

# 非饱和土的塑性体应变与剪应变的相互作用原理

王靖涛

(1. 华中科技大学土木工程与力学学院, 武汉 430074; 2. 信阳师范学院建筑工程系, 河南信阳 464000)

[摘要] 将岩土塑性体应变与剪应变的相互作用原理拓展到了非饱和土领域。除了塑性体应变与剪应变的相互作用外,在非饱和土中出现了两类新的相互作用,吸力-塑性体应变和孔隙气压力-塑性体应变。吸力具有二重性质,其对塑性体应变作用包括两个相反的方面。基于吸力性质,阐明了非饱和土的一些独特的性质,诸如有效应力参数的物理涵义,吸力对体积变化和前期固结压力的影响和湿陷机理等。另外,应用拓展的塑性体应变与剪应变相互作用原理,从理论上证明了非饱和土的临界状态线是存在的和唯一的,以及它与应力历史无关。

[关键词] 塑性体应变与剪应变的相互作用原理;非饱和土;基质吸力;有效应力原理

[中图分类号] TU4112 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2007)11-0011-05

## 1 引言

在非饱和土的孔隙中不仅包含水而且还有气,因此它是一个三相介质,包括固体、液体和气体。由于孔隙气压力的出现,非饱和土的力学响应表现出一些独特性质。由毛细管张力引起的孔隙气压力和孔隙水压力之差,也就是基质吸力,具有一些特殊的功能,从而导致了非饱和土的复杂性状。

在过去 50 年中,非饱和土研究无论在理论和测量方面都获得了显著的进展。然而,由于非饱和土性状的高度复杂性,一些基本的理论和测量问题还没有获得解决。

目前,在非饱和土力学中存在两条研究路线。

首先, Bishop (1959) 将 Terzaghi (1936) 的有效应力原理拓展到非饱和土领域,并提出了一个有效应力表达式<sup>[1]</sup>。

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + \chi(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (1)$$

其中,  $\sigma'_{ij}$  和  $\sigma_{ij}$  分别是总应力张量和有效应力张量;  $u_a$  和  $u_w$  分别是孔隙气压力和孔隙水压力;  $\chi$  是有效应力参数;  $\delta_{ij}$  是 Kronecker Delta;  $\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}$  称为净应力;  $u_a - u_w$  表示基质吸力  $s$ 。

由于有效应力参数的几何解释,式(1)的正确

性曾受到一些研究者的质疑。最近, Khalili 等给出了有效应力参数的新的解释,即  $\chi$  是吸力的函数,它与吸力之间的关系式如下<sup>[2]</sup>:

$$\chi = \begin{cases} \left( \frac{s}{s_e} \right)^{-0.55} & \text{当 } s \geq s_e \\ 1 & \text{当 } s \leq s_e \end{cases} \quad (2)$$

这里,  $s_e$  是土体的饱和状态和非饱和状态转变时的吸力值。对于浸湿,  $s_e$  等于排气值  $s_{ae}$ ; 而在干燥过程中,  $s_e$  取为进气值  $s_{ae}$ 。

Khalili 等通过对抗剪强度和体积变化的一些试验数据的综合分析,基于式(1)和(2),证实了关于非饱和土的有效应力原理的正确性<sup>[3]</sup>。

另外,他们还通过试验证实了,对于饱和和非饱和状态,在偏应力-有效平均应力平面上临界状态线都是唯一的<sup>[3]</sup>。

第 2 条研究路线认为,净应力和吸力是两个独立的状态变量,净应力为宏观尺度描述,而吸力为孔隙尺度描述<sup>[4]</sup>。同时分别引进了对应这两个力的两组材料性质,这与通常的连续介质力学方法是不同的。在连续介质力学中,状态变量是材料单元体积上的平均值<sup>[3]</sup>。事实上,这两个应力状态变量可能并不是完全独立的<sup>[5]</sup>。

[收稿日期] 2007-04-06

[作者简介] 王靖涛(1940-),男,天津市人,华中科技大学土木工程与力学学院教授,博士生导师,主要从事岩土力学与工程教学和研究

应用 Terzaghi 的有效应力原理,可将二相的饱和和土成功地转变为单相和单一应力状态的连续介质。沿着这条路线,应用 Bishop 的有效应力表达式和 Khalili 等给出的有效应力参数的表达式,将三非饱和土转变为单一应力状态的连续介质也是可能实现的。这样一来,可以将非饱和土的研究在连续介质力学和连续介质热力学的框架内进行,并且许多关于饱和土的重要研究结果都可以自然和方便地拓展到非饱和土领域。

笔者(2006)提出了岩土塑性体应变与剪应变的相互作用原理<sup>[6,7]</sup>,即在岩土塑性变形中,存在两个相对独立的变形——体应变和剪应变,和它们之间复杂的、非线性的相互作用。它是产生岩土变形复杂性和多样性的主要根源(下面简称为  $\epsilon_v^p - \bar{\epsilon}^p$  相互作用原理,其中  $\epsilon_v^p$  和  $\bar{\epsilon}^p$  分别为塑性体应变和广义剪应变)。

应用这个相互作用原理,岩土的基本变形特性,诸如压力敏感性(压硬性)、剪胀性、应力路径相关性等都可以被认为是由这个相互作用所引发的。应力路径相关性不仅包括压力敏感性效应,又包括剪胀性,它是两者的组合。基于这个原理,从理论上可证明临界状态线是存在的和唯一的。另外,应用这个原理和不可逆过程热力学方法,可推导出岩土本构关系的一般表达式。这个本构方程可以充分反映出岩土的基本变形特性,并且满足热力学第二定律<sup>[7]</sup>。

笔者在本文中,试将这个相互作用原理拓展到非饱和土领域,而且笔者发现了吸力具有二重性质,并借助于这个吸力性质阐明了非饱和土的一些独特性质。更为重要的是,吸力对塑性体应变的作用包括两个相反的方面。

## 2 非饱和土中的三类相互作用

### 2.1 饱和土中 $u_w - \epsilon_v^p$ 相互作用

实际上,除了  $\epsilon_v^p - \bar{\epsilon}^p$  相互作用外,在饱和土中还存在孔隙水压力与塑性体应变之间的相互作用。虽然孔隙水压力不能直接影响土的固体骨架的变形,但通过改变有效应力值,却可以影响体积变化。另一方面,体积变化可以引起孔隙水压力升降。应用有效应力原理,有效应力变化或有效应力路径的变化,能够反映出  $u_w - \epsilon_v^p$  相互作用。

### 2.2 非饱和土的二重性

除了  $\epsilon_v^p - \bar{\epsilon}^p$  相互作用外,在非饱和土中出现了

两类新的相互作用,即  $u_a - \epsilon_v^p$  和  $s - \epsilon_v^p$ 。图 1 显示了非饱和土中三类相互作用过程。

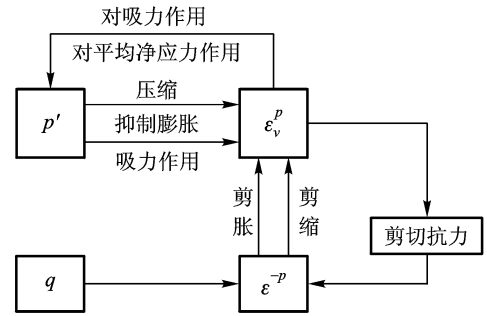


图 1 非饱和土中三类相互作用过程

Fig. 1 Three processes of interactions in unsaturated soils

孔隙气压力与塑性体应变之间的相互作用类似于饱和土中孔隙水压力与塑性体应变的相互作用。由于毛细管张力与毛细管半径成反比,塑性体应变直接影响吸力,而吸力在对塑性体应变的作用中却扮演了双重角色,即吸力具有二重性质,它是产生吸力特殊功能的根源。吸力可以引起土固体骨架的收缩,因此它被取为有效应力的一个组成部分。然而,从土-水特征曲线可直接观察到,当吸力大于进气值时,也就是土体进入非饱和状态后,土的含水率随着吸力增加而单调下降。因此,吸力可以被取为非饱和土干燥(或湿润)程度的一个度量。在干燥过程中,土抵抗压缩的能力增强,导致随吸力增加而塑性体积收缩减少;在湿润过程中,土抵抗压缩的能力下降,导致随吸力减小塑性体积收缩增加。由此可以得到这样的结论,吸力对塑性体应变的作用包括两个相反的方面:一方面作为有效应力的一个组成部分作用于塑性体应变,也就是压缩和抑制膨胀的作用;另一方面却又削弱上面的作用。

### 2.3 非饱和土的独特性质

借助于吸力的二重性质,非饱和土的一些独特性质可以被阐明如下。

2.3.1 有效应力参数的物理含义 Khalili 等确定有效应力参数为吸力的函数<sup>[2]</sup>。从方程(2)可以看出,当吸力值大于进气值时,有效应力参数值随吸力改变而变化。这意味着  $\chi_s$  作为有效应力的一个成员对塑性体应变的作用效果还随  $\chi$  值的变化而改变。如上所述,吸力是土干(湿)程度的一个度量,吸力增加(或减少)将表示土体变干(或湿),从而导致土体积收缩的减小(或增加)。因此有效应力参数反映出了在干燥(或浸湿)过程中土抵抗压缩能

力的上升(或下降)过程。

图2显示了实测的抗剪强度随基质吸力的变化<sup>[3]</sup>。从图中可以清楚地看出,当吸力值大于进气值时,抗剪强度(偏应力)突然下降。这意味着,吸力作为有效应力的一部分,当土样进入非饱和状态后,它对抗剪强度的贡献逐渐减少。图2中虚线表示吸力  $s$  本身对抗剪强度的贡献,而实线表示  $\chi s$  对抗剪强度的贡献<sup>[2]</sup>。这个试验结果是对有效应力参数  $\chi$  影响的一个确认。

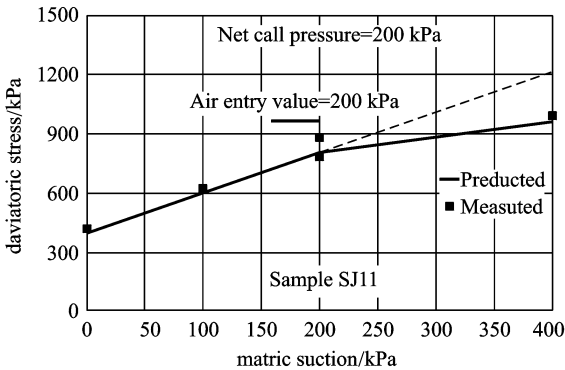


图2 抗剪强度随吸力变化<sup>[3]</sup>

Fig. 2 Change in shear strength with suction

2.3.2 吸力对体积变化的影响 图3给出了 Jossigny Loam 土的孔隙比随吸力变化的演变过程<sup>[3,9]</sup>。孔隙比-吸力曲线显示,在到达进气点之前,土样经受了正常固结压缩;当超过进气点后,随着吸力增加体积变化突然减少,并且土样进入了弹性范围。

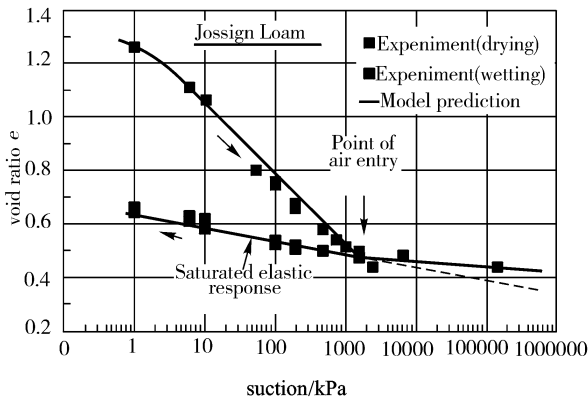


图3 体积随吸力的变化, Jossigny Loam<sup>[9]</sup>

Fig. 3 Volume change with suction

这个特殊现象也是由吸力的二重性质引起的。吸力增加将会引发两个对土样体积的效应:随着吸力增大,土样体积收缩增加;同时,随着吸力增大,土

样变干燥,从而造成土样收缩增加率下降。

这两个效应的组合可以用有效应力表达式中的  $\chi s$  项来表达。

2.3.3 吸力对前期固结压力的效应 不同吸力条件下的4个 Speswhite Kaolin 土样的固结过程在图4中给出。图中4条直线  $C_0D_0$ 、 $C_1D_1$ 、 $C_2D_2$ 、 $C_3D_3$  分别表示4个土样的固结线<sup>[8]</sup>(这个试验是 Wheeler 和 Sivakumar(1995)完成的<sup>[10]</sup>)。

吸力在每一个土样中都保持常值,分别为 0, 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa。从图4中4条固结线可以看出,固结压力随吸力增加而增大,这就是由于吸力变化而引起的前期固结压力的移动。根据前面的分析,当土样中吸力上升时,土样抵抗压缩的阻力将增大。因此,在不同吸力条件下,每个土样的固结过程将沿着不同的固结路径进行。吸力愈大,固结压力愈高。

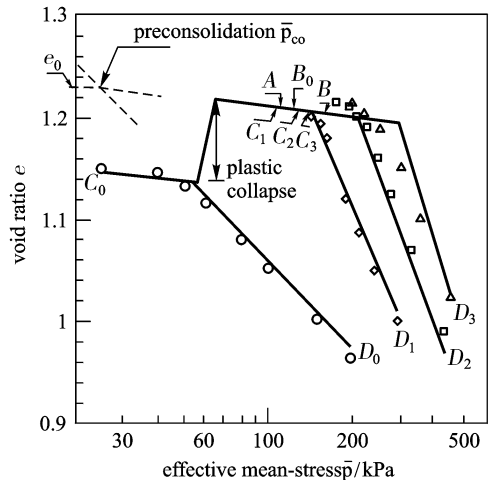


图4 不同吸力下高岭土的固结路径<sup>[8]</sup>

Fig. 4 Consolidation paths at different suctions for kaolin

2.3.4 塑性湿陷的机理 图5显示了非饱和 Speswhite Kaolin 土样随吸力减少孔隙比的演变过程,在此过程中,塑性湿陷发生<sup>[8]</sup>(这些试验是由 Wheeler 和 Sivakumar(1995)完成的<sup>[10]</sup>)。

由于土样中吸力大于进气值,土样初期处于非饱和状态。从图5中  $e-s$  曲线( $e$  表示孔隙比)可以看出,土样的初始变形是弹性的,随后,当吸力值达到  $s^*$  时,孔隙比突然下降,塑性湿陷发生。

湿陷是湿陷性土中塑性体积收缩的过程。在湿陷过程中,吸力不断下降,导致有效应力减小,初期产生膨胀倾向。同时,土样随吸力下降而变湿,使得抗压缩阻力迅速跌落,从而引发塑性湿陷。

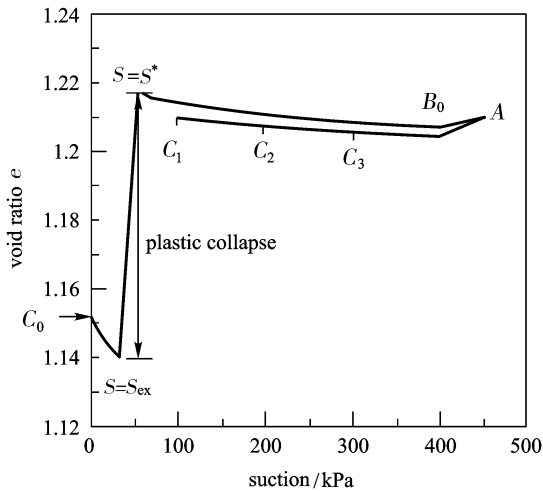


图5 孔隙比随吸力的演变过程<sup>[8]</sup>

Fig. 5 Evolution of void ratio with suction<sup>[8]</sup>

从2.1可知,应用有效应力原理,饱和土中  $u_w - \varepsilon_v^p$  相互作用可以用有效应力路径的变化来描述。类似,应用 Bishop 的有效应力表达式和 Khalili 等给出的有效应力参数表达式,在非饱和土中也可以将  $s - \varepsilon_v^p$  和  $u_a - \varepsilon_v^p$  两个相互作用转变为有效应力路径的变化。

### 3 关于非饱和土的临界状态线的唯一性。

分别在排水和不排水条件下的两个粘土三轴压缩试样最终都进入了一个特殊的状态,其中剪应变不断增加,而孔隙比和抗剪强度没有进一步的变化。Hvorslev (1937) 称这种状态为临界状态<sup>[11]</sup>。

基于 Weald 粘土的三轴试验, Roscoe 等确定了一个临界状态线, Roscoe 面和 Hvorslev 面在临界状态线上相遇和所有三轴压缩试验的应力路径均在此结束<sup>[12]</sup>。

笔者应用  $\varepsilon_v^p - \bar{\varepsilon}^p$  相互作用原理,已经从理论上证明了饱和土的临界状态线的存在性和唯一性<sup>[6,7]</sup>。而且,基于相互作用原理,在土体进入临界状态之前,  $\varepsilon_v^p - \bar{\varepsilon}^p$  相互作用贯穿整个变形过程。

可以证明,在临界状态中无论弹性或塑性体应变都保持不变<sup>[6]</sup>,这意味着土体进入了纯粹剪切变形过程。根据相互作用原理,当塑性体应变保持常值时,相互作用将终止,导致应力路径相关性、压力敏感性和剪胀性等都消失。这样,临界状态将与它以前的应力历史无关。

由于塑性体应变控制剪切抗力的变化<sup>[6,7]</sup>,在

临界状态中抗剪强度  $q_f$  将不会发生变化,它仅与状态变量  $p'$  和  $e$  相关,

$$q_f = f_1(p', e) \quad (3)$$

这里,  $p'$  表示有效平均应力。式(3)正是饱和土临界状态线在  $e - p' - q$  空间中的表达式。

如第2节中所讨论的,在非饱和土中存在三类相互作用,  $\varepsilon_v^p - \bar{\varepsilon}^p$ 、 $s - \varepsilon_v^p$  和  $u_a - \varepsilon_v^p$ 。注意,塑性体应变出现在所有三个相互作用中。当非饱和土进入临界状态,由于塑性体应变维持不变,这三类相互作用均将消失。这样一来,非饱和土的临界状态也与应力历史无关。

类似可以证明,这时抗剪强度保持为常值,且表示为

$$q_f = f_2(p', e) \quad (4)$$

这里,  $p'$  是 Bishop 的有效平均应力表达式,  $p' = p_{net} + \chi s$ , 其中  $p_{net}$  是平均净应力。式(4)正是非饱和土的临界状态线在  $e - p' - q$  空间中的表达式。

## 4 结论

1) 塑性体应变与剪应变之间的相互作用原理已经拓展到非饱和土领域。除了  $\varepsilon_v^p - \bar{\varepsilon}^p$  相互作用外,在非饱和土中还出现了两类新的相互作用,  $s - \varepsilon_v^p$  和  $u_a - \varepsilon_v^p$ 。

2) 吸力具有二重性质,它是产生吸力特殊功能的根源。吸力对塑性体应变作用包括两个相反的方面:一方面作为有效应力的一个组成部分作用于塑性体应变;另一方面却又削弱上面的作用。借助于这个吸力性质阐明了非饱和土的一些独特性质,诸如有效应力参数的物理含义,吸力对体积变化和前期固结压力的影响以及湿陷的机理等。

3) 应用有效应力原理,可以将吸力 - 塑性体应变和孔隙气压力 - 塑性体应变两个相互作用转变为有效应力路径的变化。

4) 应用拓展的  $\varepsilon_v^p - \bar{\varepsilon}^p$  相互作用原理,从理论上证明了非饱和土的临界状态线存在并且是唯一的,而且与应力历史无关。

## 参考文献

- [1] Bishop A W. The principle of effective stress [J]. Tecknish Ukeblad, 1959, 106: 859 ~ 863
- [2] Khalili N, Knabbaz M H. A unique relationship for the determination of the shear strength of unsaturated soils [J]. Geotechnique, 1998, 48(5): 681 ~ 687
- [3] Khalili N, Geiser F, Blight G E. Effective stress in unsaturated soils: Review with new evidence [J]. Int J of Geomechanics ©

- [4] Fredlund D G, Morgenstern N R. Stress state variables for unsaturated soils[J]. ABB Rev, 1977, 103(5): 447 ~ 466
- [5] Loret B, Khalili N. Three - phase model for unsaturated soils[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 2000, 24: 893 ~ 927
- [6] 王靖涛. 论岩土塑性体应变与剪应变的相互作用原理[J]. 中国工程科学, 2006, 8(9): 24 ~ 29
- [7] Wang J T. The principle of interaction between plastic volumetric and shear strains and the constitutive model for geotechnical materials[J]. Chinese Academy of Engineering, Engineering Sciences, 5
- [8] Loret B, Khalili N. An effective stress elastic - plastic model for unsaturated porous media[J]. Mechanics of Materials, 2002, 34: 97 ~ 116
- [9] Fleureau J M. Kheir - saouds, soemitro R and Taibi S. Behaviour of clayey soils on drying - wetting path [J]. Can, Geotech J, 1993, 30: 287 ~ 296
- [10] Wheeler S J, Sivakumar V. An elasto - plastic critical state framework for unsaturated soils [J]. Geotechnique, 1995, 45 (1): 35 ~ 53
- [11] Hvorslev M J. Uber die fesigkeitseigen - chaften gestorter bindiger boden[J]. Ingvidensk, Skr A, 1937
- [12] Roscoe K H, Schofield M A, Wroth C P. On the yielding of soil [J]. Geotechnique, 1958, (8): 22 ~ 53

## The Principle of Interaction Between Plastic Volumetric and Shear Strains for Unsaturated Soils

Wang Jingtiao

(1. Department of Architectural Engineering, Xinyang Normal University, Xinyang Henan 464000, China; 2. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

[**Abstract**] In this paper, the principle of interaction between plastic volumetric and shear strains for rock and soil has been extended to the field of unsaturated soils. Two new interactions of suction - plastic volumetric strain and pore air pressure - plastic volumetric strain appear in the unsaturated state of a soil besides the interaction between plastic volumetric and shear strains.

The suction possesses a dual property. Thereby the effect of the suction on plastic volumetric strain includes two opposite aspects. By means of this property of suction, the physical significance of effective stress parameter, effects of suction on volume change and preconsolidation pressure, and the mechanism of collapse upon wetting all can be explained. In addition, it is theoretically proved by application of this principle of interaction that the critical state line for unsaturated soils exists, and is unique and independent of the stress history.

[**Key words**] the principle of interaction between plastic volumetric and shear strains; unsaturated soil; matric suction; the principle of effective stress