

几率波与量子效应的扭率问题

欧阳首承, 李智兰, 袁东升

(成都信息工程学院, 成都 610041)

[摘要] 按曲率空间的扭率, 对含有三阶非线性变量导数的 Schrödinger 变形等价方程进行了数值分析, 发现几率波的几率性原来是扭率的疏密流在特定条件下的准规则流, 并为势场强度和粒子体元密度的相互作用与量子扭率效应项综合作用的结果; 纯量子效应作用为非规则流。

[关键词] 扭率; 几率; 量子效应; 非线性不稳定; 曲率空间

[中图分类号] O41 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2005)06-0001-06

1 引言

流水、云系扭转的变化现象可以在河流、卫星云图上见到, 其中既有弯曲的曲率也有曲率的变化。因为曲率是数学的二阶导数, 曲率的变化涉及三阶导数, 而三阶导数又与切应力相联系, 遂按数量化习惯将其命名为扭率 (torsion 或 spin)。现在的著名数理方程中, 多数都是二阶导数以下的方程式, 所幸的是薛定谔 (Schrödinger) 的变形方程含有三阶非线性变量导数^[1], 但也没有说明三阶导数、量子效应的具体含义。为此, 笔者以此方程为例, 按数量不稳定进行数值试验。应说明的是, 按传统的数理方程的适定性理论, 数量的非线性增长是被适定性限定的, 即使解满足存在、唯一性, 也得遵循稳定性。但非线性方程可因非小数非一次积的爆发性增长, 不满足适定性理论或初值存在性定理, 致使非线性方程的求解被歪曲了。为了体现扭率的转换性, 及欧氏空间的数量无穷大 (∞) 是曲率空间的转折性变化^[1], 按不限定数量增长的做法^[2], 并以转折函数的结构空间突出其非规则性变化, 分析其演化的结构形态。

科学史上几率波概念即使按现行数量分析体系

也存在观念的分歧。将几率波的几率性 (实质上是数量的非规则性) 演绎为不确定认识观, 认为量子力学的概率性对牛顿体系提出了挑战, 并发展到 20 世纪 80 年代, 兴起了概率宇宙的认识观。由于爱因斯坦曾指出过几率波的概率性标志了量子力学的不完备性, 而被后来学术界认为爱因斯坦没有给偶然性 (上帝玩儿骰子) 留有空间, 并被列为反对不确定性的老顽固之一。

鉴于学术界的上述分歧, 研究工作按 3 种情况进行了数值试验: 量子效应作用的结果; 势场强度与量子效应的综合作用; 调整体元密度和势场强度的数值试验。

应该说明, 薛定谔讨论几率波时, 是仿照牛顿体系的物、力分离形式将对应的体元密度取为常数, 所以有量子力学之称。若体元密度不为常数, 则为非线性问题。为此, 笔者先按照薛定谔的做法来揭示几率波的物理实质; 其次调整了体元密度和势场强度, 而分析了其相应的结构性质。

2 基本方程

2.1 薛定谔的原方程

1926 年薛定谔在德布罗意 (De Broglie) 关系

[收稿日期] 2004-06-03; 修回日期 2004-08-02

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (60172013)

[作者简介] 欧阳首承 (1939-), 男, 广东番禺市人, 成都信息工程学院教授

式态叠加原理的基础上,对微观粒子运动提出了波函数 ψ 的方程式,称为薛定谔方程。它的原方程式为

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U \right) \psi \quad (1)$$

式中 $\hbar = h/2\pi$, $h = 6.626 \times 10^{-34}$ 是普朗克 (Planck) 常数, ψ 是波函数, m 为粒子的体元质量, U 为势场强度, ∇^2 表示拉普拉斯算符。

2.2 薛定谔的变形等价方程

为了分析 ψ 的含义采用了波函数的模与相角分开处理,得出了式 (1) 的逆演方程式^[1,3],即薛定谔方程的变形等价方程

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \nabla \left(\frac{1}{\rho} U \right) + \hbar^2 \nabla \left[\frac{1}{2\rho^2} \left(\frac{\nabla^2 P^{1/2}}{P^{1/2}} \right) \right] \quad (2)$$

式中 \mathbf{v} 是矢量, ρ 单位粒子体元密度, U 是势场强度, P 是几率密度。

式 (2) 中右端第一项

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho} U \right) = \left(\frac{1}{\rho} \right) \nabla U + U \nabla \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (3)$$

表示势场强度与粒子的体元密度的相互作用的力管项,若 $\rho = \text{const}$,则为势场的推动。

式 (2) 右端第二项

$$\hbar^2 \nabla \left[\frac{1}{2\rho^2} \left(\frac{\nabla^2 P^{1/2}}{P^{1/2}} \right) \right] = \hbar^2 \left[\frac{1}{2\rho^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 P^{1/2}}{P^{1/2}} \right) + \frac{\nabla^2 P^{1/2}}{P^{1/2}} \nabla \left(\frac{1}{2\rho^2} \right) \right] \quad (4)$$

表示量子效应,即体元密度与几率密度共同作用的扭率量子效应项。

2.3 薛定谔的变形等价方程的差分方程

笔者应用了直接差分方法对式 (2) 在 $u-v$ 空间进行二维差分。其差分方程如下:

$$\begin{aligned} u_{(n+1)} &= u_{(n)} + \left(-u_{(n)} \frac{\partial u}{\partial x} - v_{(n)} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{U}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \hbar^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2\rho^2} \frac{\nabla^2 P^{1/2}(x)}{P^{1/2}(x)} \right] \right) \Delta t, \\ v_{(n+1)} &= v_{(n)} + \left(-u_{(n)} \frac{\partial v}{\partial x} - v_{(n)} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{U}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \hbar^2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2\rho^2} \frac{\nabla^2 P^{1/2}(y)}{P^{1/2}(y)} \right] \right) \Delta t \quad (5) \end{aligned}$$

应说明,鉴于研究工作是针对非线性变量,故取几率密度 P 为非线性函数,其表达式为

$$\begin{aligned} P^{1/2}(x) &= \sin(x^4), \\ P^{1/2}(y) &= \sin(y^4) \quad (6) \end{aligned}$$

取物理量的空间分布为谐波形式^[4],即取

$\partial u/\partial x = \sin u$, $\partial u/\partial y = \cos u$; $\partial w/\partial x = \sin w$, $\partial w/\partial y = \cos w$; $\partial \rho/\partial x = \sin \rho$, $\partial \rho/\partial y = \cos \rho$; $\partial U/\partial x = \sin U$, $\partial U/\partial y = \cos U$ 代入式 (5), 得出将要讨论的流、波相互作用的非线性差分方程:

$$\begin{aligned} u_{(n+1)} &= u_{(n)} + \left(-u_{(n)} \sin(u_{(n)}) - v_{(n)} \cos(u_{(n)}) + \frac{\hbar^2}{\rho^2} (12x \cot(x^4) - 24x^5 (\csc(x^4))^2 - 48x^5) - \frac{\hbar^2}{\rho^3} (12x^2 \cot(x^4) - 16x^6) \sin(\rho) \right) \Delta t, \\ v_{(n+1)} &= v_{(n)} + \left(-u_{(n)} \sin(v_{(n)}) - v_{(n)} \cos(v_{(n)}) + \frac{\hbar^2}{\rho^2} (12y \cot(y^4) - 24y^5 (\csc(y^4))^2 - 48y^5) - \frac{\hbar^2}{\rho^3} (12y^2 \cot(y^4) - 16y^6) \sin(\rho) \right) \Delta t \quad (7) \end{aligned}$$

这样设置几率密度 P 的目的除了对称性以外,还考虑到了三阶导数的物理概念,即数学上的三阶导数体现了物理学上的切应力,或者称为曲率的变化,即扭率(或旋率)。

应说明,式 (2) 左端及右端第一项其形式上雷同于流体运动的非线性方程。按流体运动的非线性方程的流、波相互作用及旋流转换等物理性质^[4],并波的运动形式仅仅是这一方程的连续条件下的局部的、有限的特殊情况。为此,左端的第二项考虑为微观的流、波相互作用,即速度的空间分布作为波,而 \mathbf{v} 本身作为流^[1]。即使如此,流、波相互作用作为一个科学问题,也是传统波动体系没有解决的问题。但流、波相互作用中的波动,最后也将消失在旋流中^[2],并在实际或实验中都可见到。

工作的目的是研究非线性三阶导数的扭率问题,涉及了薛定谔方程,相应的几率密度 P 为式 (6) 形式的确定性函数。作为流体问题,无论是流体转盘实验还是河流或卫星云图都已呈现了涡旋的曲率及其变化的扭转率现象,与基本粒子的碰撞或地震、气象的灾害是有直接关系的重要问题。笔者以薛定谔方程为例,正是由于其变形方程涉及到三阶导数问题,无疑对物质运动的认识所涉及的广度和深度都是有意义的。

3 数值试验

考虑到讨论的方便性和层次性,按照如下两种情况进行讨论:

1) 量子效应的作用

a. 初始值绝对值比较小为正, 条件值绝对值比较小为负, 取 $u(1)=2, v(1)=3, \rho=0.000\ 002, x=-1, y=-2$ 时步 $n=50\ 000$;

b. 初始值绝对值较大为正, 条件值较小为负, 取 $u(1)=20, v(1)=30, \rho=0.000\ 002, x=-1, y=-2, n=500\ 00$ 。

2) 势场强度的推动与量子效应的综合作用

a. 初始值绝对值较大为负, 条件值绝对值较大为正, 取 $u(1)=-20, v(1)=-30, \rho=0.000\ 002, U=100, x=50, y=20, n=50\ 000$;

b. 初始值绝对值较小为负, 条件值绝对值较大为负, 取 $u(1)=-2, v(1)=-3, \rho=0.000\ 002, U=-100, x=-50, y=-20, n=50\ 000$;

c. 初始值、条件值绝对值均较小, 且均为负, 取 $u(1)=-2, v(1)=-3, \rho=0.000\ 002, U=-1, x=-1, y=-2, n=25\ 000$;

e. 初始值、条件值绝对值均较小, 且均为正;

f. 改变体元密度的数值试验, 取 $u(1)=2, v(1)=3, \rho=0.000\ 002, U=1, x=1, y=2, n=25\ 000$ 。

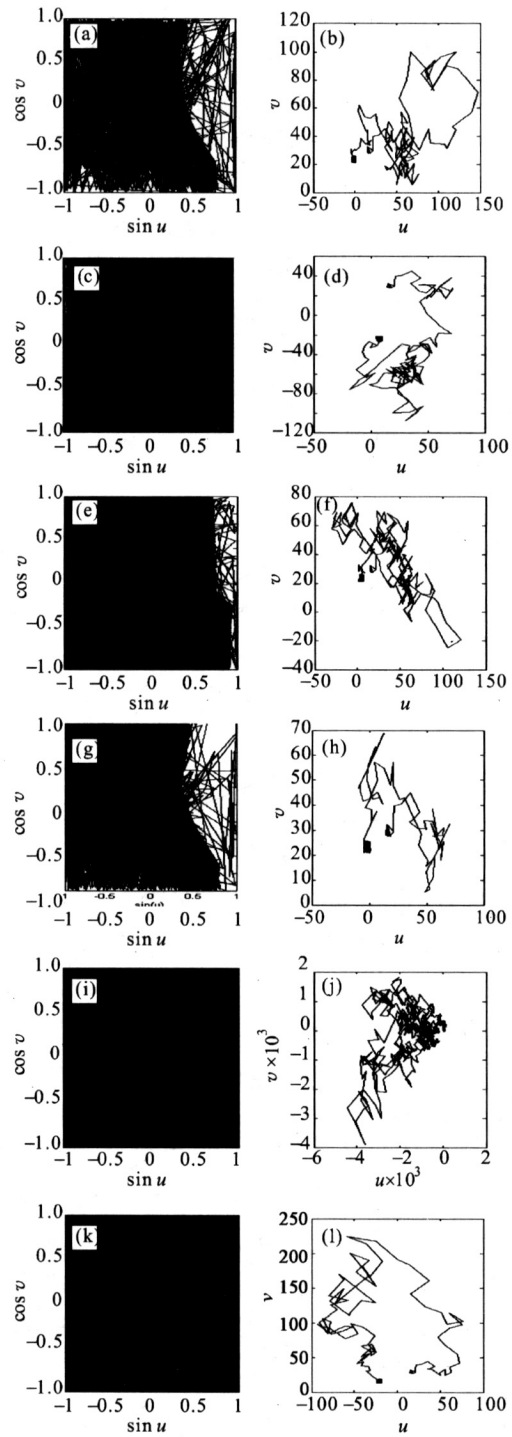
另说明, 作为通用性, 采用无量纲计算; 并实际计算为 16 种, 限于篇幅, 仅列 6 例主要图例。

3.1 量子效应作用的数值试验

3.1.1 初始值绝对值比较小为正, 条件值绝对值比较小为负 此试验可以显示大数小量差的病态数量计算 (Chaos), 和如何走向数量不稳定的过程 (图略)。

3.1.2 初始值绝对值较大为正, 条件值较小为负 初始值绝对值较大为正, 条件值较小为负的情况更加表明了不稳定的扭转现象。

当 $\Delta t=0.154\ 968\ 981\ 2$ 时, 由图 1b 中可以看到, 当线条走出 (Chaos) 并密集于正值区时, 仅仅出现老化而不会死亡, 即表现为图 1a 中右侧并未完全涂黑; 当时步 $\Delta t=0.154\ 968\ 982\ 2$ 时, 由图 1d 中可以看到, 当不稳定密集于 v 轴的负值区时, 则走向死亡, 在对应的图 1c 中可以看到图已经完全涂黑 (死亡) 了; 当时步增大到 $\Delta t=0.154\ 968\ 982\ 3$ 时, 由图 1f 中可见线条密集转向正值区, 而在图 1e 中右侧上方出现了线条稀疏区 (再生区); 当时步 $\Delta t=0.154\ 968\ 983\ 3$ 时, 由图 1h 中可看到线条走出 (Chaos) 后完全密集于正



初始值绝对值较大为正, 条件值较小为负

图 1 量子效应的相空间图

Fig.1 Phase chart of quantum effect

值区, 图 1e 中稀疏处在图 1g 中又扩大而不会死亡及当时步 $\Delta t=0.154\ 968\ 984\ 3$ 时, 与 $\Delta t=0.154\ 968\ 981\ 2$ 时相似, 线条走出 (Chaos) 密集正值区, 函数相空间图仅出现老化而不会死亡, 如

图 1e 和图 1g 所示；但当 $\Delta t = 0.154\ 968\ 984\ 648$ 或 $\Delta t = 0.154\ 968\ 984\ 649$ 时，线条密集于正值区，对应的图 1i 和图 1k 已完全涂黑（死亡）。

必须说明，量子效应作用的计算中都有此类特征，并值得注意的是，该试验显示了量子效应的扭率作用为扭转的非规则流。此外，相空间图中准 $(0, 0)$ 区的小黑块，即是所谓的大数小量差的“Chaos”。必须明确，非规则流不能理解为概率性（或称几率性），而是源于非线性函数三阶导数形式的扭率作用的扭动性，所以非规则流的产生是有原因的。显然，有原因的事件不能被称为是随机的。

3.2 势场强度的推动与量子效应的综合作用

按照薛定谔的方式，单位体元密度 ρ 取为常数，即式 (2) 右端第一项为势场强度梯度的推动力。如果单位体元密度不为常数，则必须给出单位体元密度 ρ 的函数形式，这样就涉及了式 (2) 是不闭合的。针对式 (1)，即薛定谔方程几率波的实质，可将体元密度取为常数，并分析其与量子效应作用项的综合作用的效果。

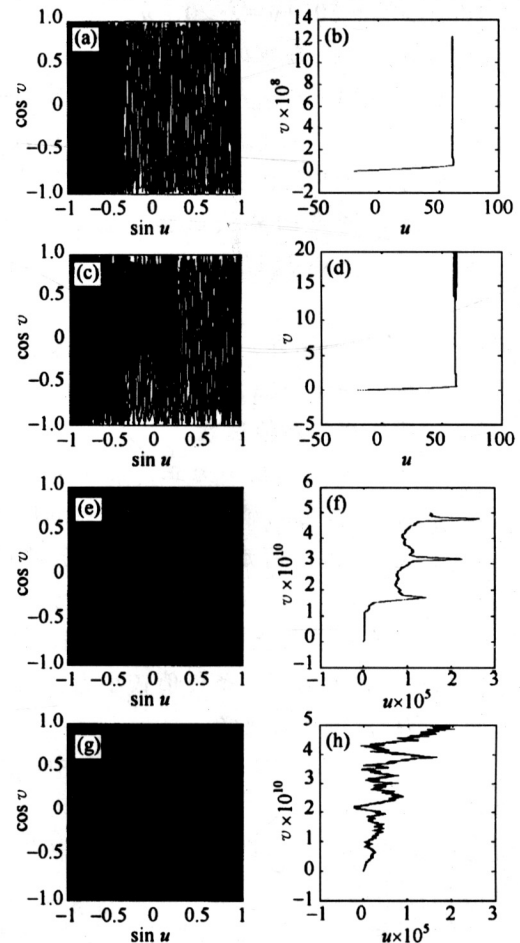
3.2.1 初始值绝对值较大为负，条件值绝对值较大为正 在此情况之下，由于时步 Δt 比较小，其相应的积分值也不大。当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 001$ 时，其计算值很快走向准 $(0, 0)$ 区，呈直线型跌落。对应的图 2a 中并未完全涂黑（未死亡）；当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 001\ 6$ 时，其计算结果在图中的表现基本类似于图 2a 和图 2b，只是此时计算值的初始部分比图 2b 中增大了；当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 006$ 时，新的情况出现了，在图 2f 中出现了类似于几率波的准规则疏密流，相应的图 2e 已经完全涂黑（走向死亡）；时步增大至当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 04$ 时，尽管相空间图 2h 还是表现为类似几率波的准非规则疏密流，但此准非规则与图 2f 相比有所加密，并已趋向非规则了。实际上计算到 $n = 25\ 000$ 步时，它已经完全涂黑（死亡）了（计算中计算步长考虑到尽可能的体现不同情况的统一性，计算步数仍取为 $n = 50\ 000$ ）。从而发现了，是非规则流导致的不稳定而加快了死亡速度。

3.2.2 初始值绝对值较小为负，条件值绝对值较大为负 此种情况之下，当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 001\ 6$ 时，相当于反向的图 2d，对应的图 3a 也是相反的；当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 004$ 时，图 3d 出现了类似于几率波的准规则疏密流，类似的图 3c 也因为不稳定而涂黑；当 $\Delta t = 0.000\ 000\ 01$ 时，图 3f 出现了

加密变形并趋向非规则流，对应的图 3e 也是完全涂黑（死亡）的；当时步增大至 $\Delta t = 0.000\ 000\ 03$ 时，图 3h 类似于上一种情况的图 2h，且疏密流进一步加密。总的来说，这一种情况与上一种情况相比演化加速了。

3.2.3 初始值、条件值绝对值均比较小，且均为负 此时将总的计算步数减少一半，即 $n = 25\ 000$ 。不难看出，初值参数较弱的情况下，更易出现疏密流图 4b。但显示时步较大时，如 $\Delta t = 0.000\ 001\ 3$ 的图 4h 中仍可以看到疏密流的加密情况出现，其他各图分析类似于图 3。

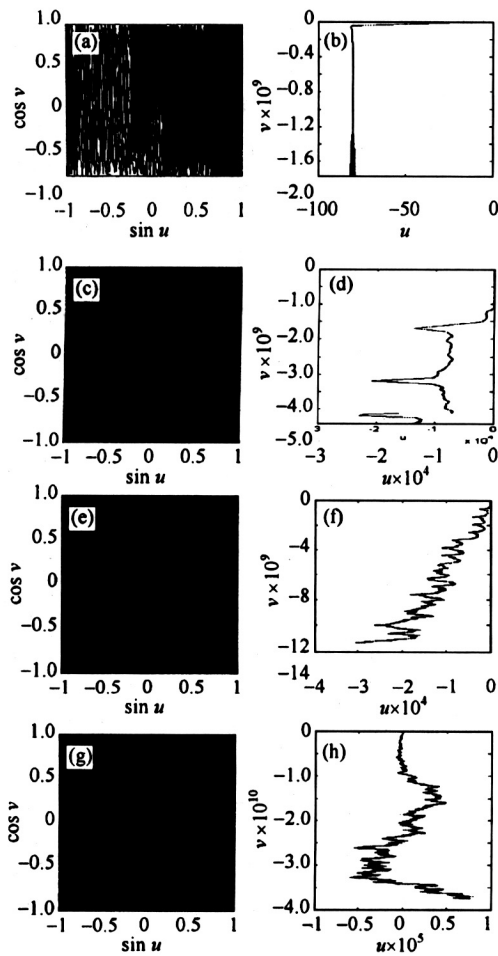
3.2.4 初始值、条件值绝对值均比较小，且均为正 ($n = 25\ 000$) 此种情况当时步较小时，配合初始值、条件值都比较小的情况下，其演化值仅在



初始值绝对值较大为负，条件值绝对值较大为正

图 2 势场推动与量子效应相互作用的几率波相空间图

Fig.2 Phase chart of probability waves for interaction of push potential energy and stir quantum effect

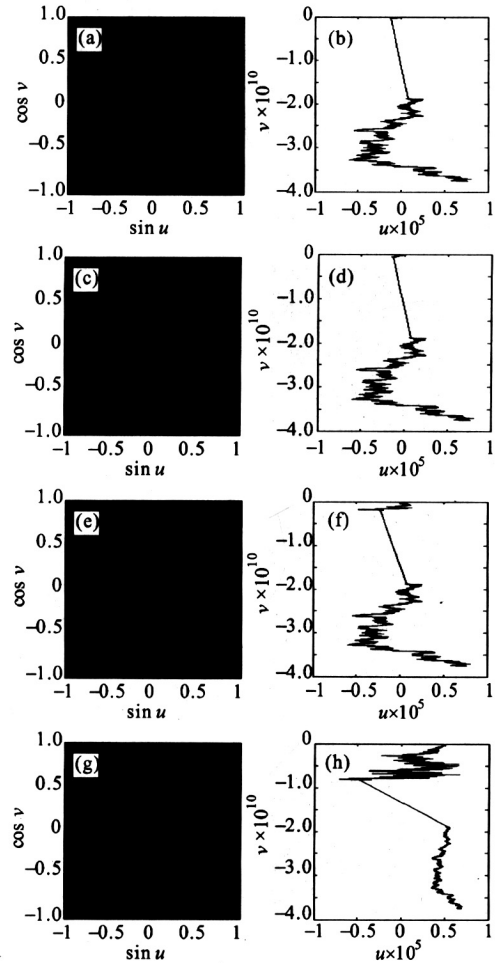


初始值绝对值较小为负，条件值绝对值较大为负

图 3 势场推动与量子效应相互作用的几率波相空间图

Fig.3 Phase chart of probability waves for interaction of push potential energy and stir quantum effect

它的出现是有条件的，不具有普遍性。



初始值、条件值绝对值均比较小，且均为负

图 4 势场推动与量子效应相互作用的几率波相空间图

Fig.4 Phase chart of probability waves for interaction of push potential energy and stir quantum effect

时步较大的情况下才会出现准规则疏密流，时步 Δt 较小的时不会有几率波的形式出现（图略）。

以上对薛定谔变形等价方程的数值试验，总体上表明了所谓的几率波是一定条件的产物，即使以薛定谔的做法——体元密度 ρ 取为常数，也仅在初始值和条件参数值强度较大时，才较易出现几率波。但必须指出，准规则疏密流在某种条件下的形式上类似于波，但其物理实质是量子效应扭动的非规则流配合势场强度推动的相互作用下的准规则疏密流，也可以说几率波的本质是由于势场干涉量子扭率效应所体现的一种运动形式。在这个意义下，几率波的实质是势场与量子效应共同作用下的准规则的疏密流的表现形式，即几率波的实质不是波，

4 改变体元密度的数值试验

鉴于上述分析情况，实验还进行了改变体元密度的数值试验，其结果如下：

当 $u(1) = -20, v(1) = -30, x = 50, y = 20, \Delta t = 0.000\ 000\ 4, n = 500\ 00$ 时，对 ρ 和 U 同时调整，其结果如下：

当 $U = 100, \rho = 0.000\ 000\ 02$ 时，在图 5b 中可以看到其疏密流的准非规则性加强而趋向于非规则流。在对应的函数相空间图 5a 中出现完全的漆黑（死亡）；

当 $U = 1, \rho = 0.000\ 002$ 时，其计算结果与 U

=100, $\rho=0.000\ 000\ 02$ 时类似, ($u-v$) 空间也出现准非规则的疏密流加强, 而趋向非规则流, 相应地在 ($\sin u - \cos v$) 空间中体现为完全的涂黑;

当 $U=100$, $\rho=0.000\ 2$ 时, 则在图 5f 中出现准规则的疏密流而类似于几率波的形式, 在对应的图 5e 中出现完全的涂黑。这也表明了几率波——准规则疏密流是有条件的。

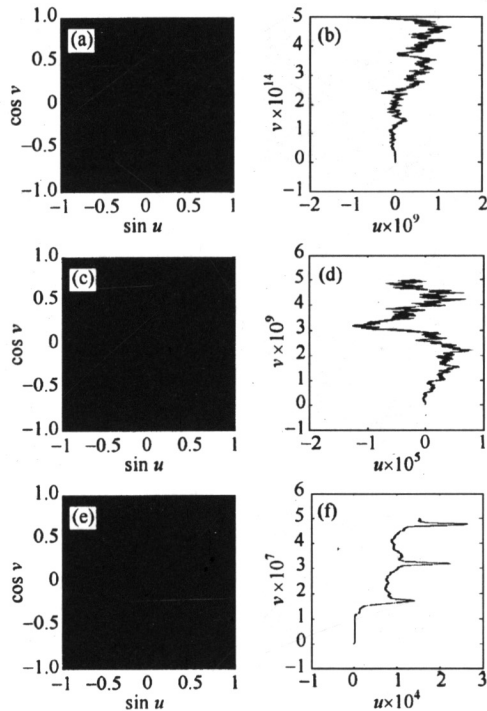


图5 改变体元密度的几率波相空间图

Fig.5 Phase chart of probability waves for the particulate Density to varying degrees

5 讨论

以薛定谔 (Schrodinger) 变形等价方程为例, 讨论了含三阶非线性变量导数的扭率变化的结构特征, 其结果可概括为:

1) 量子效应 (扭率变化) 作用下, 该试验揭示了较普遍的非规则流现象。其中在数值较小的条件下可呈现大数小量差的“病态”计算, 而涉及了“Chaos”学说问题^[3]。此现象也正是准等量的数量算不准问题, 不能作为非线性不稳定的特征。

2) 考虑势场强度的推力作用, 或者称为势场

强度与量子效应的综合 (强推动力与扭动力共同) 作用下, 可出现准规则的疏密流——几率波, 形式上类似于波, 但此“波”的物理实质不是几率性。

3) 改变势场强度和体元密度都可体现为非规则流, 而向量子 (扭动) 效应转化, 特殊条件下可出现形式“波”。但此“波”也不是几率性的。就整个试验表明, 非规则流具有普遍性, 并准规则流——几率波在演化中也要被非规则流淹没或吞噬。由于目前的主要信息是来自物质的原子级效应^[5], 原子的旋转中含有平移和进动 (晃动), 既显示了“波”动的由来, 也说明了“波”动的非普遍性。旋转物质必因方向不一致而导致物质的损伤或破坏, 遂有非规则的必然性。不能因为目前的数量分析体系无法处理, 而将其列为几率的不确定。似乎“上帝不玩骰子”还不能称为“老顽固”! 重要的是, 非线性三阶导数的扭动效是确定, 并揭示了非规则信息的原因及其演化的转折性或初值非自相似性。目前研究地震、气象灾害的数值模式均未涉及三阶导数的扭率作用, 也必然不能模拟出相应的转折性灾害问题。作为数学非线性三阶导数的物理含义, 已不限于微观的量子问题, 并涉及了如何认识非规则性信息。

参考文献

- [1] 欧阳首承, 麦克内尔, 林 益. 走进非规则 [M]. 北京: 气象出版社, 2002
- [2] OuYang S C, Lin Y, Wu Y, Xiao T G. Physics properties of schrödinger equation and excessive expansion of the concept of wave motions [J]. Advances in Systems Science and Applications, 2001, 1(1): 112~116
- [3] Lin Y, OuYang S C, Li M J, Zhang H W, Jiang L J. On fundamental problems of the “Chaos” doctrine [J]. International Journal of Applied Mathematics, London, 2001, 5(1): 37~64
- [4] OuYang S C, sabelli H, Wang Z, Lu Y Y, Lin Y, McNeil D. Evolutionary “Aging” and “Death” and quantitative instability [J]. International of computational and Numerical Analysis and Application, 2002, 1(4): 413~437
- [5] 陈刚毅, 欧阳伯麟, 林 益. 物质的存在性与演化性 [J/OL]. 潜科学, 2004, (20): 1~8

(下转第 13 页)

- [10] 张家发, 曹星, 李思慎. 堤防加固设计中的若干技术问题 [J]. 人民长江, 2000, 31 (1): 9~11
- [11] 李青云. 长江堤防工程安全评价的理论和方法研究 [D]. 北京: 清华大学, 2002
- [12] 胡韬, 李青云, 介玉新, 等. 长江堤防工程安全性综合评价系统开发 [J]. 长江科学院院报, 2004 (3)

On the Theory, Methodology and the Realization Strategy of Safety Assessment of the Yangtze Dikes

Li Qingyun¹, Zhang Jianmin²

- (1. *Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of the Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China;*
2. *School of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

[Abstract] This paper presents a study on the theory and methodology of safety assessment of Yangtze dike. The main topics discussed and the conclusions of the study are as follows: (1) The function and makeup of Yangtze dike are summarized systemically and status and incipient fault of the dikes are discussed. (2) The frame of safety assessment of Yangtze dike is proposed, consisting of three categories of safety assessment (namely, risk analysis, conventional mechanical evaluation, and comprehensive evaluation). (3) The main factors affecting safety of Yangtze dike are discussed systematically. Index system and assessment methods are proposed. On the basis of AHP (The Analytic Hierarchy Process) with fuzzy theory, a new method for comprehensive assessment of Yangtze dike is put forward. (4) A software with programming language Delphi for the safety assessment of Yangtze dike is developed and automation and visualization for the assessment of dikes can be realized.

[Key words] Yangtze dikes; safety assessment; index system; analytical hierarchy process

(cont. from p. 6)

Waves of Probability and the Problems of Torsion for Quantum Effect

OuYang Shoucheng, Li Zhilan, Yuan Dongsheng

(*Chengdu University of Information and Technology, Chengdu 610041, China*)

[Abstract] In this paper, the numerical experiment is conducted for Schrödinger's equivalent equation with third order derivative for nonlinear variable. The results show that the probability of probability waves is the quasi-regular flow under given condition, and it's a result of comprehensive interactions among intensity of potential field and particle density and torsion (spin) field with the quantum effect. The pure quantum effect is represented only by irregular flow.

[Key words] torsion (spin); probability; quantum effect; nonlinear instability; curvature space