

压力容器分析设计中基于“处理面”的等效线性化方法

尹益辉, 余绍蓉

(中国工程物理研究院总体工程研究所, 四川绵阳 621900)

[摘要] 从球形压力容器在内压作用下的解析解出发进行分析,指出在现有著作和规范中,直接对沿壳体厚度变化的应力表达式沿壳体厚度的一条“处理线”进行一维积分求解厚壁球壳壁上的薄膜应力和弯曲应力的方法在概念上不够准确,会导致一定的额外误差。由此提出了在壳体的环形截面区域的一个“处理面”上进行二维积分来求解壳壁上的薄膜应力和弯曲应力的方法,在概念上是准确的,能够避免“处理线”法导致的额外误差。通过一个受内压厚壁球壳的弹性解析计算,说明新方法比原方法有明显的改进。

[关键词] 压力容器;分析设计;应力分类;等效线性化方法

[中图分类号] TH49 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2008)10-0031-05

1 前言

目前,压力容器设计采用的标准有两类^[1]:一是常规设计标准,二是分析设计标准。常规设计是用薄膜理论或材料力学方法导出压力、许用应力和容器及部件的主要尺寸之间具有显式关系的设计计算公式,然后基于弹性设计准则,依据这些公式进行容器结构的设计。分析设计是将由结构有限元分析得到的应力分解成一次应力、二次应力和峰值应力等不同类型,然后依据文献[2]或文献[3]等所确定的各类应力的不同判定准则来判定结构强度,进行容器结构设计。

在压力容器的分析设计中引入了应力分类的概念,其中每类应力都对应着不同的失效机制,服从于不同的极限值。其中一次应力对设计的决定性最强,因而分析时要求精度最高。但现有文献^[4,5]在对二维和三维弹性实体有限元计算的应力张量的各分量进行分类处理时,都是沿容器壁厚方向选择一条“处理线”(或称“校核线”),然后用最小二乘法等数据处理方法拟合出各应力分量沿“处理线”的分布曲线,再依据静力和静力矩等效原理,将各应力

分量分解成一次、二次和峰值应力,并将所有应力分量的分解结果按同类相加,得到分析设计中的各类应力强度。这种直接由拟合得到的沿壳体厚度变化的应力分量表达式沿壳体厚度的一条“处理线”进行一维直接或加权积分求解厚壁球壳壁上的薄膜应力或弯曲应力的方法存在着缺陷,会引起额外误差,而如果在壳体的环形截面区域的一个“处理面”进行二维直接或加权积分来计算壳壁上的薄膜应力或弯曲应力,就可弥补这一缺陷。笔者通过一个具体算例计算出当球形压力容器的外径与内径之比为1.353时,与精确解析解相比,薄膜应力无误差,一次应力误差为3.17%,而原有的基于“处理线”的方法计算的薄膜应力误差为1.00%,一次应力误差为4.57%,说明新方法比原方法有明显的改进。

2 理想的厚壁球壳中应力的解析解

对于承受内压 P 的等厚度厚壁球壳,由弹性力学可求得其任一点的应力分量分别为

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\varphi} = \frac{1}{2} \frac{P(K_2^3 + 2)}{K^3 - 1}, \sigma_r = \frac{P(1 - K_2^3)}{K^3 - 1} \quad (1)$$

[收稿日期] 2006-07-03;修回日期 2007-03-08

[作者简介] 尹益辉(1965-),男,四川江油市人,博士,中国工程物理研究院总体工程研究所研究员,博士生导师,主要从事复杂结构分析和工程力学研究

式中, σ_θ 是壳壁中的经向应力分量; σ_ϕ 是环向应力分量; σ_r 是径向应力分量; $K_2 = R_o/r$; $K = R_o/R_i$, 而 R_i 是球壳内半径; R_o 是外半径; r 是从球心算起的径向坐标。

3 厚壁球壳中薄膜应力与弯曲应力的不同计算方法

3.1 薄膜应力与弯曲应力的含义

依据文献[2], 薄膜应力的含义是: 沿容器器壁厚度均匀分布, 或是器壁上的法向应力在所考虑截面厚度内均匀分布的成分, 即当法向应力沿器壁厚度并非均匀分布时, 就为其在所考虑截面厚度内的平均值。

同样, 弯曲应力的含义是: 平衡压力或其他机械载荷所需的沿厚度线性分布的应力。这种弯曲应力也就是一次弯曲应力。

3.2 薄膜应力与弯曲应力不同计算方法及其比较

3.2.1 薄膜应力三种计算方法及其比较

薄膜应力的第一种计算方法: 弹性力学方法。该方法依据弹性力学中的无矩理论, 将球壳过球心截成两半, 然后直接假设截面上应力均匀分布, 对 $\theta \geq 0$ 的一半建立力平衡关系, 得到

$$\pi(R_o^2 - R_i^2)\sigma_{\theta m} = \pi R_i^2 P \quad (2)$$

式中, $\sigma_{\theta m}$ 是壳壁中沿 θ 坐标线(球壳经向)的薄膜应力。

由式(2)得

$$\sigma_{\theta m} = \frac{P}{K^2 - 1} \quad (3)$$

显然, 用该方法计算的薄膜应力在理论上是精确的, 能严格与内压力平衡。

薄膜应力的第二种计算方法: 基于“处理线”的等效线性化方法^[1]。该方法直接对沿壳体厚度任意变化的应力沿壳体厚度的一条“处理线”进行一维积分, 得到壳壁上的薄膜应力。这里, 对式(1)给定的弹性应力进行积分得

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta m} &= \frac{1}{R_o - R_i} \int_{R_i}^{R_o} \frac{1}{2(K^3 - 1)} P(K_2^3 + 2) dr \\ &= \frac{P}{K^3 - 1} \left(1 + \frac{K}{4} + \frac{K^2}{4}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

这种方法也就是现有压力容器分析设计中由结构有限元计算得到的应力张量各分量进行分类处理的等效线性化方法。显然该方法是近似的, 所得薄膜应力不能严格平衡内压力。

薄膜应力的第三种计算方法: 基于“处理面”的等效线性化方法, 这是笔者提倡的方法。该方法首先在所关注部位选择一个环形截面区域, 该区域由第二种方法中的“处理线”扫过一定的环向角而形成, 称其

为“处理面”; 然后对沿壳体厚度任意变化的应力在该“处理面”内进行二维积分, 得到壳壁上的薄膜应力。这里选择半球体的端面为“处理面”, 对式(1)在该“处理面”上进行二维积分, 即得到

$$\sigma_{\theta m} = \frac{1}{\pi(R_o^2 - R_i^2)} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{2\pi} \sigma_\theta r d\phi dr = \frac{P}{K^2 - 1} \quad (5)$$

对比式(5)与式(3)可见, 该方法计算得到的薄膜应力在理论上也是精确的。这说明对于环形(或扇形)截面, 严格来说, 不能按第二种方法来求薄膜应力。

比较式(4)与式(5)的求解可见, 基于“处理线”的等效线性化方法中采用直接对应力沿壳厚方向进行一维积分来求平均应力, 由于没有考虑不同径向位置壳壁的环向长度差异而引入了额外的误差, 如图1所示。图中截面法向应力垂直纸面。当应力作用区域为矩形时, 见图1(a), 整个区域上的应力平均值与应力沿“处理线”的一维平均值相等; 当应力作用区域为环形或扇形时, 见图1(b), 整个区域上的应力平均值与应力沿“处理线”的一维平均值就不相等。这也就是基于“处理面”的等效线性化方法比基于“处理线”的等效线性化方法更加准确的缘由。

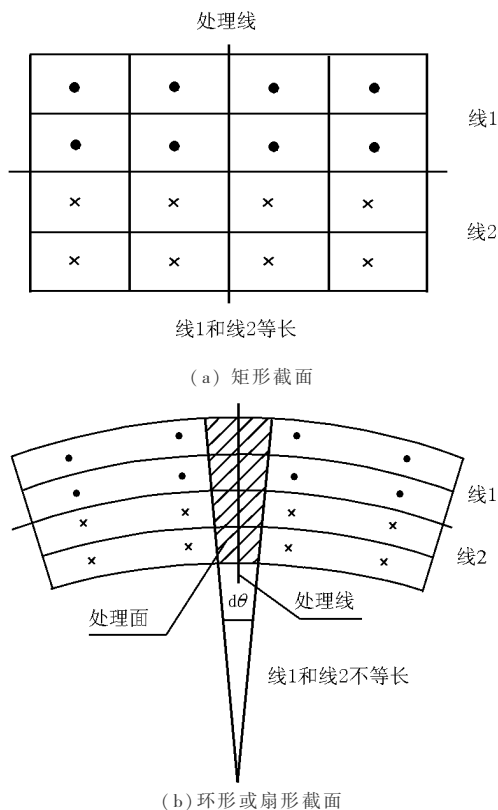


图1 不同形状截面上应力的线平均值和面平均值的比较

Fig. 1 Comparison of curve mean and area mean of stress on different form cross-sections

在分析设计中,设由有限元计算得到在一个环形区域内只沿径向 r 变化的应力分量 $\sigma(r)$, 该区域面积为 D , 则在该环形区域内对 $\sigma(r)$ 求面平均值, 所得应力均值即为该区域的薄膜应力, 即

$$\sigma_m = \frac{1}{D} \int_{R_i}^{R_o} \int_0^{\varphi_0} \sigma(r) r d\varphi dr \quad (6)$$

取不同的 K 值, 由式(3)(或(5))和式(4)计算所得薄膜应力的差别如表 1 所示。

表 1 不同 K 值所得 σ_{0m} 的比较

Table 1 Comparison of the values of σ_{0m} for different K

K	1.010	1.100	1.200	1.250	1.353	
σ_{0m}	“处理线”法	49.751 24 P	4.761 90 P	2.272 78 P	1.777 78 P	1.203 94 P
	“处理面”法	49.751 66 P	4.765 86 P	2.280 22 P	1.786 89 P	1.216 07 P
	相对误差/%	0.000 84	0.083	0.327	0.512	1.000

表 1 中, K 值 1.250 和 1.353 分别为美国压力容器规范 ASME VIII - 2 与 GB 150—1998 中规定的球壳厚度计算公式

$$\delta = \frac{PR_i}{2[\sigma]'\varphi - 0.5P} \quad (7)$$

的适用范围。当 $K > 1.353$ 时, GB150 - 1998 规定采用塑性失效准则计算和设计, 此时, 应力沿壳厚的变化比式(1)所示弹性应力的变化更平缓, 由第二种和第三种方法计算的薄膜应力差别会更小。

由表 1 可见, 由基于“处理线”的等效线性化方法和基于“处理面”的等效线性化方法计算的结果之间差别不大, 但随着 K 值增大, 其差别也增大, 在 K 值为弹性设计允许的最大值时, 二者相对误差略超过 1%。这说明, 在压力容器的分析设计中, 对于关注部位为环形截面的情况, 当设计精度要求不很高时, 现有文献中的基于“处理线”的等效线性化方法可直接使用, 但当精度要求很高时, 宜采用基于“处理面”的等效线性化方法。

3.2.2 弯曲应力的两种计算方法及其比较

弯曲应力的第一种计算方法: 基于“处理线”的等效线性化方法^[1]。该方法与薄膜应力的计算方法类似, 是将沿壁厚任意分布的应力在“处理线”上进行一维加权积分。以球壳为例, 求解线性分布弯曲应力的公式为

$$\int_{R_i}^{R_o} \sigma_{0b}(r - R_i - \delta/2) dr = \int_{R_i}^{R_o} \sigma_{\theta}(r - R_i - \delta/2) dr \quad (8)$$

又设内外壁最大弯曲应力分别为 σ_{bi} 和 σ_{bo} , 则线性分布的弯曲应力可表示为

$$\sigma_{0b} = \frac{r - R_i - \delta/2}{\delta/2} \sigma_{bo} \quad (9)$$

将式(1)和式(9)代入式(8), 得到

$$\sigma_{bo} = \frac{3[K - 3K^2 + 3K^3 - K^4]}{4[K - 1]^2[K^3 - 1]} P, \quad \sigma_{bi} = -\frac{3[K - 3K^2 + 3K^3 - K^4]}{4[K - 1]^2[K^3 - 1]} P \quad (10)$$

弯曲应力的第二种计算方法: 基于“处理面”的等效线性化方法。同样与薄膜应力的计算方法类似, 考虑图 1(b) 中环向角为 $d\varphi$ 的圆环区, 设该截面区域上的法向(即径向)应力分量为 $\sigma_{\theta}(r)$ 、薄膜应力为 σ_{0m} , 该截面上弯曲应力的弯曲中心即平均应力的合力矩为零的径向位置为 r^* , 则可由方程

$$\int_{r^*}^{R_o} \sigma_{0m} r(r - r^*) d\varphi dr = \int_{R_i}^{r^*} \sigma_{\theta} r(r^* - r) d\varphi dr \quad (11)$$

求得 r^* 为

$$r^* = \frac{2K^2 + K + 1}{3K(K + 1)} R_o \quad (12)$$

式(12)是环形或扇形截面上弯曲应力的弯曲中心位置, 与矩形截面的情况和基于“处理线”的等效线性化方法的情况不一样, 后两者的弯曲中心在截面的几何中心。

设等效线性化弯曲应力为

$$\sigma_{0b}(r) = \sigma_{\theta}^* \frac{r - r^*}{R_i} \quad (13)$$

则根据单位环向角截面区域弯曲应力对其弯曲中心的矩应该与等效线性化弯曲应力对同一弯曲中心的矩相等, 得到

$$\int_{R_i}^{R_o} \sigma_{\theta}^* \frac{r(r - r^*)^2}{R_i} d\varphi dr = \int_{R_i}^{R_o} \sigma_{\theta}(r) r(r - r^*) d\varphi dr \quad (14)$$

将式(1)代入式(14), 得到

$$\sigma_{\theta}^* = \frac{18(K+1)K^3 \ln K - 12K^2(K^3 - 1)}{(K^3 - 1)[9(K+1)(K^4 - 1) - 8(K-1)(K^2 + K + 1)^2]} P \quad (15)$$

由该等效线性化弯曲应力式(15)求得内外壁最大弯曲应力分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{bi} &= \sigma_{\theta}^* \left[\frac{1}{3} - \frac{2K^2}{3(K+1)} \right], \\ \sigma_{bo} &= \sigma_{\theta}^* \left[\frac{K}{3} - \frac{2}{3(K+1)} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

表2是由式(10)和式(16)计算的不同K值时

的弯曲应力的比较。由表2可见,由“处理面”法计算的结果比“处理线”法的略大,在球壳内外面处两者最大相对误差分别为3.60%和6.55%。这表明基于“处理线”法的计算结果做出的设计倾向于更危险。

表2 不同K值所得 σ_{bi} 和 σ_{bo} 的比较

Table 2 Comparison of the values of σ_{bi} and σ_{bo} for different K

K	1.010	1.100	1.200	1.250	1.353	
σ_{bi}	“处理线”法	0.250 00 P	0.249 24 P	0.247 25 P	0.245 90 P	0.242 55 P
	“处理面”法	0.250 44 P	0.252 89 P	0.253 62 P	0.253 32 P	0.251 60 P
	相对误差/%	0.176	1.44	2.51	2.93	3.60
σ_{bo}	“处理线”法	-0.250 00 P	-0.249 24 P	-0.247 25 P	-0.245 90 P	-0.242 55 P
	“处理面”法	-0.24961 P	-0.244 99 P	-0.238 70 P	-0.235 23 P	-0.227 63 P
	相对误差/%	0.156	1.73	3.58	4.54	6.55

3.3 不同方法计算所得一次应力的比较

表3是按文献[1]的定义,由表1和表2的有关数据综合得到的不同计算方法所得一次应力及其比较情况。因为球壳内表面上的一次应力比外表面上

与“处理面”法计算所得结果之间的相对误差可达到1.44%;由“处理线”法和“处理面”法计算的结果与直接由式(1)计算的精确理论结果之间的误差分别为4.57%和3.17%,即与“处理线”法相比,由“处理面”法计算的结果更加接近精确的理论结果。

表3 不同K值所得一次应力的比较

Table 3 Comparison of the primary stress for different K

K	1.010	1.100	1.200	1.250	1.353	
内表面一次应力	①—“处理线”法	50.001 2 P	5.011 14 P	2.520 03 P	2.023 68 P	1.446 49 P
	②—“处理面”法	50.002 1 P	5.018 75 P	2.533 84 P	2.040 21 P	1.467 67 P
	③—由式(1)计算的精确解	50.003 3 P	5.031 72 P	2.560 44 P	2.073 77 P	1.515 70 P
$\sigma_{\theta m} + \sigma_{bi}$	①与②相对误差/%	1.72×10^{-3}	0.15	0.55	0.81	1.44
	①与③相对误差/%	4.24×10^{-3}	0.41	1.58	2.42	4.57
	②与③相对误差/%	2.44×10^{-3}	0.26	1.04	1.62	3.17

4 结语

现有标准、规范及相关文献中在对压力容器进行分析设计时所采用的基于“处理线”的等效线性化方法还存在缺陷,会引起额外误差。

基于“处理面”的等效线性化方法对于关注部位为环形或扇形截面的应力分类处理,在理论上更加准确,可弥补原有的基于“处理线”的等效线性化方法的缺陷,从而使设计更加准确、精度更高。如对

于球形压力容器,在弹性设计范围内,与精确解析解相比,新方法计算的薄膜应力无误差,一次应力误差为3.17%,而原有的基于“处理线”的方法计算的薄膜应力误差为1.00%,一次应力误差为4.57%,即新方法使设计精度提高了1.40%。

参考文献

- [1] 李建国. 压力容器设计的力学基础及其标准应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004

- [2] 丁伯民. 美国压力容器规范分析 - ASME VIII - 1 和 ASME VIII - 2[M]. 上海:华东理工大学出版社,1995
- [3] 钢制压力容器——分析设计标准[S]. JB 4732 - 95
- [4] 龚曙光,谢桂兰. 压力容器分析设计中的应力分类方法[J].

化工装备技术,2000,21(3):27-31

- [5] 沈迅伟,李永生,陈建俊. 筒体大开孔结构的应力分析[J]. 化工机械,1992,(2):17-22

Equivalent linearization method based on assessment area in the analysis-design of pressure vessels

Yin Yihui, Yu Shaorong

(*Institute of Systems Engineering, CAEP, Mianyang, Sichuan 621900, China*)

[**Abstract**] Based on the analytical solutions of a spherical pressure vessel subjected to internal pressure, it points out that the results of membrane stress and bending stress are inaccurate obtained by the one-dimension integral along a line called assessment line in the direction of shell thickness recommended by some references and standards. Therefore, a more accurate method is presented in which the resorted stresses are obtained through two-dimension integral over a ring cross-section area called assessment area of the shell. As an example, an analysis based on the elastic analytical solutions of a thick-walled spherical shell bearing internal pressure shows that the method suggested by this paper can make analysis and design of pressure vessels more accurate.

[**Key words**] pressure vessel; analysis-design; stress assorting; equivalent linearization method