

# 悬索桥短吊索索力测试的探讨

齐东春<sup>1</sup>, 郭 健<sup>2</sup>, 沈锐利<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学, 成都 610031; 2. 浙江省舟山连岛工程建设指挥部, 浙江舟山 316000)

[摘要] 因难以准确确定吊索的计算长度和抗弯刚度,按照公式法计算短吊索的索力误差一般较大。以新沟河大桥悬索桥吊索索力测试为研究背景,分析了吊索的边界条件、抗弯刚度、计算索长及线密度等因素对索力测试精度的影响,表明公式法的简化假设对短吊索不适用。介绍了有限元法分析吊索索力的方法,按吊索的实际尺寸建立有限元模型,首先识别出吊索的抗弯刚度,然后建立各吊索的索力—频率对应表格,查表即可得到实测频率对应的索力。该方法应用到新沟河大桥的施工监控,证明是一种行之有效的办法。

[关键词] 短吊索;索力测试;频率法;抗弯刚度;有限元法

[中图分类号] U448.25 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2010)07-0078-06

## 1 前言

悬索桥的吊索上端通过索夹与主缆相连,下端锚固在加劲梁上,是联系加劲梁和主缆的纽带。自锚式悬索桥吊索内恒载索力的大小,是确定加劲梁与主缆成桥状态真实索形及内力的关键因素。自锚式悬索桥在体系转换过程中吊索索力的准确测量是确保体系转换顺利进行和索力调整的关键,因此准确测量吊索中的实际索力显得尤为重要。目前国内外常用的索力测试方法有以下几种:

油压表法或张拉测力传感器:由张拉系统上经过标定的油压表或测力传感器直接读出索力;

永久锚固传感器法:在吊索锚头与垫板之间放置压力传感器测定其施工阶段和锚固以后的索力;

频率法:测取吊索自振频率后根据索力与自振频率之间的关系计算出索力;

磁通量法:在吊索中放置电磁传感器,通过其磁通量的变化来测定索力。

以上几种测定方法中,传感器法测试精度高,很适合对正在张拉的吊索索力进行测试,张拉完后将其卸下用于其他吊索的张拉,但永久锚固传感器花费很大。频率法因其操作简单方便,可对张拉后的

吊索进行测试,是评估索力普遍采用的方法。

## 2 频率法测量索力的原理

根据弦的振动理论,对于张紧的索,当其垂度的影响忽略不计,在无阻尼时的自由振动方程为<sup>[1]</sup>:

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

对上述微分方程(1)采用分离变量法,假定拉索两端为铰支边界条件,经过单位换算可得到工程中常用的吊索索力  $T$  与振动频率  $f_n$  的关系为:

$$T = \left(\frac{4}{1\ 000}\right) m l^2 \left(\frac{f_n}{n}\right)^2 - \frac{n^2 EI \pi^2}{l^2} \quad (2)$$

式(1)中: $T$ 为吊索索力,kN; $m$ 为吊索的线密度,kg/m; $l$ 为吊索锚固点之间的长度,m; $f_n$ 为主振动频率,Hz; $n$ 为主振频率阶次; $E$ 为吊索弹性模量,kN/m<sup>2</sup>; $I$ 为吊索抗弯惯性矩,m<sup>4</sup>。

式(2)是工程中常用的索力—频率计算公式,等号右边第二项即为索的抗弯刚度  $EI$  对索力的影响。在不考虑抗弯刚度的情况下,索的各阶频率为1:2:3:4:5……,其任意两阶相邻自振频率之差等于第1阶自振频率值,即各阶自振频率是等间距的,这是无抗弯刚度索振动的一个重要特征。在考虑索抗

[收稿日期] 2010-04-15

[基金项目] 国家科技支撑计划项目资助(2008BAG07B05)

[作者简介] 齐东春(1978-),男,湖北宜昌市人,博士研究生,主要从事现代桥式及桥梁结构设计理论研究;E-mail:qidongchun@163.com

弯刚度的情况下,索的各阶自振频率不再是等间距的,其间距随着自振频率阶数的增大而增大。

### 3 索力测试的影响因素

用频率法测试索力,现有的仪器和分析手段,测试频率的精度可达到 0.001 Hz,所以频率法所确定的索力精度在很大程度上取决于吊索本身参数的可靠性,如边界条件、吊索的抗弯刚度、吊索长度及吊索线密度等。下面以一自锚式悬索桥吊索为研究对象,分析上述参数的影响。

该自锚式悬索桥为双索面预应力混凝土结构。主缆跨径组合为(40 + 100 + 40) m,矢跨比为 1/5.85。桥塔为“h”形钢筋混凝土框架式主辅塔结构,主塔柱全高 32.3 m。全桥共 62 根吊索,最长吊索 18.86 m,最短吊索仅 4.16 m,吊索基本间距为 5.0 m,采用单根 109 丝  $\phi 7$  mm 的高强镀锌钢丝组成的成品索,双层 PE 保护层,吊索上端与索夹采用叉耳板销接,下端采用冷铸镦头锚锚于横梁底部,在箱梁底张拉。上下锚头见图 1。

#### 3.1 边界条件的影响<sup>[2]</sup>

悬索桥吊索上端通过索夹与主缆相连,边界条件介于铰支和固支之间;下端锚固在加劲梁上,可按

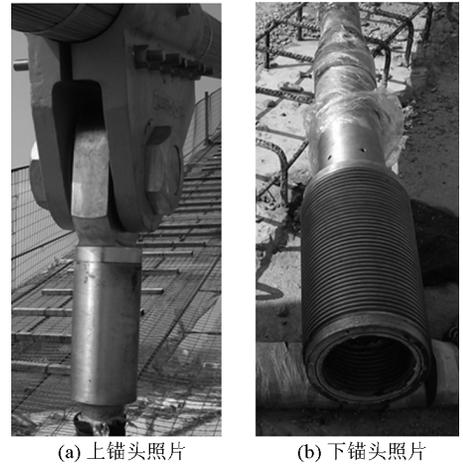


图 1 吊索上下锚头照片

Fig. 1 The anchor head photo of hangers

固支考虑。分别按上端铰支、下端固支和两端均固支两种不同的情况来考察边界条件对索力的影响,按照吊索的实际尺寸建立有限元模型计算实测基频下对应的索力,与锚头下压力传感器测量的索力对比,结果见表 1。表 1 中差值 1 是指边界条件为两端固结时有限元模型计算值与压力传感器测量值的差值百分比;差值 2 是指上端铰支、下端固支时两者的差值百分比。

表 1 边界条件的影响

Table 1 Test results in consideration of boundary conditions

索号	索长/m	基频/Hz	固结/kN	铰接/kN	传感器读数	差值 1/%	差值 2/%
3#	8.63	18.38	2 325	3 520	2 370	1.9	48.5
4#	11.46	10.66	1 465	2 015	1 500	2.3	34.3
5#	14.68	8.30	1 585	2 020	1 599	0.9	26.3
6#	18.25	5.85	1 250	1 550	1 260	0.8	23.0
7#	18.85	6.51	1 710	2 050	1 760	2.8	16.5

从表 1 可看出,按照两端固结计算所得的索力与压力传感器测量值很接近,差值在 3% 以内。而按上端铰支、下端固支所得的索力与压力传感器测量值相差较大,说明对于这种构造的短吊索按两端固支考虑更符合实际。随着索长的缩短,边界条件对索力的影响越来越明显,边界条件对短吊索的影响大于对长吊索的影响。

#### 3.2 抗弯刚度的影响

抗弯刚度对索力测量的影响是一个复杂的问题,受吊索内部结构形式、钢丝间的黏接程度、索力大小及吊索边界条件等诸多因素的影响<sup>[3,4]</sup>,难以准确识别。吊索的实际抗弯刚度应介于吊索钢丝间完全不黏接与完全黏接之间,为考察其影响,把抗弯

刚度分别取值为零抗弯刚度、无黏接抗弯刚度及完全黏接抗弯刚度,边界条件取为两端固支,以 7# 吊索为例建立有限元计算模型,计算不同索长下抗弯刚度对索力的影响,结果见表 2。表 2 中差值 1 是指抗弯刚度取零值与取完全黏接时计算索力的差值百分比;差值 2 是指抗弯刚度取无黏接与取完全黏接时计算索力的差值百分比。

从表 2 可知,抗弯刚度的取值对短吊索索力影响较大,随着索长的增加,抗弯刚度的影响变小,当索长达到 45 m,抗弯刚度取零值与最大值时索力的差异在 5% 以内。索长达到 30 m,抗弯刚度取无黏接与完全黏接时索力的差异在 5% 以内。对于索长 30 m 以内的吊索抗弯刚度的准确识别是很重要的。

表2 抗弯刚度的影响

Table 2 Test results in consideration of bending rigidity

索长 /m	基频 /Hz	不同抗弯刚度值 对应的索力/kN			差值1 /%	差值2 /%
		零值	无黏接	完全黏接		
20	6.08	1 860	1 700	1 550	16.7	8.8
30	3.93	1 790	1 700	1 625	9.2	4.4
35	3.33	1 770	1 700	1 640	7.3	3.5
40	2.89	1 755	1 700	1 650	6.0	2.9
45	2.56	1 745	1 700	1 660	4.9	2.4
50	2.29	1 740	1 700	1 665	4.3	2.1

### 3.3 吊索长度的影响

利用公式(1)计算索力,吊索计算长度的确定是一个关键问题,公式(1)是将两支点的吊索当成匀质索,但吊索上下锚头有一定长度,锚头部分的材料、截面尺寸及线密度均与柔性索段的差异很大。从振动特性来看,相当于缩短了吊索的锚固长度,有文献指出将锚头刚性长度折减0.35~0.48倍来修正吊索计算长度,然而经考证上述经验公式对短吊索并不适用。为考察其影响,以7#吊索为例建立有限元计算模型,边界条件取为两端固支,抗弯刚度取识别出来的刚度值,计算不同索长下有限元计算值与按公式(1)计算值的差异,结果见表3。公式法中的吊索的计算长度取两支点的长度,未考虑锚头刚性长度的折减。

表3 有限元法与公式法的比较

Table 3 The result comparison between the finite element method with the formula method

索长/m	基频/Hz	有限元法/kN	公式法/kN	差值/%
20	6.078	1 700	2 122	24.8
30	3.923	1 700	1 992	17.2
40	2.896	1 700	1 931	13.6
50	2.295	1 700	1 895	11.5
60	1.900	1 700	1 871	10.0
70	1.621	1 700	1 853	9.0
80	1.413	1 700	1 839	8.2

从表3可看出,索长20 m的吊索两种方法的差异约25%,随索长增加差异减小,当索长超过60 m时两者的差异在10%以内。对于最长吊索不到20 m的自锚式悬索桥,若按照公式(1)计算必将产生较大误差,不能满足工程控制的要求。

对于短吊索,锚头部分长度在吊索总长中的比

例增加,吊索锚头长度对索力的影响程度必将加大。表4给出了考虑吊索锚头刚性区与不考虑时的索力差异,不考虑锚头刚性区是指将吊索上下锚头部分取为与吊索柔性部分一样的设计参数。

表4 吊索锚头刚性区的影响

Table 4 The impact of anchor rigidity area of hangers

索长/m	基频/Hz	考虑锚头/kN	不考虑锚头/kN	差值/%
20	6.078	1 700	1 960	15.3
30	3.923	1 700	1 895	11.5
40	2.896	1 700	1 860	9.4
50	2.295	1 700	1 840	8.2
60	1.900	1 700	1 820	7.1
70	1.621	1 700	1 813	6.6
80	1.413	1 700	1 805	6.2

从表4可看出,锚头刚性区对短吊索的影响明显,应按锚头部分的实际长度、材料及截面特性考虑锚头刚性区对索力的影响。

### 3.4 线密度的影响

吊索上下锚头部分与柔性索段的线密度差异较大,上下锚头的线密度可根据锚头的实际质量和长度准确得出,柔性索段包括了多根钢丝、PE套管及防护等,应根据吊索出厂参数计算,应计入所有部分的重量。表5给出了改变柔性索段的线密度时索力的变化情况,7#索为最长吊索,索长18.85 m;3#索索长8.63 m。从表5可看出,索力变化量与线密度变化近似成线性规律,短吊索对线密度的变化更加敏感。

表5 线密度的影响

Table 5 Test results in consideration of linear density

线密度 增量/%	7#吊索			3#吊索		
	基频/Hz	索力/kN	差值/%	基频/Hz	索力/kN	差值/%
0	6.49	1 700	0.0	16.05	1 700	0.0
-5	6.49	1 610	5.3	16.05	1 600	5.9
-10	6.49	1 520	10.6	16.05	1 502	11.6
-15	6.49	1 430	15.9	16.05	1 403	17.5
-20	6.49	1 340	21.2	16.05	1 304	23.3

按照索力—频率公式计算索力的方法,均是假定了索为匀质吊索,两锚固点间的索段取同一截面尺寸、同一线密度,而忽略了吊索锚头的抗弯刚度及线密度与柔性索段间的差异<sup>[5]</sup>。对于长吊索,这种

假设或许不会明显降低测试精度,但对于短吊索,这种假定会造成较大的误差甚至错误,无法满足工程的需要。另外,减振架会对吊索自振频率造成较大影响,常用频率公式没有考虑此影响。鉴于以上原因,文章摒弃了常用的索力—频率公式法,提出用有限元软件直接建立吊索模型的方法,将整根吊索分为上锚头刚性区、柔性索段、下锚头刚性区三部分,各部分按实际取不同的抗弯刚度和线密度,通过反复试算建立每根吊索索力—频率的曲线或表格,测得吊索频率后查图或表即可得到其对应的索力,这一方法在一小跨度自锚式悬索桥得以应用,取得了很好的效果,解决了短吊索难以用实测频率评估索力的难题。

#### 4 有限元法计算吊索索力

吊索上端通过销铰与索夹相连,下端通过锚杯螺母将吊索锚固在锚垫板上,整根吊索可以当成上起销铰中心下至下锚面(锚垫板与球铰间的接触面),中间可以划分为上锚头刚性区、柔性索段、下锚头刚性区3个部分,上销铰中心和下锚面即为吊索的边界,边界条件可按上端铰支、下端固支或者两端固支的方式分别考虑(见图2)。建立吊索计算模型时上下锚头刚性区部分的长度、截面特性及线密度等参数按实际情况输入。柔性索段的线密度应按照出厂参数换算为等效线密度(包括了PE管和防护),截面面积为组成吊索的钢丝面积之和,吊索抗弯刚度  $EI$  需通过多根吊索识别出来。

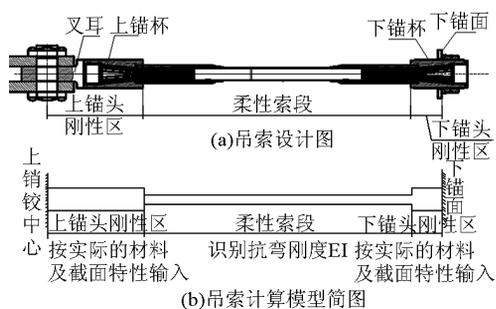


图2 吊索有限元计算模型简图

Fig. 2 The finite element model diagram of hangers

吊索的计算参数中除了柔性吊索部分的抗弯刚度  $EI$  未知外,其他的参数均可比较准确地计算出来。首先要识别出抗弯刚度  $EI$ ,方法是在吊索张拉时用压力传感器测出吊索的索力,同时用振动法测

出吊索的频率,压力传感器测量出来的吊索索力一般精度较高,可当作是吊索的实际索力,将该索力代入到有限元模型中,可以计算出吊索的频率,若该频率与实测频率值不符,则修改假定的抗弯刚度  $EI$ ,重新计算直到两者近似相等为止,此时的  $EI$  值即为吊索的实际抗弯刚度。对多根吊索按这一方法进行抗弯刚度的识别,舍弃差异大的  $EI$  值,然后取均值即为同类吊索的实际抗弯刚度。抗弯刚度识别出来后,吊索的所有计算参数均为已知。在后续施工中,根据实测的频率值就能计算出吊索的索力,方法同样是采用试算法,先假定吊索的索力,计算出吊索频率,与实测频率比较,若差异大则改变吊索索力重新计算,直到计算频率与实测频率接近为止,最终的假定值即为吊索实测频率对应的实际索力。计算流程见图3。

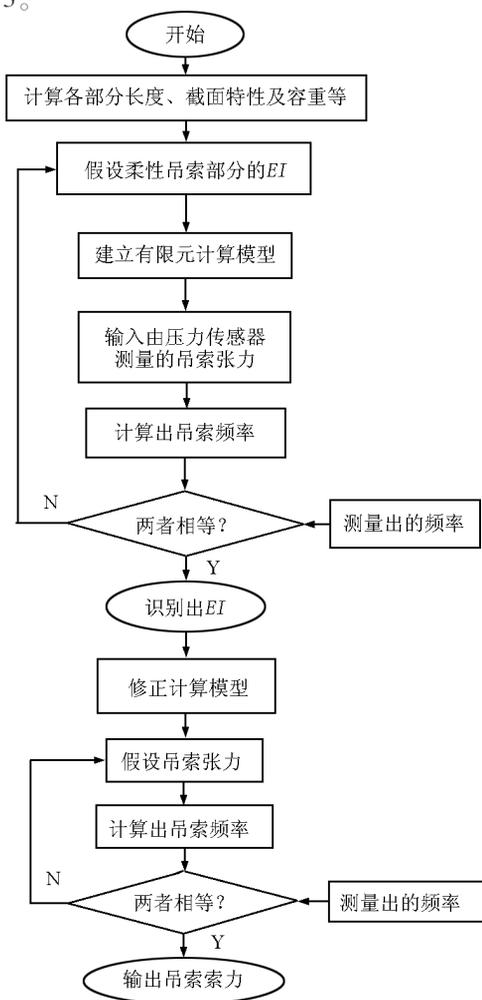


图3 吊索抗弯刚度识别和索力识别流程图

Fig. 3 The flow chart of the indentifying of bending stiffness and hanger tension

长度过短(一般小于 5 m)的吊索振幅很小,强迫振动的干扰很大,故无法准确测出其固有频率,因此上述有限元计算索力的方法不适用于长度 5 m 以下的吊索,可在下锚头安置压力传感器监测其索力。

## 5 工程实例

以新沟河自锚式悬索桥为例,在该桥的体系转换中,应用上述方法测试吊索的索力。首先在吊索初次张拉时,记录下张拉时锚下压力传感器的读数,同时测试其频率,识别出吊索的抗弯刚度  $EI$ 。表 6 列出了部分吊索所识别出的柔性索段的抗弯刚度,其平均值为  $280.36 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ,介于  $268.85 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  (钢丝完全不黏接)和  $834.37 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  (钢丝完全黏接)之间,比较接近完全不黏接的情况。

表 7 是对右幅 28#吊索(索长 11.49 m)建立有限元模型,抗弯刚度取识别出来表 6 的平均值,得到的不同索力对应的频率。应用中根据实测频率查表,就得到对应频率下的索力。图 4 是该吊索索力—频率的关系曲线,是一条微弯的曲线,索力增长快于频率的增长。对每根吊索均按上述方法建立频率对应的索力值表格,测试频率后就可识别出吊索的索力。

某自锚式悬索桥的所有吊索均在 20 m 以下,按理论的频率公式计算的索力与吊索中的实际索力差异很大,给体系转换的顺利进行和索力的调整带来了困难。应用上述有限元法评估索力的方法识别出的索力与压力传感器测得的索力差异很小,在 5% 以内,说明该方法具有较高的精度,完全满足施工控制的需要。

## 6 结语

1) 将吊索假定为弦的索力—频率计算公式是目前工程中普遍采用的公式,但对于短吊索不适用。

表 6 部分吊索识别出的抗弯刚度  $EI$

Table 6 The identified bending stiffness  $EI$  of part hangers

吊索编号	传感器读数/kN	测试频率/Hz	计算频率/Hz	识别出的 $EI$ /( $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ )
左幅 6#	1 260	5.854	5.853	278.85
左幅 9#	1 888	10.138	10.138	284.00
左幅 10#	1 901	12.458	12.456	288.40
左幅 21#	1 597	14.416	14.415	268.80
左幅 23#	1 653	9.476	9.474	293.80

吊索编号	传感器读数/kN	测试频率/Hz	计算频率/Hz	识别出的 $EI$ /( $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ )
左幅 26#	1 594	6.532	6.531	268.80
右幅 5#	1 599	8.303	8.301	291.80
右幅 6#	1 798	6.890	6.892	275.80
右幅 8#	1 729	7.873	7.872	268.80
右幅 10#	1 726	11.978	11.977	308.80
右幅 26#	1 648	6.590	6.592	262.90
右幅 27#	1 618	8.233	8.232	273.60
平均值				280.36

表 7 右幅 28#吊索基频对应的索力

Table 7 The corresponding tension of fundamental frequency of the No. 28 hanger

索力 /kN	基频 /Hz	索力 /kN	基频 /Hz	索力 /kN	基频 /Hz
900	8.62	1 450	10.609	2 000	12.253
950	8.822	1 500	10.77	2 050	12.391
1 000	9.018	1 550	10.928	2 100	12.527
1 050	9.21	1 600	11.084	2 150	12.661
1 100	9.397	1 650	11.238	2 200	12.794
1 150	9.581	1 700	11.389	2 250	12.926
1 200	9.761	1 750	11.538	2 300	13.056
1 250	9.937	1 800	11.685	2 350	13.184
1 300	10.109	1 850	11.83	2 400	13.311
1 350	10.279	1 900	11.973	2 450	13.437
1 400	10.445	1 950	12.114	2 500	13.562

2) 抗弯刚度对短吊索的索力影响较明显,当索长小于 30 m 时需在现场配合压力传感器进行抗弯刚度的识别。

3) 吊索边界条件介于上端铰支、下端固支与两端固支之间,计算表明更接近了两端固支的情况。

4) 当索长超过 60 m,有限元法和公式法计算的索力差异在 10% 以内,此时按公式法计算索力不会引起较大误差。

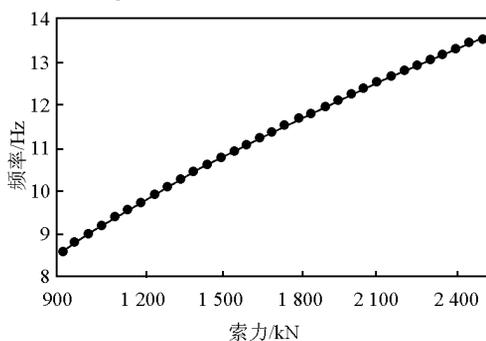


图 4 右幅 28#吊索索力—频率关系曲线

Fig. 4 The curve of hanger tension—fundamental frequency of the No. 28 hanger

5) 文章介绍的短吊索索力计算的方法摒弃了公式法的各种假定,直接按吊索实际尺寸建模,虽显

繁琐,但实践证明是一种行之有效的方法。可以建立各吊索的频率—索力对应表格,根据实测频率查表得到对应的索力。

#### 参考文献

- [1] 克拉夫 R W,彭津 J,王光远,等. 结构动力学[M]. 北京:科学出版社,1981.204-207
- [2] 徐霞飞,任伟新. 边界条件对吊索索力估算的影响[J]. 铁道

科学与工程学报,2008,(6):26-31

- [3] 孟少平,杨睿,王景全. 一类精确考虑抗弯刚度影响的系杆拱桥索力测量新公式[J]. 公路交通科技,2008,(6):87-91
- [4] 方志,张智勇. 斜拉桥的索力测试[J]. 中国公路学报,1997,(1):51-57
- [5] 王卫锋,韩大建. 斜拉索的索力测试及其参数识别[J]. 华南理工大学学报(自然科学版),2001,(1):18-21

## Study on tension testing of short hangers in suspension bridges

Qi Dongchun<sup>1</sup>, Guo Jian<sup>2</sup>, Shen Ruili<sup>1</sup>

(1. Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Zhejiang Provincial Construction Headquarters of Zhoushan Islands Link Project, Zhoushan, Zhejiang 316000, China)

[Abstract] Because it is difficult to accurately determine the effective length and bending rigidity of a hanger, the tension calculation of short hangers according to formula method may lead to big error. Taking the testing of hanger tension of the Xingou River Bridge as the research background, the effects of such parameters as boundary conditions, bending stiffness, effective length and linear density on the accuracy of the tension measurements are analyzed in detail. The results show that the simplifying assumptions of formula method are not suitable for short hangers. Hanger tension calculation with finite element method is introduced. The finite element model is established according to real condition. Firstly, the bending stiffness of hangers is identified; then corresponding relationship table of hanger tension - frequency should be established. The corresponding tension of a measured frequency can be obtained through looking up the table. The method has been applied to construction monitoring of Xingou River Bridge and proved to be an effective method.

[Key words] short hanger; hanger tension measurement; frequency method; bending rigidity; finite element method