

研究报告

汽轮机间隙气流激振力分析

柴山, 张耀明, 曲庆文, 赵又群, 姚福生

(山东工程学院, 山东 淄博 255012)

[摘要] 基于流体力学, 应用动量定理研究汽轮机直叶片、短扭叶片、长扭叶片以及汽轮机调节级由于间隙引起的气流激振力问题, 综合考虑了叶片的各项设计参数并应用理论分析方法导出普遍适用的计算公式, 解决了 Alford 公式中需人为选取效率系数的困难。数值实验的结果表明, 所导出的计算公式是可靠的。

[关键词] 汽轮机; 气流激振力; 流体力学

1 前言

汽轮机叶轮偏心造成圆周方向叶尖间隙分布不均匀, 由于叶尖间隙不均匀, 同一级中各叶片上的气动力就不相等, 因此, 叶片上的周向气动力除合成一个扭矩外, 还合成一个作用于转子轴心的横向力。这一横向力随叶轮偏心距的增大而增大, 是转子的一个自激激振力, 该力引起转子的进动(涡动), 在一定条件下会引起转子的失稳。早在 1958 年, 德国的托马斯(H. J. Thomas)在研究蒸汽涡轮机时就首先提出了这一问题, 并称为“间隙激振”。1965 年, 美国的阿尔福德(J. S. Alford)在研究航空发动机稳定性时也指出了这一问题^[1], 人们习惯上将该激振力称为阿尔福德(Alford)力。

Thomas 的计算公式为

$$F_{ty} = \frac{m_0 \lambda u}{2} \cdot \frac{d\xi_{sp}}{d\delta} \cdot e, \quad (1)$$

式中 m_0 为总气体流量, λ 为压力系数, u 为叶片中央处的切线速度, ξ_{sp} 为局部效率损失, δ 为叶尖间隙, e 为偏心距(见图 1)。

Alford 的计算公式为

$$F_{ty} = \frac{T\beta e}{DH}, \quad (2)$$

式中 T 为叶轮上的扭矩, D 为叶片中央处的直径, H 为叶片高度, β 为系数。

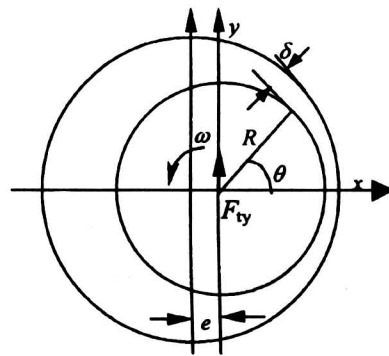


图 1 叶尖间隙及 Alford 力示意图

Fig. 1 Sketch of Alford force and clearance

以上的研究结果都是基于叶轮的局部效率损失而得到的, 并且在实际应用中都存在着许多缺陷。例如 Thomas 公式中的 $d\xi_{sp}/d\delta$ 难以计算; 而试验结果表明, Alford 公式中的系数 β 是一个与叶轮结构、扭矩大小有关的量, 不是一个常数, 因而难以选取合适的值。由于以上原因, Thomas 公式和

[收稿日期] 2000-10-12; 修回日期 2000-11-23

[基金项目] 国家攀登计划资助项目(PD6521900), 国家自然科学基金资助项目(19990510)

[作者简介] 柴山(1955-), 男, 山东章丘市人, 山东工程学院教授

Alford 公式实际上还只是定性地说明 Alford 力的公式，用这两个公式是难以依据实际结构和参数计算出激振力的大小的。针对 Thomas 和 Alford 公式存在的不足，人们又做了许多修正、改进工作，并对其引起的转子失稳机理进行了一些研究。参考文献 [2] 对有关间隙气流激振力的研究工作做了一个综述。但正如参考文献 [3] 所指出的那样，其失稳机理很复杂，定性地讲主要是流动介质对偏心转轴产生一个切向叶尖间隙激振力，要实现定量分析，首先需要找到该激振力与轴的偏心之间的关系。

针对目前有关 Alford 力的研究还很不完善的情况，在国家攀登计划和国家自然科学基金资助下，作者开展了关于 Alford 力的研究，从流体动力学出发，导出了汽轮机直叶片、扭叶片在均匀气流场的 Alford 力的计算公式以及汽轮机调节级在部分进气工作状态下的 Alford 力的计算公式。

2 基本假设与分析方法

假设 1 忽略叶栅间气流场的边界层厚度及气流的边界效应，认为叶栅间气流场为均匀气流场。

汽轮机叶片简图如图 2 所示。由动量定理的微分形式，气道内气流所受叶片力的冲量为

$$F'dt = d(mv), \quad (3)$$

式中 F' 为气流所受叶片作用力； m 为气体质量， v 为气体流速。

在动叶片气道内取一微元

$$m = V\rho dt, \quad (4a)$$

式中 V 为气流流量； ρ 为气流密度。

于是式 (3) 变为

$$F'dt = V\rho dt dv = V\rho dt(v_2 - v_1), \quad (4b)$$

式中 v_2, v_1 分别为气流出进口速度和进口速度。

在该微元上应用动量定理的微分形式得

$$d(F'dt) = d[V\rho dt(v_2 - v_1)], \quad (5)$$

于是可得该微元作用于动叶上的力为

$$dF = dV\rho(v_2 - v_1), \quad (6)。$$

由图 3 (沿环向的两个横剖面展开图) 可见， dF 的切向分量为

$$\begin{aligned} dF_t &= dV\rho(v_1 \cos \beta_1 + v_2 \cos \beta_2) \\ &= dV\rho v_1(\cos \beta_1 + \psi \cos \beta_2), \end{aligned} \quad (7)$$

式中 β_1 为进气角， β_2 为出气角， ψ 为速度系数。

由图 2 的几何关系，可得

$$dV = dA'v_1 = \sin \beta_1 v_1 r dr d\theta, \quad (8)$$

式中 A' 为气流截面积， r 为气体微元半径。

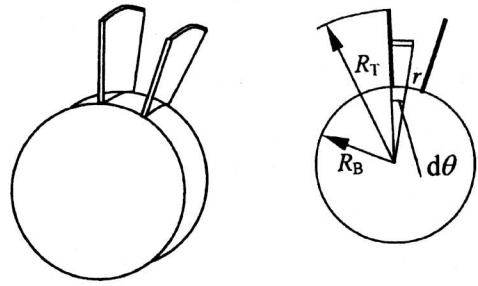


图 2 汽轮机叶片轴视简图 (左) 与示意图 (右)

Fig.2 Isometric sketch of blades of steam turbine

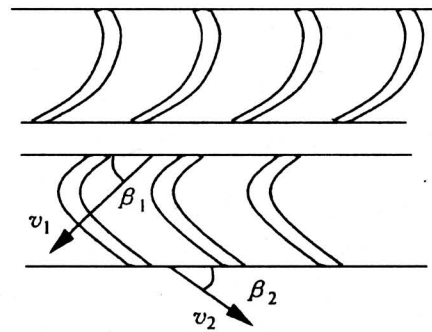


图 3 气流在静、动叶片间流动示意图

Fig.3 Sketch of air flowing between the static blades and moving blades

假设 2 设动叶片与静叶片间隙等于零的理想状态的气流密度为 ρ_0 ，根据均匀气流场的假设和质量守恒定律，当动叶片与静叶片存在间隙 δ 时，由图 1 可见，有以下关系：

$$\rho_0(R_T^2 - R_B^2) = \rho[(R_T^2 + \delta)^2 - R_B^2], \quad (9)$$

于是气流密度为 ρ 为

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \left(\frac{R_T^2 - R_B^2}{(R_T^2 + \delta)^2 - R_B^2} \right) = \\ &\rho_0 \left(1 - \frac{2R_T\delta + \delta^2}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\delta - \delta^2} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

式中 ρ_0 为理想状态气流密度， R_T 为叶片端部半径， R_B 为叶片根部半径 (见图 2 右图)。

略去 δ 的高阶项，得

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{2R_T\delta}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\delta} \right). \quad (11)$$

令

$$C = v_1^2 \sin \beta_1 \rho_0 (\cos \beta_1 + \psi \cos \beta_2), \quad (12)$$

将式 (11)、式 (8) 代入式 (7)，得

$$dF_t = C \left(1 - \frac{2R_T \bar{\delta}}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T \bar{\delta}} \right) r dr d\theta. \quad (13)$$

由图1可得几何关系

$$\delta = \bar{\delta} - e \cos \theta, \quad (14)$$

式中 $\bar{\delta}$ 为叶尖平均间隙, e 为偏心距, 代入式(13)得

$$dF_t = C \left(1 - \frac{2R_T(\bar{\delta} - e \cos \theta)}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T(\bar{\delta} - e \cos \theta)} \right) r dr d\theta \quad (15)$$

dF_t 沿 y 方向的分量 dF_{ty} 为

$$dF_{ty} = dF_t \cos \theta =$$

$$C \left(1 - \frac{2R_T(\bar{\delta} - e \cos \theta)}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T(\bar{\delta} - e \cos \theta)} \right) r \cos \theta dr d\theta \quad (16)$$

3 间隙气流激振力的计算公式

3.1 短直叶片的间隙气流激振力

对于汽轮机的短直叶片, 将公式(16)积分, 并进行相应的变换(详见参考文献[4]), 可得间隙气流激振力计算公式

$$F_{ty} = v_1^2 \sin \beta_1 \rho_0 (\cos \beta_1 + \psi \cos \beta_2) \cdot \frac{R_T \pi (R_T^2 - R_B^2)^2 e}{(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T \bar{\delta})^2} \quad (17)$$

3.2 短扭叶片的间隙气流激振力

由于扭叶片是型线沿叶高变化的变截面叶片, 进气角 β_1 和出气角 β_2 沿叶高是变化的, 要对式(16)进行积分, 必须知道 β_1 和 β_2 沿叶高的变化规律。对于短叶片, 假设进气相对速度不变, 可取叶片中径 $R_m = (R_T + R_B) / 2$ 处的进气相对速度作为叶片进气相对速度 v_1 。采用三元流动理论进行扭叶片气动力计算时, 方程复杂, 无法求得其精确解, 只能采用数值算法求得其离散数值解。设 β_1 和 β_2 沿叶片高度的 $n+1$ 个离散值分别为

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \{\beta_{10}, \beta_{11}, \dots, \beta_{1n}\} \\ \beta_2 &= \{\beta_{20}, \beta_{21}, \dots, \beta_{2n}\}, \end{aligned} \quad (18)$$

式中 β_1, β_2 的 $n+1$ 个离散值可由叶片迎气曲面几何形状等计算出来, $n+1$ 为数值解计算截面的个数, β_{10}, β_{20} 为叶根部进气角和出气角, β_{1n}, β_{2n} 为叶尖部进气角和出气角。

对于这种以离散数值形式给出 β_1 和 β_2 沿叶高变化的情况, 采用分段线性化方法, β_1 和 β_2 可表示为

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_{1i} + k_{1i}(r - r_i) \\ \beta_2 &= \beta_{2i} + k_{2i}(r - r_i) \end{aligned} \quad r_i \leq r \leq r_{i+1}, \quad (19)$$

式中 i 为整数, $i \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$; β_{1i} 为 i 点的进气角; β_{2i} 为 i 点的出气角,

$$\begin{aligned} k_{1i} &= (\beta_{1,i+1} - \beta_{1i}) / (r_{i+1} - r_i) \\ k_{2i} &= (\beta_{2,i+1} - \beta_{2i}) / (r_{i+1} - r_i), \end{aligned} \quad (20)$$

令

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_{1i} &= \beta_{1i} - k_{1i} r_i \\ \tilde{\beta}_{2i} &= \beta_{2i} - k_{2i} r_i, \end{aligned} \quad (21)$$

采用分段线性化方法, 求得短扭叶片 Alford 力表达式为

$$\begin{aligned} F_{ty} &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{r_i}^{r_{i+1}} v_1^2 \sin(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i} r) \rho_0 \cdot \\ &\quad [\cos(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i} r) + \psi \cos(\tilde{\beta}_{20} + k_{2i} r)] r dr \cdot \\ &\quad \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{2R_T(\bar{\delta} - e \cos \theta)}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T(\bar{\delta} - e \cos \theta)} \right) \cos \theta d\theta = \\ &\quad \frac{2(R_T^2 - R_B^2) \pi v_1^2 \rho_0 R_T e}{(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T \bar{\delta})^2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (I_{1i} + \psi I_{2i}), \end{aligned} \quad (22)$$

式中

$$I_{1i} = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \sin(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i} r) \cos(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i} r) r dr, \quad (23)$$

$$I_{2i} = \int_{r_i}^{r_{i+1}} \sin(\tilde{\beta}_{20} + k_{2i} r) \cos(\tilde{\beta}_{20} + k_{2i} r) r dr. \quad (24)$$

I_{1i}, I_{2i} 的表达式见参考文献[5]。

3.3 长扭叶片的间隙气流激振力

对于汽轮机低压部分(特别是末几级), 蒸气的容积流量 G_V 相当大, 叶片很长。在这种情况下, 再采用叶片进气相对速度沿叶高不变的假设计算, 误差较大, 必须考虑叶片进气相对速度沿叶高变化的影响。动叶片进出口的速度三角形如图4所示。由图4可见, 叶片进气相对速度 v_1 可用进气绝对速度 v_{1a} 和叶片绝对线速度 v_e 表示为

$$v_1 = \sqrt{v_{1a}^2 + v_e^2 - 2v_{1a}v_e \cos \gamma} \quad (25)$$

设沿叶高方向不同截面的 γ 数值可由集合 $\gamma = \{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n\}$ 表示, 采用分段线性化方法, 可求得长扭叶片 Alford 力表达式为

$$\begin{aligned} F_{ty} &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{r_i}^{r_{i+1}} [v_{1a}^2 + (r\omega)^2 - 2v_{1a}r\omega \cos(\tilde{\gamma}_{10} + \\ &\quad k_{\gamma} r)] \sin(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i} r) [\cos(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i} r) + \\ &\quad \psi \cos(\tilde{\beta}_{20} + k_{2i} r)] r dr \cdot \end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} \rho_0 \left(1 - \frac{2R_T(\bar{\delta} - e\cos\theta)}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T(\bar{\delta} - e\cos\theta)} \right) d\theta = \frac{2(R_T^2 - R_B^2)\pi\rho_0 R_T e}{(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta})^2} \sum_{i=0}^{n-1} (II_{1i} + \psi II_{2i}) \quad (26)$$

$$II_{1i} = \int_{r_i}^{r_{i+1}} [v_{1a}^2 + (r\omega)^2 - 2v_{1a}r\omega\cos(\tilde{\gamma}_{10} + k_{\gamma}r)] \cdot \sin(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i}r)\cos(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i}r) r dr \quad (27)$$

$$II_{2i} = \int_{r_i}^{r_{i+1}} [v_{1a}^2 + (r\omega)^2 - 2v_{1a}r\omega\cos(\tilde{\gamma}_{10} + k_{\gamma}r)] \cdot \sin(\tilde{\beta}_{10} + k_{1i}r)\cos(\tilde{\beta}_{20} + k_{2i}r) r dr, \quad (28)$$

式中 II_{1i} , II_{2i} 的积分表达式见参考文献 [5]。

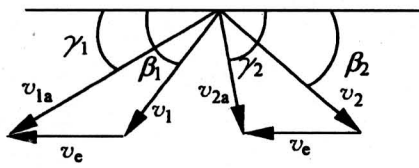


图 4 动叶片气流三角形

Fig.4 Air triangle of moving blade

3.4 调节级直叶片间隙气流激振力计算公式

汽轮机的调节级承受由高压喷嘴喷出的高温、高压蒸汽，该级的蒸汽温度最高，压力、速度、密度最大。图 5 是喷嘴气道等间距分布喷嘴的示意图，由图 5 可见，该级是部分进气，且在不同工况下各喷嘴的气流流量不相同，工作环境特别恶劣，工作中由该级引起的振动较大，因此研究该级的气流激振力对于汽轮机设计具有重要意义。

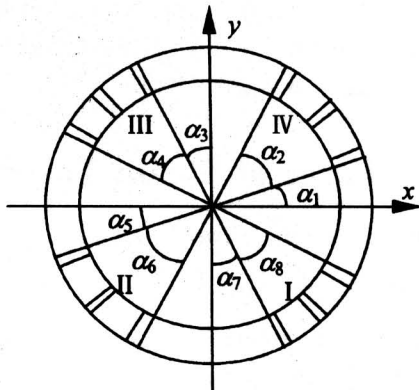


图 5 气道等间距喷嘴示意图

Fig.5 Nozzle sketch with isointerval

由图 5 可见，四组喷嘴的始、末位置与 x 轴正向的夹角如表 1 所示。

表 1 四组喷嘴的始、末位置与 x 轴正向的夹角

Angles of initial and ending positions with x axis of four groups of nozzles				
组	I	II	III	IV
α_b	$\frac{3\pi}{2} + \alpha_7$	$\pi + \alpha_5$	$\frac{\pi}{2} + \alpha_3$	α_1
α_e	$\alpha_{b1} + \alpha_8$	$\alpha_{b2} + \alpha_6$	$\alpha_{b3} + \alpha_4$	$\alpha_{b4} + \alpha_2$

高压喷嘴气流场的气流速度和密度可表示为

$$\left. \begin{aligned} v(\theta) &= v_{1,i} \\ \rho(\theta)\rho_i & \end{aligned} \right\} \alpha_{bi} \leq \theta \leq \alpha_{ei}, i = 1, 2, 3, 4 \quad (29)$$

除此之外

$$v(\theta) = 0, \rho(\theta) = 0,$$

式中 $v_{1,i}$ 为 i 喷嘴的气流速度， ρ_i 为 i 喷嘴的气流密度。

调节级的间隙气流激振力为各喷嘴的间隙气流激振力之和，如图 6 所示，在局部坐标系下，间隙气流激振力的计算公式为

$$F_{ix'} = - \int_{R_B}^{R_T} r dr \sum_{i=1}^4 \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} C_i \cdot \left(1 - \frac{2R_T[\bar{\delta} - e\cos(\theta - \alpha)]}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T[\bar{\delta} - e\cos(\theta - \alpha)]} \right) \sin(\theta - \alpha) d\theta, \quad (30)$$

$$C_i = v_{1,i}^2 \sin\beta_{1i} \rho_{i,0} (\cos\beta_{1i} + \psi \cos\beta_{2i}), \quad (31)$$

$$F_{ix'} = \begin{cases} \frac{(R_T^2 - R_B^2)^2}{2(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta})} \sum_{i=1}^4 C_i \cos(\theta - \alpha) \Big|_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} & e = 0 \\ - \frac{(R_T^2 - R_B^2)^2}{4R_T e} \sum_{i=1}^4 C_i \ln[(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta}) - 2R_T e \cos(\theta - \alpha)] \Big|_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} & e > 0, \end{cases} \quad (32)$$

$$F_{iy'} = \int_{R_B}^{R_T} r dr \sum_{i=1}^4 \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} C_i \cdot \left(1 - \frac{2R_T[\bar{\delta} - e\cos(\theta - \alpha)]}{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T[\bar{\delta} - e\cos(\theta - \alpha)]} \right) \cdot \cos(\theta - \alpha) d\theta = \frac{(R_T^2 - R_B^2)^2}{4R_T e} \sum_{i=1}^4 C_i I_i \quad (33)$$

$$I_i = \begin{cases} \left(A \arctan \left(B \tan \frac{\theta - \alpha}{2} \right) - (\theta - \alpha) \right) \Big|_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} \\ \pi \in (\alpha_{ei} - \alpha, \alpha_{bi} - \alpha) \\ \left(A \arctan \left(B \tan \frac{\theta - \alpha}{2} \right) - (\theta - \alpha) \right) \Big|_{\alpha_{bi}}^{\pi + \alpha} \\ \left(A \arctan \left(B \tan \frac{\theta - \alpha}{2} \right) - (\theta - \alpha) \right) \Big|_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} \\ \pi \in (\alpha_{ei} - \alpha, \alpha_{bi} - \alpha) \end{cases} + \quad (34)$$

$$A = \frac{2(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta})}{\sqrt{(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta})^2 - (2R_Te)^2}}$$

$$B = \frac{R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta} + 2R_Te}{\sqrt{(R_T^2 - R_B^2 + 2R_T\bar{\delta})^2 - (2R_Te)^2}} \quad (35)$$

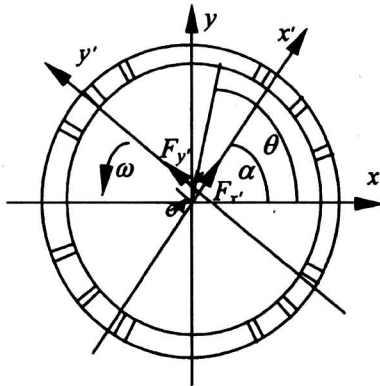


图6 调节级间隙示意图

Fig.6 Sketch of clearance in control stage

4 结论

汽轮机间隙气流激振力是引起汽轮机转子失稳的重要因素,近年来已越来越引起国内外研究人员

的重视。作者基于均匀气流场的假设,建立了气流密度随叶尖间隙变化的关系,以此关系为基础,应用流体力学方法,导出了汽轮机直叶片、扭叶片在均匀气流场的 Alford 力的计算公式以及汽轮机调节级在部分进气工作状态下的 Alford 力的计算公式。本文简要介绍了这些研究成果,把需要人为确定待定系数的 Alford 公式改进为可根据汽轮机结构参数和气流参数计算间隙气流激振力的公式,参考文献 [4~6] 所给出的数值计算结果表明,由本文公式对比计算得到的 β 值在参考文献 [7] 给出的选择范围 $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ 之间,说明本文公式的计算结果是可靠的。这些成果将汽轮机间隙气流激振力研究向前推进了一步,同时也为汽轮机的稳定性计算提供了基础。

参考文献

- [1] Alford J S. Protecting turbomachinery from self-excited rotor whirl [J]. ASME Journal of Engineering for Power, 1965, (5): 333~344
- [2] 柴山,张耀明,马浩,等.大型旋转机械气流激振力研究综述[J].山东工程学院学报,1998,12(4):1~7
- [3] 张文.转子动力学中的若干近代力学问题[J].中国科学基金,1994,(3):227~229
- [4] 柴山,张耀明,马浩,等.由于转子偏心引起的气流激振力分析[J].机械工程学报,2000,36(4):34~37
- [5] 柴山,张耀明,马浩,等.汽轮机扭叶片级间隙气流激振力分析[R].淄博:山东工程学院,2000
- [6] 柴山,张耀明,马浩,等.汽轮机调节级间隙气流激振力分析[R].淄博:山东工程学院,2000
- [7] 晏砺堂,朱梓根,李其汉.高速旋转机械振动[M].北京:国防工业出版社,1994

The Analysis on the Air-exciting-vibration Force of Steam Turbine

Chai Shan, Zhang Yaoming, Qu Qingwen, Zhao Youqun, Yao Fusheng

(Shandong Institute of Technology, Zibo, Shandong 255012, China)

[Abstract] Based on the hydro-dynamics, the computing formulas for air-exciting-vibration force are derived for straight blade, short twist blade, long twist blade and the control stage of steam turbine in uniform air-flow field. Using the presented formulas, the air-exciting-vibration force can be directly calculated based on the design parameters and air-flow parameters of steam turbine. The numerical tests show that the presented formulas are correct and reliable.

[Key words] steam turbine; air-exciting-vibration force; hydro-dynamics