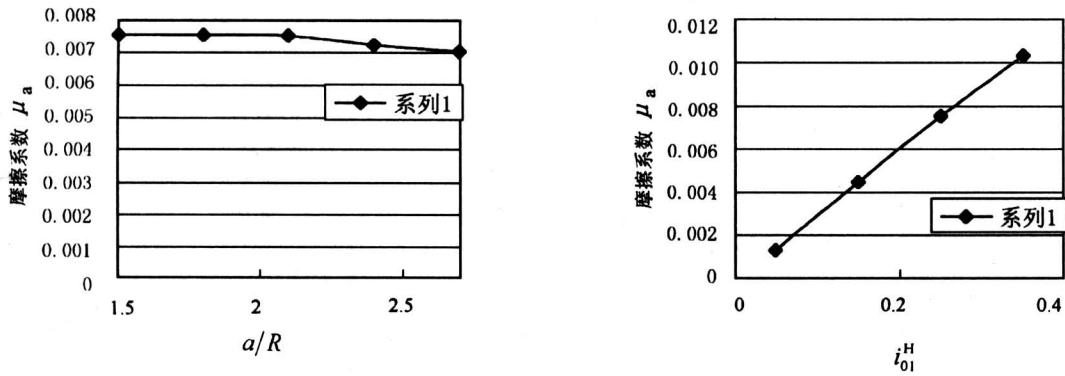


图 3 摩擦系数 μ_a 随传动参数的变化规律

Fig.3 Dependence of friction coefficient μ_a on parameters of the drive

当 $0.4 \leq \lambda \leq 3$ 时，载荷由凸峰和油膜共同承受，行星轮与定子之间的摩擦系数应由公式 (2) 来确定。此种状态下行星轮与定子之间的摩擦系数随膜厚比 λ 的变化规律如图 4 所示。由图 4 可知：当 $\lambda = 0.4$ 时，行星轮与定子之间的摩擦系数等于凸峰间摩擦系数；随 λ 值增大，行星轮与定子之间的摩擦系数迅速减小，在 $\lambda = 1.5$ 附近达到最小值；随后又随 λ 值增大而逐渐增大，并向油膜摩擦系数随 λ 值的变化规律逼近；当 $\lambda = 3$ 时，行星轮与定子之间的摩擦系数等于油膜内部摩擦系数。由此可见，当 $\lambda \geq 1.5$ 时，计算行星轮与定子之间的

摩擦系数可以不考虑凸峰间摩擦的影响。

参考文献

- [1] 许立忠, 杨育林, 黄真. 超环面行星蜗杆传动研究综述[J]. 中国工程科学, 2000, 2(6): 84~88
- [2] Kuehnle M R, Toroidgetriebe[P]. Urkunde über die Erteilung des deutschen Patents, 1966. 1301682
- [3] Kuehnle M R, Peeken H, Troeder C, et al. The toroidal drive[J]. Mechanical Engineering, 1981, 32(2): 32~39
- [4] 杨传民, 祝毓虎. 螺环传动啮合理论(一)[J]. 机械设计, 1988, (5): 44~48
- [5] 姚立刚, 徐晓俊, 李华敏, 等. 包络法加工超环面行星蜗杆传动定子的研究[J]. 机械传动, 1996, 20(3): 24~26
- [6] 杨传民. 螺环传动装置的效率[J]. 机械设计, 1997, (2): 35~38
- [7] 温诗铸. 摩擦学原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990
- [8] 许立忠. 超环面行星蜗杆传动研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 1999

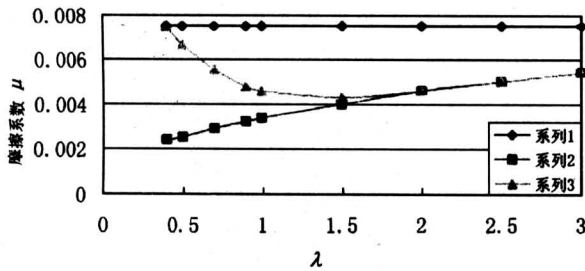


图 4 摩擦系数 μ 随 λ 变化规律

Fig.4 Dependence of friction coefficient μ on λ
 曲线 1—凸峰接触；曲线 2—液体润滑；曲线 3—混合润滑

(下转第 77 页)

Analysis of Influencing Factors on Transmission Ratio in Magnetic Metal Belt Transmission

Luo Shanming^{1,2}, Miao Xiexing²

(1. *Institute of Modern Design and Manufacturing Engineering,*

Xiangtan Polytechnic University, Xiangtan, Hunan 411201, China;

2. China University of Mining & Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008, China)

[**Abstract**] Magnetic metal belt transmission is a new one in which the initial tension no longer solely, but together with the magnetic attraction force produces the friction force. The influencing factors on transmission ratio are analyzed and numerically simulated in this paper, such as effective haulage force, initial tension, magnetic induction intensity, center distance, diameter of the smaller belt pulley and angle of contact. The change laws of transmission ratio along with these influencing factors are studied. The results show that the transmission ratio of magnetic metal belt transmission increases when magnetic induction density, initial tension and center distance increases, and decrease when angle of contact and diameter of the smaller belt pulley increases. It is pointed out that the angle of contact and diameter of the smaller belt pulley can be reduced accordingly because of the effect of magnetic force, and therefore the transmission ratio can increase by 3~4 times compared with general belt transmission.

[**Key words**] belt transmission; magnetism; metal belt; transmission ratio

(cont. from p. 67)

Friction Theory for Toroidal Drive

Xu Lizhong, Huang Zhen

(*Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China*)

[**Abstract**] In this paper, by analyzing the relationship between relative motions of the toroidal drive, the method for calculation of the sliding factors between the planet and stator or worm is given. Based on above-mentioned results, formulae of the friction coefficient between the planet and stator or worm under profile peak contact are presented. Based on EHL theory, formulae of the friction coefficient between the planet and stator or worm under hydrodynamic lubrication are introduced. Then, formulae of the friction coefficient between the planet and stator or worm under mixed friction are also introduced. Finally, by making use of the above-mentioned formulae, the friction coefficients between the planet and stator or worm under hydrodynamic lubrication are compared, and the dependences of them on parameters are discussed. Dependences of the friction coefficient between the planet and stator on the parameters under profile peak contact are given. And dependences of the friction coefficient between the planet and stator on the ratio of the film thickness to roughness under mixed friction are also discussed. These results are useful for manufacture and design of the drive.

[**Key words**] toroidal drive; friction coefficient; sliding factor