

决定晶体硅太阳能电池工作状态的独立参量的确定

丁金磊¹, 程晓舫¹, 翟载腾¹, 查 1, 茆美琴²

(1. 中国科学技术大学热科学和能源工程系, 合肥 230027;

2. 合肥工业大学教育部光伏系统工程研究中心, 合肥 230009)

[摘要] 从晶体硅太阳能电池功率全微分方程出发, 结合开路电压和功率随温度、日照变化的实验事实, 研究影响晶体硅太阳能电池工作状态的各参量的独立性。从数学上确定出其独立变量为日照强度、电池温度和负载, 并得出了串联内阻是温度的函数的结论。串联内阻的实验数据验证了理论分析结果的正确性。

[关键词] 晶体硅太阳能电池; 功率全微分; 参量独立性; 串联内阻

[中图分类号] TM914 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2007)04-0094-05

引言

太阳能光伏发电作为一种新兴的绿色能源, 以其永不枯竭, 无污染, 不受地域限制等优点, 正得到迅速的推广应用。在过去 15 年平均年增长率为 15%, 20 世纪 90 年代末期以来, 更是以 30% 以上的速度增长。而光伏发电最大的缺点就是其发电效率低下, 因此其工作特性的研究一直是该领域的重点。研究太阳电池工作特性必须选取合适的参量作为研究对象。在最大功率跟踪技术中, 通常以电流和电压作为基本参量^[1,2]; 在考虑到环境变化对太阳电池特性的影响时, 又将日照强度和电池温度列入基本参量^[3,4]。而决定太阳电池工作状况的基本变量究竟是哪些, 哪些参量是由基本参量耦合而成, 长期以来一直未有理论上的清晰表述。

作者从晶体硅太阳能电池功率全微分方程出发研究其独立参量的个数, 结合实验事实, 从数学上确定出决定晶体硅太阳能电池工作状态的基本变量, 并结合电池串联内阻的实验数据对理论分析结果进行了验证。

1 晶体硅太阳能电池功率全微分方程

晶体硅太阳能电池电流方程为,

$$I = m\phi - I_0(e^x - 1) \quad (1)$$

其中,

$$x = \frac{qI(R_L + R_S)}{AkT} \quad (2)$$

定义,

$$x_0 = \frac{qI_0(R_L + R_S)}{AkT} \quad (3)$$

上述定义在后面的叙述中将被引用。

式(1)中, 光照强度 ϕ 、电池温度 T 、负载 R_L 、串联内阻 R_S 和反向饱和电流 I_0 5 个量为变量, 二极管理想因子 A 为常量。在开路条件下 $I=0$, $V=V_{oc}$, 由式(1)可得到,

$$I_0(e^{x_{oc}} - 1) = m\phi \quad (4)$$

其中,

$$x_{oc} = \frac{qV_{oc}}{AkT} \quad (5)$$

由式(4)解出开路电压 V_{oc} ,

$$V_{oc} = \frac{AkT}{q} \ln \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] \quad (6)$$

对式 (6) 中的开路电压 V_{oc} 关于温度 T 、日照强度 ϕ 和半导体反向饱和电流 I_0 作全微分方程，得到，

$$dV_{oc} = \frac{Ak}{q} \ln \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] dT + \frac{AkT}{q} \frac{1}{1 + \frac{m\phi}{I_0}} \left[\frac{I_0 m d\phi - m\phi dI_0}{I_0^2} \right] \quad (7)$$

式 (7) 中，开路电压 V_{oc} 关于温度 T 和日照强度 ϕ 的偏导数分别为，

$$\frac{\partial V_{oc}}{\partial T} = \frac{Ak}{q} \ln \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] > 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial V_{oc}}{\partial \phi} = \frac{mAkT}{q(I_0 + m\phi)} > 0 \quad (9)$$

实验中测得开路电压 V_{oc} 随着温度 T 的上升而下降和随着日照强度 ϕ 的上升而上升^[5]，如图 1 所示，其数学表述为，

$$\frac{\partial V_{oc}}{\partial T} < 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial V_{oc}}{\partial \phi} > 0 \quad (11)$$

式 (8) 与实验现象式 (10) 相矛盾，式 (9) 与实验现象式 (11) 吻合。

为解决与实验现象的矛盾，改写式 (7) 为，

$$dV_{oc} = \frac{mAkT}{q(I_0 + m\phi)} d\phi + \frac{Ak}{q} \left[\ln \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] - \frac{Tm\phi}{I_0(I_0 + m\phi)} \cdot \frac{dI_0}{dT} \right] dT \quad (12)$$

则有，

$$\frac{\partial V_{oc}}{\partial T} = \frac{Ak}{q} \left[\ln \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] - \frac{Tm\phi}{I_0(I_0 + m\phi)} \cdot \frac{dI_0}{dT} \right] < 0 \quad (13)$$

也即，

$$\frac{dI_0}{dT} > \frac{I_0^2}{Tm\phi} \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] \ln \left[1 + \frac{m\phi}{I_0} \right] = \frac{I_0^2 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} > 0 \quad (14)$$

式 (14) 揭示了晶体硅太阳能电池的反向饱和电流 I_0 随温度 T 的升高而增大，不是一个独立变量。这与材料物理的研究结果相吻合^[6]。

接下来试写出以晶体硅太阳能电池电路 4 个变量 (光照强度 ϕ ，电路负载电阻 R_L ，内阻 R_s 和工作温度 T) 所表示的关于晶体硅太阳能电池功率 P 的全微分方程。

电路中的负载功率为，

$$P = I^2 R_L \quad (15)$$

分别写出式 (1)，式 (2)，式 (3)，式 (15) 的全微分，

$$dI = m d\phi - I_0 e^x dx - [e^x - 1] dI_0 \quad (16)$$

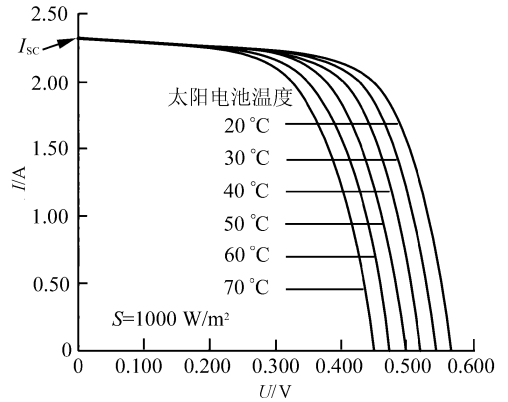
$$\frac{dx}{x} = \frac{dI}{I} + \frac{dR_L + dR_s}{R_L + R_s} - \frac{dT}{T} \quad (17)$$

$$\frac{dx_0}{x_0} = \frac{dI_0}{I_0} + \frac{d(R_L + R_s)}{(R_L + R_s)} - \frac{dT}{T} \quad (18)$$

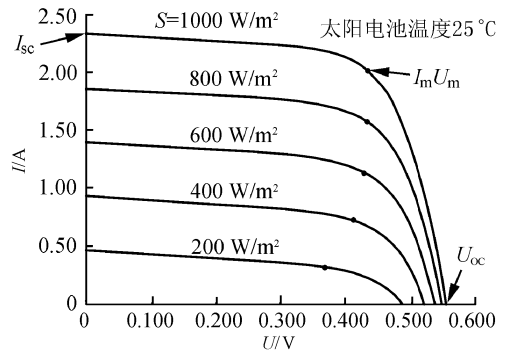
$$dP = I^2 dR_L + 2IR_L dI \quad (19)$$

式 (16)，式 (17) 代入式 (19)，得到晶体硅太阳能电池功率 P 的全微分方程

$$dP = I^2 \left[1 - \frac{2R_L}{R_L + R_s} \cdot \frac{x_0 e^x}{x_0 e^x + 1} \right] dR_L + \frac{2mIR_L}{x_0 e^x + 1} d\phi + \frac{2IR_L}{x_0 e^x + 1} \left[\frac{Ix_0 e^x}{T} - \frac{m\phi - I}{I_0} \cdot \frac{dI_0}{dT} \right] dT - \frac{x_0 e^x}{x_0 e^x + 1} \cdot \frac{2I^2 R_L}{R_L + R_s} dR_s \quad (20)$$



(a) 不同温度下的 I - V 特性



(b) 不同照度下的 I - V 特性

图 1 太阳能电池伏安特性曲线
Fig.1 Solar cell I - V characteristic

2 功率 P 全微分方程与实验事实的出入

由晶体硅太阳能电池功率的全微分方程式 (20), 可以写出功率 P 关于日照强度 ϕ 和电池工作温度 T 两个环境变量的偏导数,

$$\frac{\partial P}{\partial \phi} = \frac{2mIR_L}{x_0 e^x + 1} > 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{2IR_L}{x_0 e^x + 1} \left[\frac{Ix_0 e^x}{T} - \frac{m\phi - I}{I_0} \cdot \frac{dI_0}{dT} \right] \quad (22)$$

工程中已给出了一般的晶体硅太阳能电池功率 P 关于日照强度 ϕ , 电池工作温度 T 变化的实验现象如图 1 所示, 其数学描述为,

$$\frac{\partial P}{\partial \phi} > 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial P}{\partial T} < 0 \quad (24)$$

(21) 符合实验现象 (23)。为确保 (22) 与实验现象 (24) 不相矛盾, 必须有以下不等式成立,

$$\frac{dI_0}{dT} > \frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)} > 0 \quad (25)$$

上述不等式右边的数值 $\frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)}$ 显然将随着 I 的增加而发生变化。

现在, 我们必须对式 (14) 出现的 $\frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi}$ 和式 (25) 出现的 $\frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)}$ 做出取舍, 以确保 $\left[\frac{dI_0}{dT} > 0 \right]$ 并同时符合开路条件和功率随温度下降的实验事实。显然, 必须取其中的较大者, 为此, 定义函数,

$$F(V) = \frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} - \frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \lim_{V \rightarrow V_{oc}} F(V) &= \lim_{V \rightarrow V_{oc}} \left[\frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} - \frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)} \right] \\ &= \frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} - \frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(V)}{\partial V} &= \frac{\partial}{\partial V} \left[\frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} - \frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)} \right] \\ &= -\frac{I_0}{T} \cdot \frac{q}{AkT} \cdot \left[1 + \frac{R_s}{R_L} \right] \cdot \\ &\quad \frac{e^x (e^x - x - 1)}{(e^x - 1)^2} < 0 \end{aligned} \quad (28)$$

式 (27), 式 (28) 揭示,

$$\frac{I_0 x_{oc} e^{x_{oc}}}{Tm\phi} \Big|_{V_{oc}} / \frac{I_0 x e^x}{T(m\phi - I)} \Big|_{\frac{\partial P}{\partial T}} =$$

$$\frac{x_{oc} e^{x_{oc}}}{x e^x} \cdot \frac{(m\phi - I)}{m\phi} < 1 \quad (29)$$

在短路电流条件下, 上述比值达到最大,

$$\lim_{I \rightarrow I_{sc}} \frac{x_{oc} e^{x_{oc}}}{x e^x} \cdot \frac{(m\phi - I)}{m\phi} = \frac{x_{oc} e^{x_{oc}}}{x_{sc} e^{x_{sc}}} \cdot \left[1 - \frac{I_{sc}}{m\phi} \right] \quad (30)$$

式 (28) 指出这样一个重要的事实: 满足开路电压实验事实式 (10) 的不等式条件式 (14), 当被应用于太阳能电池功率实验事实式 (24) 时, 是不满足的。这时, 必须将太阳能电池输出功率的全微分方程式 (20) 做如下改造, 以使式 (24) 的成立,

$$\begin{aligned} dP &= I^2 \left[1 - \frac{2R_L}{R_L + R_s} \cdot \frac{x_0 e^x}{x_0 e^x + 1} \right] dR_L + \\ &\quad \frac{2mIR_L}{x_0 e^x + 1} d\phi + \frac{2IR_L}{x_0 e^x + 1} \times \\ &\quad \left[\frac{Ix_0 e^x}{T} - (e^x - 1) \cdot \frac{dI_0}{dT} - \frac{Ix_0 e^x}{R_L + R_s} \cdot \right. \\ &\quad \left. \frac{dR_s}{dT} \right] dT \end{aligned} \quad (31)$$

3 串联内阻是温度的函数

为了满足实验事实式 (24), 根据式 (31) 式, 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial T} &= \frac{2IR_L}{x_0 e^x + 1} \times \\ &\quad \left[\frac{Ix_0 e^x}{T} - (e^x - 1) \cdot \frac{dI_0}{dT} - \frac{Ix_0 e^x}{R_L + R_s} \cdot \frac{dR_s}{dT} < 0 \right] \end{aligned} \quad (32)$$

半导体反向饱和电流 I_0 通常是非常小的参量, 一般为 10^{-7} A 量级。

如果我们接受这样的假设,

$$\frac{Ix_0 e^x}{T} \gg (e^x - 1) \cdot \frac{dI_0}{dT} \quad (33)$$

从而忽略式 (32) 中半导体反向饱和电流 I_0 的影响, 则式 (32) 等价于,

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{2IR_L}{x_0 e^x + 1} \left[\frac{Ix_0 e^x}{T} - \frac{Ix_0 e^x}{R_L + R_s} \cdot \frac{dR_s}{dT} \right] < 0 \quad (34)$$

为了满足式 (34) 成立, 必须使 $\frac{dR_s}{dT}$ 的正负属性满足下式,

$$\frac{dR_s}{dT} > \frac{R_L + R_s}{T} > 0 \quad (35)$$

由此可见, 串联内阻是温度的函数, 且随着温度的

上升而增大。

串联内阻的数值可以从一条定温度的 $I-V$ 曲线中获得^[7],

$$R_s = \frac{AkT}{q} \frac{1}{I_2 - I_1} \ln \left[\frac{m\phi - I_2}{m\phi - I_1} \right] - \left[\frac{V_2 - V}{I_2 - I_1} \right] \quad (36)$$

引用图 1 (a) 中的实验数据, 用式 (36) 计算, 结果列于表 1 和图 2 中。

表 1 晶体硅太阳能电池串联内阻实验数据

Table 1 Experimental and calculation data of the Silicon solar cell

T/K	293	303	313	323	333	343
V_1/V	0.452	0.427	0.401	0.376	0.352	0.325
V_2/V	0.501	0.477	0.453	0.430	0.408	0.383
I_1/A	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
I_2/A	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50
R_s/Ω	0.027 54	0.028 17	0.029 80	0.031 43	0.033 06	0.034 69

从中我们可以看出, 晶体硅太阳能电池的串联内阻确实是温度的函数, 并随着温度的上升而增大。

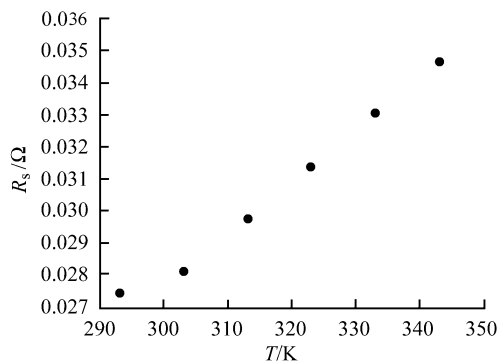


图 2 晶体硅太阳能电池串联内阻实验数据

Fig.2 Experimental and calculation data of the silicon solar cell

4 结论

通过对功率全微分方程中参量的独立性进行研究, 说明决定晶体硅太阳能电池工作状态的基本自变量只有 3 个, 即日照强度 ϕ 、电路负载点阻 R_L 和电池工作温度 T 。在数学上, 这三个基本自变量互不相关, 是完全独立的参量。式 (31) 是一个功率全微分方程的最终形式, 可以放心地用来分析太阳能电池的诸外部参量对功率的影响。同时还从数学上得出串联内阻是温度的函数并随着温度的上升而增

大的结论。

符号表:

- A : 二极管理想因子
 I : 电流/A
 V : 电压/V
 k : 玻尔兹曼常数 [1.38×10^{-23} J/K]
 m : 光电转换系数 [$m^2 \cdot V^{-1}$]
 P : 功率/W
 q : 电子电荷常数 [1.6×10^{-19} C]
 R : 电阻/ Ω
 T : 温度/K
 ϕ : 光照强度/ $W \cdot m^{-2}$

下标:

- L : 外部负载电阻标识
 S : 晶体硅太阳能电池串联内阻标识
 SC : 晶体硅太阳能电池短路标识
 OC : 晶体硅太阳能电池开路标识
 0 : p-n 结反向饱和电流

参考文献

- [1] Muhida R, Park M, Dakkak M, et al. A maximum power point tracking for photovoltaic-SPE system using a maximum current controller[J]. Solar Energy Materials & Solar Cells, 2003, 75(3): 697~706
[2] Mohammad A S, Masoum H D, Fuchs E F. Theoretical and experimental analyses of photovoltaic system with voltage-And current-based maximum power-point tracking [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2002, 17(4):514~522
[3] Radziemska E, Klugmann E. Photovoltaic maximum power point varying with illumination and temperature [J]. Transactions of the ASME2006, 128(1):34~39
[4] Shaltout M A M, El-Nicklawy M M, Hassan A F, et al. The temperature dependence of the spectral and efficiency behavior of Si solar cell under low concentrated solar radiation[J]. Renewable energy, 2000, 21(3):445~458
[5] 京特·莱纳, 汉斯·卡尔. 太阳能的光伏利用[M]. 余世杰, 何慧若, 译, 合肥: 合肥工业大学, 1991. 11~17
[6] 刘恩科, 等. 光电池及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1989. 103
[7] EL-Adwi M K, Al-Nuaim I A. A method to determine the solar cell series resistance from a single $I-V$. Characteristic curve considering its shunt resistance—a new approach[J]. Vacuum, 2002, 64(1):33~36

Determination of Independent Parameters That Decide the Crystal Silicon Solar Cells' Operating State

Ding Jinlei¹, Cheng Xiaofang¹, Zhai Zaiteng¹, Zha Jun¹, Mao Meiqin²

(1. *Department of Thermal Science and Energy Engineering of University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China*; 2. *Research Center for Photovoltaic System Engineering, Ministry of Education, Hefei Industry Technology University, Hefei 230009, China*)

[**Abstract**] Based on the crystal silicon solar cells' power complete differential equation, and combined with the experimental facts that the open circuit voltage and power vary along with the cells' temperature and insolation, the independence of the parameters that determine solar cells' operating state is investigated. After a strict mathematic deducing process, it is concluded that the insolation, cells' temperature and load resistance are the independent parameters of crystal silicon solar cells, and that the series resistance is a function of cells' temperature. The series resistance's experimental results show the theoretical analysis's accuracy.

[**Key words**] crystal silicon solar cell; complete differential equation of power; parameter independence; series resistance

(cont. from p.59)

The Optimal Control Model of Reservoir Operations and Solving With Maximum Principle

Fang Qiang¹, Wang Xianjia¹, Fang Debin²

(1. *Institute of Systems Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China*;
2. *School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China*)

[**Abstract**] This paper tries to describe the continuous transformation characteristic of reservoir operations with optimal control theory. After constructing the optimal control model of reservoir operations, the paper presents the necessary condition of optimal control of reservoir operations using maximum principle and analyzes the characteristic and concrete expression of optimal control strategy of reservoir operations in different conditions and environment. At last, an analysis of a numerical example is presented and the results indicate the approach is valid.

[**Key words**] water conservancy management; optimal control model; maximum principle; reservoir operations