

基于敲出障碍期权和博弈理论的项目投资决策分析

吴云¹, 何建敏²

(1. 江苏金融租赁有限公司, 南京 210018; 2. 东南大学经济管理学院, 南京 210009)

[摘要] 阐述了实物期权的基本原理和敲出障碍期权的内涵及其定价求解, 提出了基于敲出障碍期权的实物期权定价方法和博弈理论的项目投资决策分析, 分析了双寡头市场结构下的项目投资决策, 给出了算例分析。

[关键词] 敲出障碍期权; 实物期权; 博弈理论; 投资决策

[中图分类号] F830.9 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2005)09-0044-05

1 引言^[1~5]

企业进行投资的首要工作是对投资项目进行经济可行性分析, 评估投资可能产生的收益, 并将其与投资成本相比较, 决定是否值得投资。目前广泛使用的方法是净现值法 (NPV), 即将各期的净现金流量 (NCF) 贴现为净现值, 然后以净现值指标的非负作为方案寻优的依据。

但是, 近年来, 人们发现经济环境变化对投资决策产生重要影响, 投资者越来越关注投资收益的不确定性, 产生了一种新的投资观念, 将项目投资看成是执行期权, 即实物期权决策法。

早在 1973 年 Black 和 Scholes 就指出^[6]: 金融期权是处理金融市场上交易的金融资产的一类金融衍生工具, 而实物期权是处理一些具有不确定性投资结果的非金融资产的一种投资决策工具。因此, 实物期权是相对金融期权来说的, 它与金融期权相似但并非相同, 如实物期权的标的资产是某个项目, 它不存在交易市场, 而金融期权的标的资产是期权、期货、债券等可以上市交易的金融工具。Amram 等指出^[7], 实物期权是项目投资者在投资过程中所用的一系列非金融性选择权 (推迟/提前、扩大/缩减投资获取新的信息等)。这一定义除了考虑现金流时间价值为基础的项目价值外, 还充分考

虑了项目投资的时间价值和管理柔性价值以及减少不确定性的信息带来的价值, 从而能够更完整地对外投资项目的整体价值进行科学的评价。比如, 投资于 R&D, 便有可能获得带来潜在投资机会的专利和新技术; 利用专利和新技术进一步创业, 从而赚取利润。因此实物期权是关于价值评估和投资决策的重要思想方法, 是投资决策和金融分析相结合的框架模型, 是将现代金融领域中的金融期权定价理论应用于实物投资决策的分析方法和技术。Mason 与 Merton 以及 Dixit 与 Pindyck 的理论研究表明^[8,9], 可以用推导标准期权定价模型的方法来建立实物期权的定价模型, 这就是说尽管实物期权不存在交易市场, 但其定价过程仍然可以按照金融期权定价的基本思路进行。

简言之, 实物期权 (real option) 是指以实物投资为标的资产的期权, 具体表现在经营、管理、投资等经济活动中, 以各种形式获得的进行或有决策的权利, 是金融期权理论在实物投资领域的发展和应用, 其价值与企业所处的行业存在很强的相关性, 可以用类似金融期权定价的方法进行估值。

2 敲出障碍期权的定价求解

2.1 敲出障碍期权的内涵

大量的文献研究了实物期权在企业项目投资决

[收稿日期] 2004-11-08; 修回日期 2005-01-29

[作者简介] 吴云 (1974-), 男, 安徽六安市人, 博士, 江苏金融租赁有限公司经济师, 目前研究领域: 金融租赁, 期权定价

策中的应用，其共同的特点是基本上都使用标准期权定价模型，即 Black-Scholes 定价模型，而忽视了更高级的新型期权的使用。

近年来，在国际金融衍生市场除交易人们广为熟悉的标准欧式、美式期权之外，还涌现了大量由标准期权变化、组合、派生出的新品种，即新型期权。敲出障碍期权就是其中一类。下降敲出障碍期权 (down knock-out option) 是与路径相关的新期权^[1]，是敲出障碍期权的一种，是一种附加条件的标准期权，其收益依附于标的资产在一定时期是否下降到了某个特定水平 (敲出障碍)。下降敲出期权对期权设置了敲出障碍，即一旦标的资产价格 S 触及敲出障碍 S_{bar} ，原来的期权失效。

2.2 敲出障碍期权的定价求解

根据 Black-Scholes 模型^[6]，可以得到：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + rS \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{\partial C}{\partial t} - rC = 0 \quad (1)$$

其中， r ：无风险利率； σ ：标的资产价格波动率； S ：标的资产价格； S_{bar} ：障碍价格； C ：期权价值； T ：期权到期时间，用年表示。

令 $X = \ln\left(\frac{S}{S_0}\right)$ ， S_0 为标的资产初始价格，那么得到系数为常数的偏微分过程：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right) \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{\partial C}{\partial t} - rC = 0 \quad (2)$$

为进一步简化方程，定义^[1,10]：

$$\begin{cases} Y = \frac{1}{\sigma}X \\ V(t, Y) = C(T, S)e^{rt} \\ \alpha = \frac{r}{\sigma} - \frac{1}{2}\sigma \end{cases} \quad (3)$$

结合式 (2) 和式 (3)，得到

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \alpha \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \quad (4)$$

因此，下降敲出障碍看涨期权的边界条件为

$$V\left(t, \ln\left(\frac{S_{\text{bar}}}{S_0}\right)/\sigma\right) = 0 \quad (5)$$

初始条件为

$$V(0, Y) = \max(S_0 e^{\sigma Y} - K, 0) \quad (6)$$

把从现在 (0 时刻) 到期权到期日 T 时刻分成有限个等间隔的时间段。假设 $\Delta t = T/N_T$ ，这样得到 $N_T + 1$ 个时间段： $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, T$

同时选择有限个等间隔的小标的资产价格段，定义：

$$\Delta Y = \left(\ln \frac{S_{\text{max}}}{S_0}/\sigma - \ln \frac{S_{\text{bar}}}{S_0}/\sigma\right)/M_Y,$$

在本文中取 $S_{\text{max}} = 3S_0$ ，得到 $M_Y + 1$ 个标的资产价格。在任一时间 (t, Y)，存在：

$$\begin{cases} t = i\Delta t \\ Y = \ln \frac{S_{\text{bar}}}{S_0}/\sigma + j\Delta Y \end{cases} \quad (7)$$

其中， $i = 0, \dots, N_{T-1}$ ； $J = 0, \dots, M_{Y-1}$ 。

因此，可以得到差分方程：

$$\begin{aligned} & \frac{V(i, j) - V(i-1, j)}{\Delta t} = \\ & \alpha \frac{V(i, j+1) + V(i, j-1) - 2V(i, j)}{\Delta Y^2} + \\ & \frac{1}{2} \times \frac{V(i, j+1) + V(i, j-1) - 2V(i, j)}{\Delta Y^2} \end{aligned} \quad (8)$$

初始条件：

$$V(0, j) = \max(S_0 e^{\sigma j \Delta Y} - K, 0) \quad (9)$$

边界条件：

$$V(i, 0) = 0 \quad (10)$$

结合上述公式，采用数值求解方法，即可求得下降敲出障碍期权的价值 C_{do} 。

3 基于敲出障碍期权和博弈理论的项目投资决策分析

3.1 基于敲出障碍期权的项目投资决策分析

期权是指赋予持有人在将来一定时期内按照一定价格购买或出售一定数量的标的资产的权利，投资项目的期权特征主要体现在：把投资机会看作是实物期权，使它们在潜在可能性确定之前，处于既不承担全部投资，又有可能利用远期现金流量的位置。从本质上讲，投资机会就是一种期权，资本投资就是使用期权。实物期权应用广泛，自产生以来，已广泛地运用在自然资源投资、海上石油租赁、柔性制造系统等涉及资本预算的研究领域^[3]。笔者研究实物期权应用于研发项目投资。

任何一个产品的形成一般包括以下三个阶段^[3]：研发阶段；产品建模及测试阶段；开始生产，投入市场阶段。从实物期权的观点来看，研发工作带来了继续进入第二、第三阶段的两项期权的价值。这两项期权的价值是无法进行直接定价的，而且由于不能完全预测出市场的不确定性，它们的价值往往会被低估。因此，需要逆向倒推，从结果倒推前提，即考虑要使当前的研发工作真正发挥作

用，及未来应出现的回报及结果。

笔者将某企业研发投资简化成初始阶段和商业化阶段，其投资决策过程如图 1 所示。初始阶段的投资是为了产品的商业化，如果初始阶段投资不成功，项目损失为初始阶段的投资 I_0 。 I_0 相当于期权的购买成本。商业化投资相当于期权的交割价格，商业化投资阶段取得的现金流量现值相当于标的资产价格，商业化投资时刻相当于期权的交割日期。该项目的评估应当包含这一期权价值。

本着谨慎投资决策的思想，对上述项目投资决策过程进行改进，只有商业化阶段净值必须达到一定标准，投资者才决定投资。类似于下降敲出障碍期权，其收益依附于标的资产在一特定时期是否低于某个特定水平（敲出障碍），一旦标的资产价格 S 触及敲出障碍 S_{bar} ，原来的期权失效。

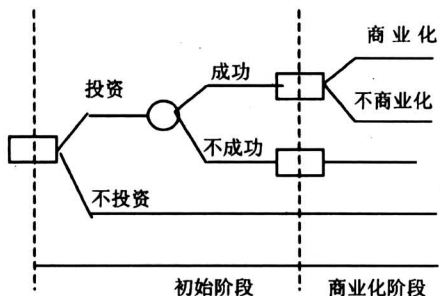


图 1 项目投资决策过程

Fig.1 Process of project investment decision

图 2 是改进后的研发项目投资决策过程，在其中增加了阈值 S_{bar} （敲出障碍）。所谓阈值，是指商业化阶段的现值必须大于 S_{bar} ，才进行投资，否则，不投资。这种改进，既顾及了 NPV 方法本身的缺陷，又顾及了投资机会，特别是对企业的谨慎投资决策提供了很好的理论依据和评价方法。这种方法采用了下降敲出期权的定价思想，当大于阈值

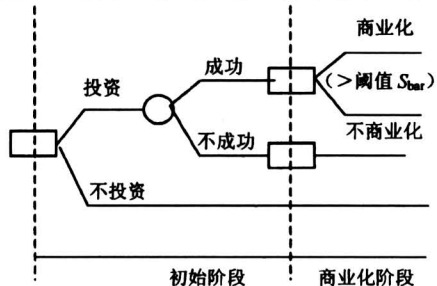


图 2 改进后的项目投资决策过程

Fig.2 Improved process of project investment decision

时，才成为标准期权并具有价值。图 3 给出了用二叉树表示的投资机会期权取值情况。

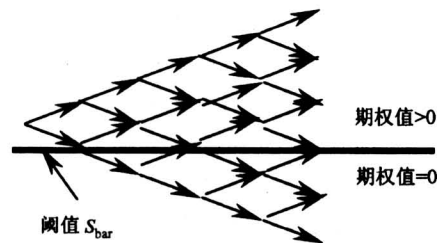


图 3 二叉树图表示的下降敲出障碍期权价值

Fig.3 Option value denoted by binomial tree

3.2 基于敲出障碍期权和博弈理论的项目投资决策分析

以上，提出了基于下降敲出障碍期权方法在投资决策中的应用，是基于一个假设，即不考虑竞争环境和竞争对手。实际上，相对于金融期权的排他性，实物期权必须置于其市场结构中进行分析。当某家企业为扩大规模进行投资时，其他竞争者会做出反应，或者跟进，或者由于该家企业的先发优势抑制了其他竞争者。博弈方各自的利益不仅取决于他们自身的策略选择，而且也取决于对方的策略选择。因此，每个博弈方选择自己的策略时，即使无法知道其他博弈方的实际选择，也不能忽视其他博弈方的选择对其自身得益的影响，并在不同的选择对自身的利益影响不同的情况下，做出自己的最佳策略选择^[11-13]。

在完全垄断市场中，由于不存在竞争对手，无论立即投资还是延迟投资，其期权值都不会受到影响。在完全竞争市场中，由于每个竞争对手都不具备比较优势，因此，先发者会抢得先机，其研发项目价值为 $V - I_0 + C_{do}$ ，其中 C_{do} 为下降敲出障碍期权的价值。

在双寡头市场中，研发项目投资价值受制于竞争者，不同于净现值或净现值加上敲出障碍期权值，其结果取决于纳什均衡，如图 4 的收益矩阵。在图 4 中，第一个数字表示公司 A 的项目投资价值；第二个数字表示公司 B 的项目投资价值。

两博弈方公司 A 和公司 B 各自收益不仅取决于他们自身的策略选择，而且也取决于对方的策略选择。若该两寡头不满足各自原来的市场份额和利润，希望通过增加研发新产品来获得未来市场机会，从而提升自身的竞争优势。但是，考虑到竞争对手的情况，面临着立即投资还是延迟投资，存在

		公司 B	
		立即投资	延迟投资
公 司 A	立即投资	$NPV^A + C_{do}^A/2, NPV^B + C_{do}^B/2$	$NPV^A + C_{do}^A, 0$
	延迟投资	$0, NPV^B + C_{do}^B$	$0, 0$

图 4 双寡头市场项目投资博弈收益矩阵

Fig.4 Payoff matrix of investment game in duopoly market

以下四种情况：

- 1) 公司 A 和公司 B 都立即投资，未来投资机会即期权值将被对方侵蚀，设分别侵蚀至 $C_{do}^A/2$ 和 $C_{do}^B/2$ ，项目投资价值分别为 $NPV^A + C_{do}^A/2$ 和 $NPV^B + C_{do}^B/2$ 。其中， C_{do}^A, C_{do}^B 分别为公司 A 和公司 B 的下降敲出障碍期权的价值， NPV^A, NPV^B 分别为公司 A 和公司 B 在初始阶段净现值（下同）。
- 2) 公司 A 立即投资，而公司 B 延迟投资，公司 A 获得的期权值为 C_{do}^A ，项目投资价值为 $NPV^A + C_{do}^A$ ，公司 B 的项目投资价值为 0。
- 3) 公司 B 立即投资，而公司 A 延迟投资，公司 B 获得的期权值为 C_{do}^B ，项目投资价值为 $NPV^B + C_{do}^B$ ；公司 A 的项目投资价值为 0。
- 4) 公司 A 和公司 B 都延迟投资，公司 A 和公司 B 获得的项目投资价值均为 0。

4 算例分析

某公司 A 拟投资一新项目，预计投资项目的初始投资为 120 万元。到第二年末，在商业化投资阶段预计投资 720 万元，现金流如表 1。无风险利率 r 为 6%，贴现率为 20%，波动率为 30%。

表 1 项目各阶段现金流情况

Table 1 Cash flow of the project 10^4 元		
年份	0	1
初始阶段	-110	120
商业化阶段	-720	830

笔者分别用传统 NPV 法、基于下降敲出障碍期权的方法以及基于下降敲出障碍期权和博弈理论进行项目价值评估。

- 1) 基于 NPV 法的项目投资的价值评估

在初始阶段， $NPV_1 = \frac{120}{1.2} - 110 = -10 < 0$ 。

在商业化阶段，

$$NPV_2 = \frac{830}{1.2^3} - \frac{720}{1.2^2} =$$

$$480.32 - 500 = -19.68 < 0$$

无论是初始阶段还是商业化阶段，NPV 均为负值，所以基于 NPV 方法，该项目不可投资。

- 2) 基于敲出障碍期权的项目投资的价值评估

设公司 A 商业化阶段的现值必须不小于 500 才决定投资，即 $S_{bar}^A = 500$ ，根据已知条件，可以得到：

$$T = 1, r = 6\%, k_t = 20\%, \sigma = 30\%,$$

$$S_0 = \frac{830}{1.2} e^{-0.2 \times 1} = 566, K = 720$$

结合上文参数和式 (2) 一式 (10)，取 $N_T = 800, M_Y = 2000$ ，得到基于下降敲出障碍期权的项目投资的价值为 $C_{do}^A = 25.7$

$$NPV^A + C_{do}^A/2 = -10 + 25.7/2 = 2.85$$

$$NPV^A + C_{do}^A = -10 + 25.7 = 15.7$$

- 3) 基于下降敲出期权和博弈理论的项目投资决策分析（双寡头）

设在双寡头市场结构下，公司 B 其他已知条件与公司 A 相同，但商业化阶段的现值必须不小于 520 才决定投资，即 $S_{bar}^B = 520$ 。同理，可以求得其期权值为 $C_{do}^B = 21.2$

所以，对于公司 B，

$$NPV^B + C_{do}^B/2 = -10 + 21.2/2 = 0.6$$

$$NPV^B + C_{do}^B = -10 + 21.2 = 11.2$$

因此，可以得到图 5 的收益矩阵：

在图 5 中，纳什均衡解为 (2.85, 0.6)，即公司 B

		立即投资	延迟投资
		$NPV^A + C$	15.7, 0
公 司 A	立即投资	0, 11.2	0, 0
	延迟投资	0, 11.2	0, 0

图 5 双寡头收益矩阵

Fig.5 Duopoly Payoff Matrix

司 A 和公司 B 都选择立即投资该项目。

上述三种方法结果的对比见表 2, 净现值 NPV 方法过于悲观, 基于下降敲出障碍期权的实物期权的定价方法获得的结果给企业的谨慎投资决策提供了一种新的思路, 特别是将敲出障碍期权和博弈理论结合起来, 充分考虑了市场结构, 在实际投资决策中有较强的指导意义。

表 2 三种结果对比

Table 2 Comparison of three results

方法	NPV	基于敲出障碍期权	基于敲出障碍期权和博弈理论
结果	-39.68 (不投资)	15.7 (投资)	见图 5 收益矩阵 (投资)

5 结论

由于净现值方法本身的缺陷, 实物期权的方法能够对项目的投资价值提出另一种解释, 实物期权应用于投资决策分析中成为近几年研究的热点。笔者阐述了实物期权的基本原理, 提出了基于下降敲出障碍期权的实物期权定价方法和博弈理论的研发投资分析, 重点分析了双寡头市场结构下的项目投资决策, 并进行了算例分析。可以看出, 所提出的方法在实际项目投资决策中具有较强的指导意义。

参考文献

- [1] Hull John C. 期权、期货和其它衍生产品 [M]. 张陶伟译. 北京: 华夏出版社, 2000
- [2] 茅宁. 期权分析——理论与应用 [M]. 南京: 南京大学出版社, 2000
- [3] 刘志新. 期权投资学 [M]. 北京: 航空工业出版社,

2001

- [4] 门明. 金融衍生工具原理与应用 [M]. 北京: 对外经济贸易大学出版社, 1999
- [5] Merton R C. Applications of option-pricing theory: twenty-five years later [J]. The American Economic Review, 1998, 88 (3): 323~350
- [6] Black F, Scholes M. The Pricing of options and corporate liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81: 637~659
- [7] Amram M, Kulatilaka N. Real Options: managing strategic investment in an uncertainty world [M]. Harvard Business School Press, 1998
- [8] Mason S P, Merton R C. The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance, in Recent Advances in Corporate Finance [M]. E Aitman M Subrahmanyam, Irmin, 1985
- [9] Dixit K V, Pindyck R S. The option approach to capital investment [J]. Harvard Business Review, 1995, 73 (3): 105~114
- [10] Ioffe G, Ioffe M. Application of finite difference method for pricing barrier options [J/OL]. <http://www.egartech.com>
- [11] 谢织予. 经济博弈论 [M]. 上海: 复旦大学出版社, 2002
- [12] Smit Han T J, Ankum L A. A real options and game-theoretic approach to corporate investment strategy under competition [J]. Financial Management, 1993, 22: 241~250
- [13] Smit Han T J. Acquisition strategies as option games [J]. Journal of Applied Corporate Finance, Summer, 2001, 14: 79~89

Analysis on Project Investment Decision Based on Down Knock-out Option and Game Theory

Wu Yun¹, He Jianmin²

(1. Jiangsu Financial Leasing Co., LTD., Nanjing 210018, China;

2. Southeast University, Nanjing 210009, China)

[Abstract] In this paper, firstly, the connotation and the solution of down knock-out option and the basic principle of real option are dissertated, then, the method applied in project investment decision based on down knock-out option and game theory is put forward. And the project pricing in duopoly market structure is mainly analyzed. At last, example is provided.

[Key words] down knock-out option; real option; game theory; investment decision