

研究报告

高分辨率地球重力场模型

DQM99*

石 磐, 夏哲仁, 孙中苗, 李迎春

(西安测绘研究所, 西安 710054)

[摘要] 地球扰动位的球谐展开式表示是地球重力场模型应用最广泛的一种表示方法。目前通用的位系数模型的分辨率是 0.5° , 最高完全阶次为 360。由于全球重力数据覆盖的密度和数据精度差别较大, 所以已知的重力场模型的实际分辨率及其精度也因地区而异, 故重力场模型的精化是一个漫长的过程, 局部积分谱权综合法是改善已知重力场模型的有效而简便的方法。基于重力场模型 OSU91A 及 EGM96, 利用我国 $15' \times 15'$ 及 $5' \times 5'$ 重力异常, 我们解算了更高阶次的地球重力场模型 DQM99A、B、C、D 四个模型, 给出了精度比较分析结果。

[关键词] 地球重力场模型 DQM99; 地球形状; 地球位系数模型

1 引言

地球重力场是地球的一种物理场, 它反映了地球物质在时间和空间的分布状况。人类栖息在地球重力场之中, 一切活动均受重力场的影响。人类对地球重力场的了解不断深入, 重力场信息将作为“数字地球”的重要物理信息在大地测量、地球物理、空间技术、海洋学等诸多领域发挥重要作用。

地球重力场模型是描述和表示地球重力场的数学式及其相应参数的集合, 是对地球重力场和大地水准面形状的拟合逼近。用球谐函数的级数展开式表示的地球重力场模型由一组位系数予以体现, 是广泛采用的一种表示方法, 也称地球位系数模型。这种模型的优点之一是能够用位系数和相应的球谐展开式计算地球扰动引力场的其它场元, 如重力异常、垂线偏差、大地水准面高和空中扰动引力等。另一个优点是截断位系数模型到不同阶次能表示不同的空间分辨率, 便于在不同尺度上研究地球重力场和地球形状。

地球重力场模型的构制是一个不断发展的过程。20 世纪初, 最简单的模型只有几个参数即所

谓的椭球重力场模型, 在跨入 21 世纪时, 重力场模型参数已达数十万个, 空间分辨率大大提高。空间技术的发展, 需要用重力场模型精确计算对卫星轨道的重力摄动, 对卫星轨道的精确跟踪测量又为精化重力场模型提供了先进手段, 其中卫星海洋测高对高阶重力场的贡献尤为突出。在卫星上天之前, 是用地面重力数据解算位系数, 比较著名的是前苏联学者让戈洛维奇解算的 8 阶模型, 所用南半球的重力数据仅为北半球数据的百分之三, 用该模型计算的全球大地水准面最低处为 -160 m , 最高处达到 180 m , 与近期的数值相差近 100 m 。目前的重力场模型计算大地水准面的精度已达到 1 m 左右^[1]。

重力场模型表示重力场和大地水准面的精度是很不均匀的。卫星跟踪站布设不足, 地面重力测量在两极和一些陆地覆盖不好, 都影响精度的均匀性。即使当前常用的 360 阶重力模型, 也只能在重力覆盖好的地区有较好的精度, 而在欠缺重力数据的地区, 用模型计算大地水准面的误差甚至达到 9 m 之多^[2]。

由于众所周知的原因, 最权威的国际机构也不可能掌握世界各地最详尽的重力数据。从 20 世纪

[收稿日期] 1999-07-05; 修回日期 1999-08-20

[作者简介] 石磐(1936-), 男, 河南偃师市人, 西安测绘研究所研究员

* 国家攀登计划资助项目: 中国地区重力场和大地水准面

80 年代开始, 利用局部重力数据改进已知重力模型的实践和理论应运而生^[3-5]。我们在 1984 年构制的地球重力场模型 DQM84 首先采用了局部积分改进的方法, 当时是固定低阶位系数, 只改进高阶。1994 年的 DQM94 模型构制时用了局部积分改进的谱权综合方法, 得到了更好的解算结果^[6]。近年来, 这种方法被称之为“剪接法”, 英文为“tailored approach”。

剪接法是相对于全球积分而言的, 因为最初人们怀疑, 位系数应采用全球重力异常积分解算, 局部积分改进会损害已知模型的精度。而我们改进的目的是, 使被改进的模型在描述局部重力场时, 比没有改进的要好, 而在其它地区, 改进后的模型应该与初始模型相当。局部改进总是必然的。正像全球重力异常, 都是先由局部改进, 然后才有全球的改进。

地球位系数又称地球质量分布系数, 低阶项的物理意义可以证明, 如零阶项与地球总质量有关, 一阶项与地球质量中心位置有关, 二阶一次项与地球旋转轴方向有关等。但位系数的阶数与异常质量的深度相关^[7], 所以位系数与重力异常一样, 都可以局部改进, 只是由于频域分析中要抑制局部波的传播。

基于以上思路, 我们在构制 DQM99 时突破了在同样阶次基础上进行局部改进的方法, 而是以 360 阶模型为初始模型, 利用 15' × 15' 局部重力异常改进到 720 阶, 并利用 5' × 5' 进行了局部积分改进到 2 160 阶的试验。对于初始模型为 360 阶的情况, 这种改进可称之为超阶改进。

2 基本数学模型

地球引力位 V 的球谐级数表示式为

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n \cdot (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right], \quad (1)$$

式中, G 为引力常数, M 为地球总质量, r 、 θ 、 λ 分别为计算点的地心向径、地心余纬和经度, a 为参考椭球的长半径, \bar{C}_{nm} 、 \bar{S}_{nm} 是 n 阶 m 次完全正常化地球位系数, $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ 是 n 阶 m 次完全正常化的缔合勒让德多项式。

参考椭球的正常位 U 的球谐展开式为

$$U(r, \theta) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^k \left(\frac{a}{r}\right)^n \bar{C}_{n0}^0 \bar{P}_{n0}(\cos\theta), \quad (2)$$

\bar{C}_{n0}^0 为参考椭球的 n 阶带谐位系数。

(1)、(2) 式中 n 从 2 开始, 是因为地球质量中心作为坐标系中心, 一阶项三个位系数为零。选择参考椭球质量与地球总质量相同, 旋转角速度相同, 则地球重力位与参考椭球正常重力位之差即为两者引力位之差, 称为扰动位, 以 T 表示, $T = V - U$, 球谐级数式为

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cdot \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta), \quad (3)$$

\bar{C}_{nm}^* 表示相应位系数之差:

$$\bar{C}_{nm}^* = \bar{C}_{nm} - \bar{C}_{n0}^0. \quad (4)$$

重力异常 Δg 、大地水准面高 N 、垂线偏差分量 ζ 、 η 等都是扰动位 T 的函数:

$$\Delta g = - \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r} T \right),$$

$$N = \frac{T}{\gamma},$$

$$\zeta = \frac{1}{\gamma \cdot r} \frac{\partial T}{\partial \theta},$$

$$\eta = \frac{1}{\gamma \cdot r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \theta},$$

上式中 γ 为地球平均重力。由位系数计算重力异常和大地水准面高的公式为

$$\Delta g = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cdot \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta), \quad (6)$$

$$N = \frac{a^2}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta). \quad (7)$$

由球谐函数的正交性, 已知全球的 Δg 或 N , 都可以用球谐分析计算 \bar{C}_{nm}^* 和 \bar{S}_{nm} , 比较常用的是由重力异常计算高阶位系数, 而低阶位系数用卫星数据推求, 或者是卫星数据与地面重力数据的联合平差。由于高阶位系数个数较多, 一般用球谐分析数值积分计算。

3 局部积分改进

参考文献[8]给出了局部积分谱权综合改进位系数的理论和方法, 这里仅给出构制 DQM99 的主要公式。

基于已知初始重力场模型的局部积分改进可以看成是位系数和局部重力异常的综合应用, 由于地球重力场扰动场元中重力异常 Δg 和大地水准面高 N 的频谱特性不同, 前者主要反映重力场的中、高频信息, 后者则反映中、低频信息。由位系数阶方

差模型可以计算两者的谱信息量，如表 1 所示。

表 1 不同频段 Δg 和 N 的能量分布

Table 1 Spectral power of Δg and N for different frequency ranges

频段	2~36	37~180	181~360	361~720	721~1800
Δg 百分比/%	22.8	28.2	13.6	12.8	13.6
N 百分比/%	99.3	0.66	0.03	0.006	0.003

设初始位系数为 \bar{C}_{nm} 和 \bar{S}_{nm} ，用局部重力数据计算的位系数改正数为 $\Delta\bar{C}_{nm}$ 和 $\Delta\bar{S}_{nm}$ ，则改进后的

位系数 $\hat{\bar{C}}_{nm}$ 、 $\hat{\bar{S}}_{nm}$ 为

$$\begin{bmatrix} \hat{\bar{C}}_{nm} \\ \hat{\bar{S}}_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{bmatrix} + P_n \begin{bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中 P_n 为权

$$P_n = \frac{P_n(\Delta g)}{1 + P_n(\Delta g)}, \quad (9)$$

$$P_n(\Delta g) = \left(\frac{r}{R}\right)^2 (n-1)^2 \frac{m_N^2}{m_{\Delta g}^2}. \quad (10)$$

(9) 式分母中的 1 实际上是位系数计算 N 的权， m_N 为初始位系数计算全球大地水准面高的中误差， $m_{\Delta g}$ 为局部重力异常平均中误差。用局部重力数据计算位系数改正的公式为：

$$\begin{bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi\gamma(n-1)\bar{S}_{nm}(b/E)} \sum_{\theta} \frac{r}{a} \cdot \frac{1}{q_n} \cdot \overline{IP_{nm}(\cos\theta)} \sum_{\lambda} \begin{bmatrix} IC \\ IS \end{bmatrix}_m \cdot [\Delta g - \Delta g^M], \quad (11)$$

式中 $\gamma = \frac{GM}{a^2}$ ， Δg 为局部区域重力异常， Δg^M 为初始模型位系数计算的重力异常， $\bar{S}_{nm}(b/E)$ 为第二类完全正常化勒让德多项式， q_n 是 n 阶平滑算子， IP_{nm} 为 $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ 在平均重力异常所在经纬格网中的积分平均值， IC 和 IS 分别为 $\cos m\lambda$ 和 $\sin m\lambda$ 在格网中的积分平均值^[9,10]。

4 构模数据

4.1 初始位系数模型

初始位系数模型用了两个，一个是美国俄亥俄大学的 Rapp 构制的 360 阶模型 OSU91A，另一个是美国 Lemoine 等构制的 EGM96 模型，也是 360 阶。

OSU91A 自 90 年代以来在国际上有广泛的应用，是综合利用卫星和地面重力数据最好的模型之一。卫星数据是间接利用由 31 个卫星的 1 100 弧

段推求的卫星解 GEM-T2 50 阶位系数。地面重力数据有 $1^\circ \times 1^\circ$ 重力异常 45 932 个，占全球总数的 70.8%， $30' \times 30'$ 重力异常 66990 个，占全球总数的 25.8%，积分计算时，将 $1^\circ \times 1^\circ$ 重力异常一分为四，取相同值为 $30' \times 30'$ 重力异常。然后将所有 $30' \times 30'$ 重力异常与 GEM-T2 50 阶位系数联合平差，用平差后 $30' \times 30'$ 重力异常数值积分计算 51-360 阶位系数，与 GEM-T2 前 50 阶组合为 2-360 阶重力场模型^[10]。

EGM96 是 1996 年由美国国防部 NIMA、NASA 和 OSU 等共同完成的。卫星解为 70 阶的 JGM-3，地面数据包括了前苏联、中国地区、格陵兰、南极洲、北极地区等重力数据，但新增数据精度和覆盖分辨率差异较大，如同 OSU91A 一样， $30' \times 30'$ 重力异常与 JGM-3 70 阶位系数联合平差，用平差后重力异常数值积分计算 71-360 阶位系数^[11]。

4.2 局部重力数据

我国及周边地区构成 $5' \times 5'$ 重力异常 200 692 个，在此基础上构成 $15' \times 15'$ 重力异常 22 866 个， $30' \times 30'$ 重力异常 6 959 个， $1^\circ \times 1^\circ$ 重力异常 1 790 个，重力系统均化为与初始模型相同的系统。

4.3 误差估计

EGM96 和 OSU91A 计算全球大地水准面的中误差 m_N 按 $\pm 0.5\text{m}$ 估计，在我国地区实际误差大一倍。 $5' \times 5'$ 重力异常中误差根据有关单位估计平均为 $\pm 10 \times 10^{-5}\text{m/s}^2$ ， $30' \times 30'$ 平均重力异常和 $1^\circ \times 1^\circ$ 平均重力异常中误差分别为 $\pm 7 \times 10^{-5}\text{m/s}^2$ 和 $\pm 4 \times 10^{-5}\text{m/s}^2$ ，这个估计可能也比实际精度高。

5 DQM99 解算及精度比较

实际计算采用分频段逐级改进算法，即先用 $1^\circ \times 1^\circ$ 改进到 180 阶，再用 $30' \times 30'$ 从 181 改进到 360，361~720 用 $15' \times 15'$ 重力异常改进，721~2 160 阶用 $5' \times 5'$ 重力异常改进。这样做是为了避免频谱的混叠，便于实际使用时分频段利用位系数。解算结果见表 2。

表 2 DQM99 系列重力场模型

Table 2 DQM99 series gravity models

模型名称	最高阶次	初始模型	最高阶次
DQM99A	720	EGM96	360
DQM99B	720	OSU91A	360
DQM99C	2 160	EGM96	360
DQM99D	2 160	OSU91A	360

5.1 模型重力异常与地面实际值比较

由于改进模型是对实际重力异常的拟合逼近, 所以比较的精度是内部符合精度。与初始模型共同比较, 可以了解改进后的模型是否更适合局部重力场, 在其它地区与地面重力异常比较, 则主要证明改进后的模型在表示其它地区重力场时应该与初始模型相等。表 3 列出各模型在不同地区与实际重力异常比较的数值结果。

表 3 模型重力异常拟合精度 $1 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$
Table 3 Model's gravity anomalies fitting accuracy

模型名称	EGM	OSU	DQM	DQM	DQM	DQM
	96	91A	99A	99B	99C	99D
初始模型		EGM	OSU	EGM	OSU	
		96	91A	96	91A	
阶次	360	360	720	720	2160	2160
局部 $5' \times 5' \Delta g$ 200 692					18.36	17.70
局部 $15' \times 15' \Delta g$ 22 866	21.85	27.53	10.13	10.21	10.13	10.21
局部 $30' \times 30' \Delta g$ 6 959	19.37	23.02	8.41	8.57	8.41	8.57
欧洲 $30' \times 30' \Delta g$ 3 600	21.59	9.40	21.75	9.76	21.75	9.77
非洲 $30' \times 30' \Delta g$ 900	5.78	4.58	5.53	4.63	5.53	4.63
南美 $30' \times 30' \Delta g$ 900	30.15	11.72	30.14	11.72	30.14	11.72
北美 $30' \times 30' \Delta g$ 900	12.63	11.02	12.66	11.04	12.66	11.04

由表 3 可以看出, 在局部地区, 改进后的重力模型较初始重力模型在重力异常拟合精度上提高一倍以上, 而在其它地区, 精度与初始模型相同。需要说明的是, 所用国外地区重力异常都是构制 OSU91A 时所用重力数据, 故 OSU91A 拟合精度优于 EGM96, 这不表明 OSU91A 比 EGM96 精度高, 因为重力异常拟合是内部符合精度, 而模型大地水准面与 GPS/水准比较是外部符合精度。

5.2 模型大地水准面与 GPS/水准比较

地球重力场模型应用最广泛的是计算大地水准面, 大地水准面表示了地球的基本形状。GPS 技术可精确测定大地高, 当用几何水准联测出海拔高后, 即可得到该点大地水准面高。在以前, 大地水准面高必须由重力数据或位系数计算, 现在可以用 GPS 和水准测量出来, 而且非常精确, 在我国, GPS/水准确定的大地水准面的精度可达 0.1m 左右。故以 GPS/水准点评价模型大地水准面精度是外部符合精度。我们比较的结果见表 4、表 5 和表 6。

从表 4 可以看出, 在外部符合精度比较中, OSU91A 较 EGM96 有较大误差, 但是经过局部数

据改进之后的 DQM99A 和 DQM99B, 精度却是相当的, 这说明局部改进是有意义的。

表 4 与全国 GPS 一级网 37 点比较 m

Table 4 Model's geoid comparison with 37 GPS/leveling points of the national wide GPS 1st order geodetic network

模型名称	EGM	OSU	DQM	DQM	DQM	DQM
	96	91A	99A	99B	99C	99D
最大差值	3.85	5.14	1.63	1.59	1.69	1.59
平均差值	0.38	1.03	0.19	0.12	0.19	0.12
均方根差	1.06	1.84	0.75	0.73	0.78	0.76
标准偏差	0.99	1.53	0.72	0.72	0.75	0.75

由表 4 还可以看出, 2 160 阶模型 DQM99C 和 DQM99D 计算大地水准面的精度比 720 阶模型稍差, 其原因主要是因为位系数计算中对 Legendre 函数的递推计算在高阶函数中有一定的积累误差, 从而降低了高阶位系数的计算精度。

除了在全国范围的 GPS 一级网点上比较外, 还在华北地区 GPS 二级网的 42 点上进行了精度比较, 数值结果见表 5。

表 5 与华北地区 GPS 二级网 42 点比较 m

Table 5 Model's geoid comparison with 42 GPS/leveling points of the GPS 2nd order geodetic network in north China

模型名称	EGM	OSU	DQM	DQM	DQM	DQM
	96	91A	99A	99B	99C	99D
阶次	360	360	720	720	2 160	2 160
最大差值	1.66	2.77	1.65	1.86	1.63	1.84
平均差值	0.25	0.36	0.26	0.41	0.25	0.40
平均根差	0.67	1.03	0.55	0.67	0.55	0.67
标准偏差	0.62	0.96	0.48	0.53	0.49	0.54

为了证明改进后的模型在计算其它地区大地水准面时精度不受损失, 我们利用境外的高精度 GPS/水准点作为标准对各模型大地水准面进行了精度比较, 结果见表 6。

表 6 与其它地区模型大地水准面精度比较 m

Table 6 Model's geoid comparison in other areas

模型名称	EGM	OSU	DQM	DQM	DQM	DQM
	96	91A	99A	99B	99C	99D
阶次	360	360	720	720	2 160	2 160
北美 119 点	0.53	0.54	0.53	0.54	0.53	0.53
欧洲 38 点	0.50	0.45	0.48	0.44	0.48	0.44
欧洲跟踪站 63 点	0.31	0.33	0.32	0.33	0.32	0.33
美国 NGS2000 点	0.45	0.60	0.45	0.60	0.45	0.60

6 结论

全球重力数据的改进是由局部的改进到全球改进的漫长过程。地球重力场模型是对全球重力场的拟合逼近，进行局部改进也是可能的。相同阶次的局部积分改进已有成功的实践，而超出初始模型阶次的改进尚属首次。大量数据表明，改进后的高分辨率地球重力场模型 DQM99 在表示局部重力场和大地水准面时精度有明显提高，而对其它地区重力场和大地水准面与初始模型精度相同，完全实现了进行局部改进的初衷。由于勒让德多项式是递推计算，随着阶数增高因有效位数有限，产生误差积累，所以 2 160 阶模型 DQM99C 和 D 的精度不如人意，需要解决递推计算的精度。

参考文献

- [1] Rapp R H. Past and future developments in geopotential modeling [R]. IAG Symposia, 1997, 119: 58~78
- [2] 许厚泽, 陆仲连. 中国地球重力场与大地水准面 [M]. 北京: 解放军出版社, 1997. 1~6
- [3] 许厚泽. 利用局部重力资料改善高阶地球重力场模型 [A]. 见: 动力大地测量学进展 [M]. 北京: 地震出版社, 1991. 28~31
- [4] 陆洋, 许厚泽. 中国大陆超高阶局部重力场模型 IGG97L [J]. 地壳形变和地震, 1998, (增刊): 1~7
- [5] Wenzel G. Ultra high degree geopotential models GPM98A and GPM98B (abstract) [A]. 2 nd Joint meeting of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission [C]. Trieste (Italy), 1998. 23
- [6] 夏哲仁, 林丽, 石磐. 360 阶地球重力场模型 DQM94A 及其精度分析 [J]. 地球物理学报, 1995, 38 (6): 788~795
- [7] Heiskanen W A, Moritz H. 物理大地测量学 [M]. 卢福康, 胡国理. 北京: 测绘出版社, 1979. 43~45
- [8] 石磐. 利用局部重力数据改进重力场模型 [J]. 测绘学报, 1994, 23 (4): 276~281
- [9] Rapp R H, Pavlis N K. The development and analysis of geopotential coefficient models to spherical harmonic degree 360 [J]. J. G. R., 1990, 95 (B13): 21885~21911
- [10] Rapp R H, Wang Y M, Pavlis N K. The Ohio State 1991 geopotential and sea surface topography harmonic coefficient models [R]. Rep. No. 410, DGSS, OSU, Columbus, Ohio, 1991
- [11] Lemoine F G, Smith D, Smith R, et al. The development of the NASA GSFC and NIMA joint geopotential model, gravity, geoid and marine geodesy. Springer Verlag, Berlin, 1997. 461~469

High Resolution Earth's Gravity Field Models DQM99

Shi Pan, Xia Zheren, Sun Zhongmiao, Li Yingchun

(Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China)

[Abstract] The harmonic series formula of the Earth's disturbing potential is the most extensive applicable expression for the Earth's gravity field model. At present, the resolution of the used geopotential coefficient model is 0.5° , and the complete degree and order is 360. Since the gravity data density and precision are very different everywhere, the model accuracy isn't uniform. The improvement of model is necessary. The method of the regional correction with frequency weight for improving a known model is a convenient and applicable method. Based on the OSU91A and EGM96 models and regional $15' \times 15' \Delta g$ and $5' \times 5' \Delta g$, the improved models DQM99A and DQM99B to degree 720, DQM99C and DQM99D to degree 2 160 are developed. Their accuracy comparison is presented in this paper.

[Key words] Earth's gravity field model DQM99; Earth's figure; geopotential coefficient model