研究报告

应用指数平滑技术预测边坡位移

沈良峰
（湖南科技大学土木工程学院，湖南湘潭　411201）

［摘要］　应用趋势型指数平滑模型根据其观测值的数据特点（具线性趋势），选取趋势型二次指数平滑的线性预测公式和相应 a_t，b_t 的计算公式及合适的平滑系数值进行计算，预测了某市滑坡区 5 号监测点的位移量。预测结果表明，该方法应用于斜坡变形位移的预测，可使预测值与实际位移值之间的误差很小。

［关键词］　指数平滑；预测边坡位移；自适应过滤
［中图分类号］ P642.22；TU435　［文献标识码］ A　［文章编号］ 1009－1742（2007）06－0094－04

1　引言

边坡工程的位移预测一直是控制滑坡和保障安全工作的主要内容。在管理工程中应用较完善的指数平滑技术属于非统计性模型，其依据的基本原则是“厚今薄古”，即数据愈靠近当前，对未来的影响愈大；愈远离当前，对未来的影响愈小。对未来的预测可利用预测误差来进行调整或修正，力求更符合实际情况。该方法的显著特点是：给最新的观察值以最大的权重，给其他预测（或实际值）以递减的权重。所以预测值是既能反映最新的信息，又能反映历史资料的信息，从而使预测结果更符合实际情况。

指数平滑方法常见的类型主要有：趋势型数据的平滑、趋势－季节型数据的平滑及带衰减趋势的季节指数平滑[1]。由于趋势型指数的平滑方法使历史预测值的高低起伏变得平滑一些，减少了某些随机影响，从而接近于某些边坡的位移变形模型，因此笔者应用此模型对边坡的位移数值进行了预测，并在实际工程中进行了观测对比验证，取得了比较满意的结果。

2　趋势型指数平滑的基本理论[1～3]

2.1　一次指数平滑

一次指数平滑值的计算公式为

$$S_t^{(1)} = \alpha Y(1-\alpha) S_{t-1}^{(1)} \tag{1}$$

此处：$S_t^{(1)}$ 为第 t 期的一次指数平滑值；$S_{t-1}^{(1)}$ 为 $t-1$ 期的一次指数平滑值；Y_t 为第 t 期的观测值；α 为平滑系数，$\alpha \in [0, 1]$。

一次指数平滑预测是以第 t 期的一次指数平滑值作为第 $t+1$ 期的预测值，即 $S_t^{(1)} = Y_{t+1}$，$S_{t-1}^{(1)} = Y_t$，因此，式（1）又可表示为

$$Y_{t+1} = \alpha Y_t(1-\alpha) Y_t \tag{2}$$

式（2）就是一次指数平滑预测模型。

初始值的确定通常有 2 种方法：当初始值对预测值影响较小时，可取 $S_0^{(1)} = Y_1$；当初始值对预测值影响较大时，可取最初的 n 个观测值的平均值作为初始值，即

$$S_0^{(1)} = (\Sigma Y_n)/n。$$

一次指数平滑模型适用于平稳型数据的预测。

2.2　二次和三次指数平滑

二次指数平滑是指对时间序列作一次指数平滑

［收稿日期］　2006－01－05；修回日期　2006－07－05
［基金项目］　湖南省自然科学基金资助项目（03JJY3088）
［作者简介］　沈良峰（1968－），男，江苏南通市人，硕士，湖南科技大学副教授，主要从事建设工程管理研究

之后，再作一次指数平滑。其计算公式如下：

$$S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha) S_{t-1}^{(2)} \tag{3}$$

式中 $S_t^{(2)}$ 为 t 期的二次指数平滑值；$S_{t-1}^{(2)}$ 为 $t-1$ 期的二次指数平滑值；其他符号的意义同前。

对于 α 值的确定，可凭经验选取几个不同的 α 值进行试算，选择其中误差最小的值。

初始值 $S_0^{(2)}$ 的确定通常有 2 种方法：

$S_0^{(2)} = S_0^{(1)} = Y_1$；

$S_0^{(2)} = (\Sigma S_n^{(1)})/n$。

三次指数平滑是在二次指数平滑的基础上再作一次平滑，其计算公式如下：

$$S_t^{(3)} = \alpha S_t^{(2)} + (1-\alpha) S_{t-1}^{(3)} \tag{4}$$

式中 $S_t^{(3)}$ 为第 t 期的三次指数平滑值；$S_{t-1}^{(3)}$ 为第 $t-1$ 期的三次指数平滑值；其他符号的意义同前。

初始值可选 $S_0^{(3)} = S_0^{(2)} = Y_1$ 和 $S_0^{(3)} = (\Sigma S_n^{(2)})/n$。

二次指数平滑预测模型为

$$Y_{t+T} = a_t + b_t T \tag{5}$$

其中

$a_t = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)}$，

$b_t = (\alpha/1-\alpha)[S_t^{(1)} - S_t^{(2)}]$

二次指数平滑预测模型适用于时间序列数据呈线性趋势的情况。

三次指数平滑预测模型为

$$Y_{t+T} = a_t + b_t T + c_t T^2 \tag{6}$$

其中

$a_t = 3S_t^{(1)} - 3S_t^{(2)} + S_t^{(3)}$

$b_t = [\alpha/2(1-\alpha)^2][(6-5\alpha)S_t^{(1)} - 2(5-4\alpha)S_t^{(2)} + (4-3\alpha)S_t^{(3)}]$

$c_t = [\alpha^2/\alpha(1-\alpha)^2](S_t^{(1)} - 2S_t^{(2)} + S_t^{(3)})$

三次指数平滑预测模型适用于数据呈二次曲线趋势的情况。

在式（5）和式（6）中，Y_{t+T} 为第 $t+T$ 期的预测值；T 为 t 期后的期数；a_t，b_t 和 c_t 为平滑系数，其他符号的意义同前。

3　平滑系数的计算与确定

在运用指数平滑预测方法时，确定合适的平滑系数值非常重要，他影响到预测的准确程度，其大小体现了观测值与预测值间的比例关系。平滑系数值越大，实际值对新预测值的贡献就越大；其值越小，实际值对新预测值的影响就越小。故当较依赖近期的信息进行预测时，可取较大的平滑系数值；当以前的信息影响较大时可取较小的值。可见，根据观测值的数据特征选择适宜的预测模型和合适的平滑系数值，就可获得较准确的预测结果。其中确定合理而又简便的平滑系数值是重要的环节，其方法一般可以通过计算、比较后，采用能够使分析线与数据演变过程最为吻合的值。但显然这种取值方法不是最理想的。

指数平滑法对所有历史预测值给以递减的权重，平滑系数的取值不同，预测结果也不同，但其基本思想是预测值等于过去观测值经加权后之和，其普遍形式可记为：$S_t = w_1 Y_t + w_2 Y_t + w_3 Y_t + \cdots$，式中 w_1，w_2，w_3，…表示不同权重。我们可以先设定 w_1，w_2，w_3，…为某些值，用自适应过滤法确定预测值。

3.1　自适应过滤法的方法原理[4]

设 Y_1，Y_2，…，Y_t 是按某种时间单位记录下来的观测值序列，即时间序列，则用如下通式可以表示时间序列预测模型中的一个类别：

$$Y_{t+1} = w_1 Y_t + w_2 Y_t + w_3 Y_t + \cdots = \sum_{i=1}^{N} w_i Y_{t-i+1} \tag{7}$$

式中：Y_{t+1} 为第 $t+1$ 期的预测值；w_i 为赋予第 $t-i+1$ 期观测值的权数；Y_{t-i+1} 为第 $t-i+1$ 期的观测值；N 为权数的个数。

利用式（7）作预测是基于这样的思路：过去的观测值中不仅包含着未来发展的基本信息，而且也包含着随机成份，通过加权平均处理可以保留发展的基本信息，离析随机干扰。但式（7）是预测方法中的一个集合，按照不同的准则来决定权数，就会产生不同的预测方法，自适应过滤法是其中的一种，他用不断反馈迭代调整权数的方法，来确定一组使预测误差最小的权数。

自适应过滤法的基本过程是先取一组给定的权数，按式（7）计算预测值，然后计算预测误差，再根据预测误差调整权数，以减少误差。这样反复进行可找到一组最佳的权数，使误差减少到最低限度。

假定有 M 个历史观测值组成的序列可以利用，记作 Y_1，Y_2，…，Y_M，取 N 个权数的自适应过滤法来预测。

1）假定当前期 $t=N$，对下一期 $t+1$ 时作出预报，这样需要把前面 N 个观测值进行加权处理

(一般权数的初始值可以简单地取 $w_i=1/N$)。按式(7)计算第 $t+1$ 期的预测值即

$$\hat{Y}_{t+1}=w_1 Y_N+w_2 Y_{N-1}+\cdots+w_t Y_{N-t+1}$$

2)计算预测值和实际值之间的误差

$$e_{t+1}=Y_{t+1}-\hat{Y}_{t+1} \tag{8}$$

(3)预测误差 e_{t+1} 计算出后,用下式来调整权数

$$w_i'=w_i+2ke_{t+1}Y_{t-i+1}$$

式中 $i=1,2,\cdots,N$ 为权数的个数;wi 为调整前的第 i 个权数;w'_i 为调整后的第 i 个权数;k 为学习常数项;e_{t+1} 为第 $t+1$ 期的预测误差,即 $e_{t+1}=Y_{t+1}-\hat{Y}_{t+1}$;$Y_{t-i+1}$ 为第 $t-i+1$ 期的实际值。

下标 t 表示作预测所用数据中的当前时期。当所用数据向前推移一期后,表示当前时期的 t 也就要跟着递增 1。由于应用式(7)作预测,t 要从 N 开始,而随着自适应过滤迭代过程的进行,数据向前移动一期作预测后,就要用式(8)调整一次权数,因此,在整个自适应过滤过程中,式(7)和式(8)中 t 的取值范围是 $t=N,N+1,N+2,\cdots,M$;M 为序列数据个数。

用式(8)的方法调整权数是根据数学中的最优化原理,以预测误差的平方最小为目标函数,按照最速下降法逼近。k 一般取常数,在自适应过滤法中就称作学习常数,取常数是有一定条件的,否则自适应过滤法就不一定向最小误差收敛,经证明式(8)调整权数的自适应过滤法收敛的充分条件是

$$K\leqslant(1/\Sigma Y_N^2)_{\max} \tag{9}$$

上式的分母表示取时间序列中最大的 N(N 为权数的个数)个观测值的平方之和。当在式(9)条件下按式(8)调整出一组新的权数后,就以 $t=N+1$,用 2,3,4,…,$N+1$ 期的观测值按式(7)计算第 $N+2$ 期的预测值。在第 $N+2$ 期预测值计算出后转入计算预测误差和调整权数的步骤,这样继续下去,终于到了用第 $M-N$,$M-N+1$,…,M 期的观测值来作第 $M+1$ 期的预测。但这时由于第 $M+1$ 期的观测值还没出现,也就是得不到 e_{t+1},从而不能再按式(8)调整权数。但可以把现有的 M 个权数作为一个初始组,重新开始 1,2,…,N 期的观测值对第 $N+1$ 期作预测的第二轮迭代过程。通过利用这一观测值序列反复迭代循环,对权数进行调整,会进入预测误差将没有多大改进阶段,这时就可以获得一组最佳权数,能用来决定第 $N+1$ 期的预测值[5]。

在实际应用中,如果数据存在周期变动性,权数的个数应同周期数相当或是其整数倍。一般权数 N 较大时,可降低随机波动的影响,在数据没有周期变动时,可试用几个不同的 N 值,最后选取产生平均误差最小的 N 为准。

3.2 自适应过滤法的评价

自适应过滤法的权数可以是任意的,可以说该方法对权数的处理是突破一切约束。不但可以出现负数,还允许权数之和不等于 1(尽管权数的起始值是取 $w_i=1/N$($i=1,2,\cdots,N$),然而按式(8)调整权数之后就无法保证权数之和等于 1。所以用自适应过滤法最后所得到的结果已不再是加权平均数,而称为加权和)。自适应过滤法中的 w_i 本身意义来讲,实际上不是权数,应看作是欲使一期预测误差最小,而用数学方法解出的多项式方程的系数。这种演变处理方法是有积极意义的,可以克服加权平均数总是存在滞后误差的弊病。自适应过滤法还有一些其他优点,如形式上比较简单,比较容易制成计算机程序供实际应用,并且对于较短的时间序列,尤其用作季节性的预测时显得特别方便,每当新数据出现后,权数可以按照规定的步骤调整。

4 滑坡方法应用

某滑坡区位于某市区内,其下方不仅是市内交通线路,而且有 500 多户市内居民,每年梅雨时节,常常发生危险,是观测和预防滑坡的重点地点之一。该滑坡长约1 500 m,宽 50~600 m,高近 100 m,发育有 80 多条宽大裂缝,构成 6 个危险段,土体体积共计2 000 m^3[6]。长期监测结果表明,该滑坡区在不断地朝不稳定方向发展,直接威胁城市交通和附近居民的安全。

通过对其中的 5 号监测点近年来的监测资料进行分析,绘制出观测值分布曲线图(见图 1)后发现,观测数据近似呈现出线性趋势,该监测点的位移监测资料数据见表 1。可用趋势型指数平滑方法来预测危土体的位移量,这里采用线性趋势成分的二次指数平滑预测模型式(5)和相应的 a_t,b_t 计算公式进行计算预测,经采用自适应过滤法试算后(过程从略),取 $\alpha=0.8$ 较为合适。其计算结果列于表 1。

从表 1 中数据,比较从 1999 年到 2003 年的预

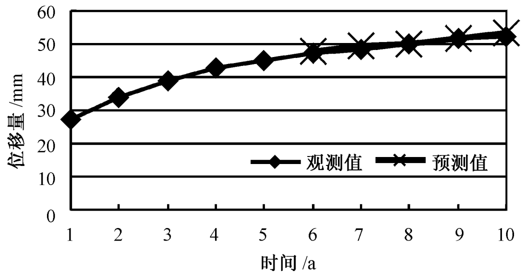

图 **1**　某滑坡体 **5** 号观测值与预测值比较

Fig.1　The distribution flex contrast fig of the observation and forecast value of the point 5 of certain slope

测结果与实际观测值，数据结果比较相近，误差很小。故此指数平滑模型用来预测边坡变形的位移量，具有一定的可靠性和重要的实用意义，不仅为工程的加固治理提供了一定的参考依据，而且也扩展了预测预报的新方法，可以在危险到来前进行加固治理赢得宝贵的时间。

5　结语

1）指数平滑技术用于斜坡变形的中短期预报，具有一定的理论和实际意义。

2）根据不同的边坡地质条件，选择合适的趋势型指数平滑模型，这是合理应用此方法进行预测的前提和基础。

表 **1**　某滑坡体 **5** 号监测点位移值及二次指数平滑预测结果

Table 1　The displacement value and the twice exponential smoothing forecast result of the observation point 5 of certain slope

时间	t	Y_t	$S_t^{(1)}$	$S_t^{(2)}$	a_t	b_t	Y_{t+T}	e_t
	0		26.96	26.96				
1994－12	1	26.96	26.96	26.96	26.96	0		
1995－12	2	34.07	32.648	31.510 4	33.785 6	4.550 4		
1996－12	3	38.65	37.449 6	36.261 76	38.637 44	4.751 36		
1997－12	4	42.98	41.873 92	40.751 49	42.996 35	4.489 728		
1998－12	5	44.93	44.318 78	43.605 32	45.032 24	2.853 837		
1999－12	6	47.16	46.591 76	45.994 47	47.189 04	2.389 146	47.886 08	－0.726 08
2000－12	7	48.38	48.022 35	47.616 78	48.42793	1.622 305	49.578 19	－1.198 19
2001－12	8	49.95	49.564 47	49.174 93	49.954 01	1.558 156	50.050 23	－0.100 23
2002－12	9	51.75	51.312 89	50.885 3	51.740 49	1.710 37	51.512 17	0.237 835
2003－12	10	52.5	52.262 58	51.987 12	52.538 03	1.101 822	53.450 86	－0.950 86

3）采用自适应过滤法，选择合适的平滑系数值，以避免由于平滑系数的取值不同而得到不同的预测结果，并可提高预测精度。

参考文献

［1］　肖庭延.实用预测技术及应用[M].武汉:华中理工大学出版社,1993

［2］　吕金虎,陆君安,陈士华.混沌时间序列分析及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2002

［3］　项静恬,史久恩.非线性系统中数据处理的统计方法[M].北京:科学出版社,2000

［4］　周雄鹏.统计预测和决策[M].上海:立性会计图书用品社,1991

［5］　徐龙封.对指数平滑法的思考与推广[J]预测.1995,5:66～68,62

［6］　沈良峰,张月龙.基于指数平滑技术的边坡位移预测方法[J].建筑科学,2004,20(4):43～45

（下转第 100 页）