

变频驱动并联水泵变压变流量运行优化调度

李洪斌, 张承慧, 宋 军

(山东大学控制科学与工程学院, 济南 250061)

[摘要] 分析了变频驱动并联水泵变压变流量运行优化调度问题的常用建模方法, 并比较了各种方法的优劣。常用的方法是以水泵轴功率作为目标函数, 以供水指标和高效区为约束条件。另一种方法是以满足扬程指标时的实际流量与所需流量之差的二次方作为目标函数, 以水泵的高效区作为约束条件。提出了一种新的建模方法, 模型物理意义与实际工况严格相符, 具有较高的精度, 满足了工程中对水泵切换频率尽量小的要求。仿真结果表明该方法是有效的。

[关键词] 优化调度; 有约束非线性规划; 水泵调速

1 引言

能源问题是当今世界普遍重视的问题。在给排水工程中, 水泵要消耗大量的能源, 电耗往往占制水成本的60%以上, 我国每年水泵的电能消耗占电能总消耗的21%以上^[1]。因此, 对水泵的节能研究具有十分重要的意义。

目前国内泵站装机是按最不利条件下的最大时流量和所需扬程配置的, 而在实际运行中, 泵站的流量和扬程在绝大部分时间里远低于所设计的流量和扬程。为了节能降耗, 必须采取调节措施使泵站适应负荷的变化运行。依靠阀门开启度来调节水量在阀门上产生了附加的扬程损失, 降低了泵效。应用变频调速恒压供水系统, 实时切换并联水泵、调节水泵转速, 使水压恒定。但是, 恒压供水系统仅仅根据水压(即扬程)进行调度, 有一部分能量消耗于管网中, 而且也未考虑调速水泵的效率问题。同时根据流量和扬程两个指标调度, 使水泵变压变流量运行, 有可能实现最佳的节能效果。

变压变流量调度在理论上属于有约束非线性规划问题。分别考虑水泵的台数切换或者只调速, 均达不到最佳的节能效果^[2~5]。有的只讨论同容量

水泵的并联运行, 有的算法具有很大的计算量^[6]。文献[7]指出, 由于连续变量与离散变量的综合作用, 建模及求解问题都相当棘手。

变压变流量调度的常见建模方法为: 为了使能耗最低, 通常取目标函数为水泵的轴功率, 同时以供水指标和水泵高效区作为约束条件, 但是建模复杂, 不易求解; 取满足扬程指标时的实际流量与所需流量之差的二次方作为目标函数, 并约束水泵在高效区运行来建模, 约束条件少, 求解简便, 但与实际并联工况差别较大。因此, 提出了一种模型的物理意义与实际变压变流量运行工况相符的建模方法, 具有较高的精度, 并考虑了水泵的效率、模型求解运算量、水泵切换频率等工程实际问题。

2 水泵给水系统工况分析

2.1 水泵特性

离心泵在额定转速 n_0 运行时满足扬程 H 与流量 Q 的 $H-Q$ 特性曲线:

$$H = H_x - S_x Q^2, \quad (1)$$

其中 H_x 为流量为零时的虚总扬程, S_x 为泵体内虚阻耗系数。当其转速下调时, $H-Q$ 曲线平行下

移。若转速下调到 n_1 ，则 $H-Q$ 特性变为：

$$H = kH_x - S_x Q^2, \quad (2)$$

其中 $k = (n_1/n_0)^2$ 为调速比。

根据 $\eta-Q$ 特性曲线，水泵转速过低时，其效率 η 将急剧下降，故应限制水泵调速范围 $[k_{\min}, 1]$ ；又 Q 过高或过低时，效率 η 也很低，还应限制流量 Q 范围 $[Q_{\min}, Q_{\max}]$ 。这样可保证水泵在高效区工作，如图 1 所示。

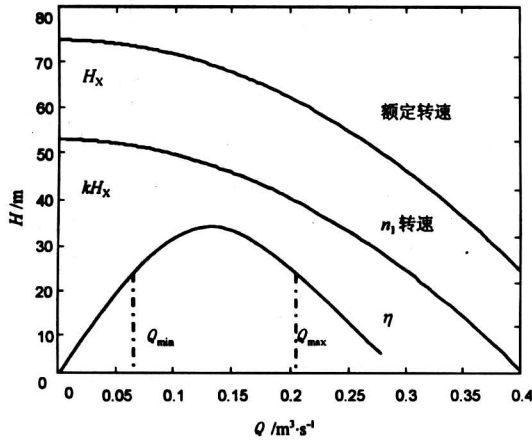


图 1 $H-Q$ 特性与 $\eta-Q$ 特性

Fig.1 $H-Q$ characteristics and $\eta-Q$ characteristics

当多台水泵并联工作时，将各水泵在相同扬程下的流量相加，可得并联后的 $H-Q$ 特性曲线，如图 2 所示。

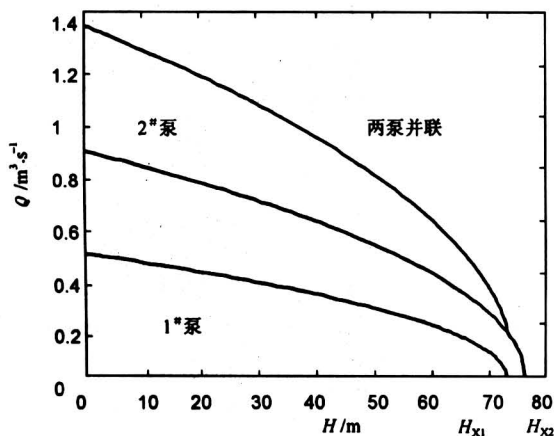


图 2 并联特性

Fig.2 Parallel connection characteristics

水泵运行应保证管网最不利供水点的用户能得到足够的水压。用户得到的水量是由用户端的阀门所决定的，只要在水量变化时维持用户水压在所需

的扬程值 H_{ST} ，就能保证用户得到所需水量，故最终目的是控制用户水压。但是用户端距泵站较远，中间通过管网相连，不易检测用户水压。在实际工程中，扬程 H 的测量点一般设置在水泵出水口处。当水流经管道时，由于受到阻力而损失扬程

$$H_f = SQ^2, \quad (3)$$

其中 S 为管道阻力系数。故水泵实际应提供的扬程为

$$H = H_{ST} + H_f = H_{ST} + SQ^2, \quad (4)$$

其中 H_{ST} 为用户所需的扬程，式 (4) 称为管阻特性。可见，为了得到水泵应提供的扬程 H ，必须预测用户所需水量，即管网流量 Q 。

2.1 调度原则

常见的恒压供水系统设计思路为：根据最不利条件下的流量 Q_A 和用户所需扬程 H_{ST} 确定水泵应提供的扬程 H_A ，选择水泵参数使其工作在 A 点 (H_A, Q_A) 。在运行过程中，只检测出水口处水压 H ，并根据 H 进行调度，使水压恒定在 H_A 。若流量由 Q_A 减小到 Q_B ，水泵工作点将沿水平线 $H = H_A$ 移动到 C 点 (H_A, Q_B) 。但是根据式 (4)，水泵此时应提供的扬程为

$$H_B = H_{ST} + SQ^2, \quad (5)$$

故多提供了扬程 $H_A - H_B$ ，这部分能量将消耗在管网中，而且当 $H_A - H_B$ 很大时会导致管网破裂，造成用户供水中断和水资源的浪费。

变压变流量运行是根据流量 Q 和用户所需扬程 H_{ST} 进行调度^[8]。若流量由 Q_A 减小到 Q_B ，根据式 (5) 和检测到的流量 Q_B ，水泵此时应提供的扬程为 H_B 。调度后水泵将工作在最佳工作点 B 点 (H_B, Q_B) ，恰好满足用户需求。可见，在这种调度过程中，水泵工作点沿管阻特性曲线移动，恰好满足用户需求且无附加的能量浪费，最为节能，如图 3 所示。

3 优化问题模型

3.1 问题描述

假设某泵站有 n 台离心泵，其中 1[#]，2[#]， \dots ， m [#] 为调速泵，其 $H-Q$ 特性为

$$H = k_i H_{X_i} - S_{X_i} Q^2, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

其中 k_i 为调速比。设 $(m+1)$ [#]， $(m+2)$ [#]， \dots ， n [#] 为定速泵，其 $H-Q$ 特性为

$$H = H_{X_i} - S_{X_i} Q^2, \quad i = m+1, m+2, \dots, n. \quad (7)$$

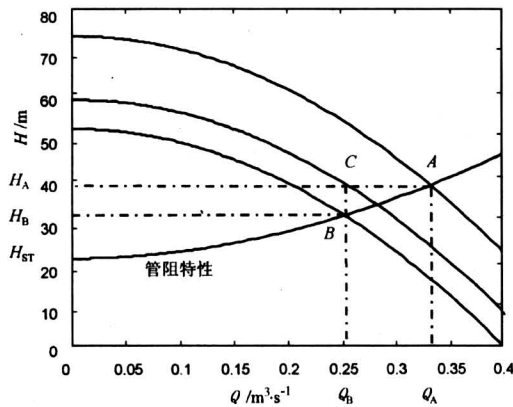


图3 调度原则

Fig.3 Scheduling principles

管阻特性为:

$$H = H_{ST} + SQ^2. \quad (8)$$

供水指标为 (H_{ST}, Q_e) , 即用户所需扬程为 H_{ST} , 所需流量为 Q_e .

3.2 建模方法

一般常用建模方法为: 以水泵轴功率作为目标函数, 以调速范围 $[k_{min}, 1]$ 、流量范围 $[Q_{min}, Q_{max}]$ 和供水指标 (H_{ST}, Q_e) 作为约束条件, 保证水泵高效工作且满足供水要求。这种方法直观, 容易理解, 但是约束条件多, 不易求解。

考虑到水泵轴功率

$$N = \gamma QH / \eta, \quad (9)$$

其中 γ 为水的比重, η 为水泵的效率。由上式可知: 在满足供水指标的条件下, 当扬程 H 、流量 Q 为最小值且工作在高效区时, 轴功率最小, 电能损耗为最小值。由此可建立另一种优化模型^[9]:

$$\min_{w_i, k_i} \left[\sum_{i=1}^m \left[w_i \sqrt{\frac{k_i H_{Xi} - H_{ST}}{S_{Xi} + S}} \right] + \sum_{i=m+1}^n \left[w_i \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_{ST}}{S_{Xi} + S}} - Q_e \right]^2 \right], \quad (10)$$

$$\text{s. t. } \alpha_i \leq k_i \leq \beta_i. \quad (11)$$

其中

$$\alpha_i = \max \left[\lambda_i, \sqrt{\frac{c_i^2 (S_X + S) + H_{ST}}{H_X}} \right], \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (12)$$

$$\beta_i = \min \left[1, \sqrt{\frac{d_i^2 (S_X + S) + H_{ST}}{H_X}} \right], \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

$$w_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

w_i 表示第 i 号泵的工作状态 (1—工作, 0—不工作)。

此模型是以满足扬程指标 H_{ST} 时的实际供水量 Q 与 Q_e 之差的二次方作为目标函数, 同时通过约束调速范围保证水泵高效工作。在式 (12) 和式 (13) 中, λ_i, c_i, d_i 表示水泵高效工作时的调速范围和流量范围的约束条件 $k_{min}, Q_{min}, Q_{max}$, 在 Q_{min}, Q_{max} 下计算最佳工作点的调速比, 并与 $\lambda_i, 1$ 比较, 使高效工作的约束条件只用调速范围 $[\alpha_i, \beta_i]$ 来表示, 这样简化了模型。

此模型存在不足: 其目标函数与并联水泵的实际工况并不相符。它是将各水泵 $H-Q$ 特性曲线与管阻特性交点的流量 Q_i 直接相加, 并作为并联工作点的流量 $\sum Q_i$, 但各交点的扬程并不相等, 如图 4 所示。事实上, 水泵并联工作是在相同扬程下各水泵的流量叠加, 故此目标函数中的总流量并不是并联工作时的实际流量, 应先写出并联后的 $H-Q$ 特性方程, 然后与管阻特性方程联立, 求得两曲线交点处的流量才是真正的并联工作时的 $\sum Q_i$ 。

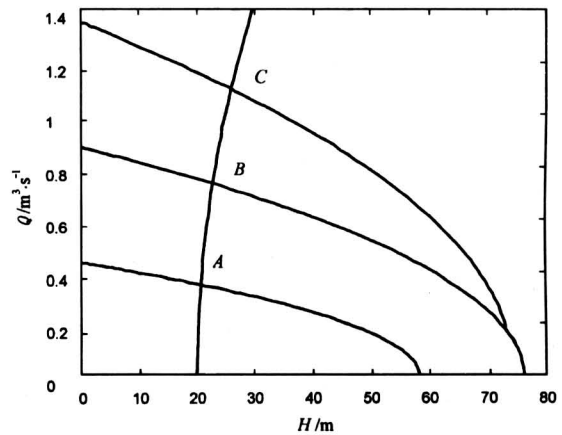


图4 原变压变流量调度的不足

Fig.4 Defects of the old variable-pressure variable-flow scheduling

并联工作的 $H-Q$ 特性方程为:

$$Q = \sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{k_i H_{Xi} - H}{S_{Xi}}} + \sum_{i=m+1}^n \sqrt{\frac{H_{Xi} - H}{S_{Xi}}}. \quad (15)$$

式 (15) 和式 (8) 联立消 Q 可得:

$$\sum_{i=1}^m \sqrt{\frac{k_i H_{X_i} - H}{S_{X_i}}} + \sum_{i=m+1}^n \sqrt{\frac{H_{X_i} - H}{S_{X_i}}} - \sqrt{\frac{H - H_{ST}}{S}} = 0 \quad (16)$$

式 (16) 中含有 $n + 1$ 个根号，很难解出 H 的解析表达式，也就无法得到 Q 的解析表达式。因此，目标函数 $F = (\sum Q_i - Q_e)^2$ 不具有解析表达式形式，其计算量很大，计算精度也难以保证。但前述近似处理方法^[9]与实际工况相差较大。

考虑到利用已知的供水指标和管阻特性可以确定并联工作的最佳工作点。将供水指标 (H_{ST} , Q_e) 代入管阻特性，求得并联水泵的最佳工作点 (H_e , Q_e)，然后将各水泵在 H_e 下的流量相加得到并联工作时的总流量 $\sum Q_i$ ，这样就可得到目标函数 $F = (\sum Q_i - Q_e)^2$ 的解析表达式。这种方法是先确定最佳工作点，然后通过选择水泵工作台数和调速泵的调速比，使并联后的 $H-Q$ 特性与管阻特性相交于该工作点上。

$$H_e = H_{ST} + S Q_e^2, \quad (17)$$

$$Q_i = \sqrt{\frac{k_i H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (18)$$

$$Q_i = \sqrt{\frac{H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}}, \quad i = m + 1, m + 2, \dots, n \quad (19)$$

$$\sum Q_i = \sum_{i=1}^m w_i \sqrt{\frac{k_i H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}} + \sum_{i=m+1}^n w_i \sqrt{\frac{H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}} \quad (20)$$

故优化模型为：

$$\min_{w_i, k_i} F = \left(\sum_{i=1}^n Q_i - Q_e \right)^2 = \left[\sum_{i=1}^m \left[w_i \sqrt{\frac{k_i H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}} \right] + \sum_{i=m+1}^n \left[w_i \sqrt{\frac{H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}} \right] - Q_e \right]^2, \quad (21)$$

$$\text{s. t. } \alpha_i \leq k_i \leq \beta_i. \quad (22)$$

其中： α_i , β_i , w_i 见式 (12)、式 (13) 和式 (14)。

4 优化模型求解

式 (21) 的优化模型可结合 0—1 完全枚举法和 Wolfe 既约梯度法进行求解，即首先将 w_i 取 0 或 1 的各种组合全部列出，并对每一种组合情况按照 Wolfe 既约梯度法搜索目标函数最优值，然后比较各组合情况的目标函数最小值，选取其中最佳者作为结果。为表述方便，定义水泵运行 n 维状态

权值向量 w 和 m 维调速比向量 k ：

$$w = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ \dots \ w_n], \quad (23)$$

$$k = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ \dots \ k_m]. \quad (24)$$

其中 w 将各泵的运行状态 w_i 合并为向量，表示泵站所有水泵的运行状态； k 是各调速泵的调速比 k_i 合并的向量。

下面以 $n = 5$, $m = 2$ 为例介绍求解步骤。

Step 1 0—1 完全枚举。 w 的所有可能取值如表 1 所示，共 31 种，其中第 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 种只开定速泵，不能利用变频调速节能，故不予考虑。当取 w 为某一特定值时，各水泵是否工作就完全确定，目标函数 F 仅随调速比 k 而变化。如 $w = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$ 时，只有 1# 泵、3# 泵工作，目标函数为：

$$F = (Q_1 + Q_3 - Q_e) = \left[\sqrt{\frac{k_1 H_{X1} - H_e}{S_{X1}}} + \sqrt{\frac{H_{X3} - H_e}{S_{X3}}} - Q_e \right]^2 \quad (25)$$

表 1 w 取值

Table 1 Value of w

序号	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	1	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	1	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31	1	1	1	1	1

Step 2 对每个 w 值，采用 Wolfe 既约梯度法搜索目标函数最优值。其基本思想是：把变量分为基变量和非基变量，它们之间的关系由约束条件确定，将基变量用非基变量表示并从目标函数中消去基变量，得到以非基变量为自变量的简化的目标函数，进而利用此函数的负梯度（称为既约梯度）构造下降可行方向。在此之前首先进行变量代换，

$$\mu_i = k_i - \alpha_i, \quad i = 1, 2, \quad (26)$$

则目标函数可改写为：

$$\min_{w_i, k_i} F = \left(\sum_{i=1}^5 Q_i - Q_e \right)^2 = \left[\sum_{i=1}^2 \left[w_i \sqrt{\frac{(\mu_i + \alpha_i) H_{X_i} - H_e}{S_{X_i}}} \right] + \dots \right]^2$$

$$\sum_{i=3}^5 \left[w_i \sqrt{\frac{H_{Xi} - H_e}{S_{Xi}}} - Q_e \right]^2, \quad (27)$$

$$\text{s.t. } \mu_i \leq \beta_i - \alpha_i, \quad i = 1, 2, \quad (28)$$

$$\mu_i \geq 0, \quad i = 1, 2. \quad (29)$$

再按照 Wolfe 既约梯度法进行求解，即引入松弛变量，将不等式约束转化为等式约束，选择基变量，将目标函数化为仅含非基变量的函数，计算非基变量的梯度即既约梯度，按梯度法迭代，判断换基。

Step 3 比较各个 w 下的目标函数最优值，选取其中“最佳”者作为求解结果输出。在工程实际中，此处最佳意味目标函数接近最小值。考虑到大型水泵启动比较困难，故切泵动作应越少越好。若存在多个 w 下的目标函数最优值满足精度要求，则按下式进行选择：

$$\min_{w'} d_H(w^j, w') = \sum_{i=0}^m |w_i^j - w_i'|, \quad (30)$$

$$\text{s.t. } \min_{w', k'} F \leq \epsilon, \quad j = 1, 2, \dots, 31$$

$$\text{且 } j \neq 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. \quad (31)$$

其中 w_i^j 为表 1 中 w 的各种可能取值，上标 j 为 w 取值的序号，下标 i 为向量各分量的序号， ϵ 为目标函数的精度要求， w' 为当前运行状态的权值向量，式 (30) 中按照 Hamming 距离来计算两向量之间的距离，其值等于两向量中对应元素不相等的个数，即切泵次数。这样可保证以切泵动作最少的最优解 (w^*, k^*) 作为求解结果。

5 仿真实验

使用数学软件 MATLAB 优化工具箱中的 fmincon 进行仿真计算，它具有约束非线性规划的求解函数。下面仍以 $n = 5, m = 2$ 为例，采用表 2 的水泵参数编程进行仿真计算，其中管阻特性参数 $S = 5$ ，即：

表 2 仿真数据

Table 2 Simulation data

泵号	H_{Xi}/m	$S_{Xi}/s^2 \cdot m^{-5}$	α_i	β_i
1#	73.12	317.12	0.50	1.0
2#	81.76	188.17	0.50	1.0
3#	76.25	100.00		
4#	76.25	100.00		
5#	76.25	100.00		

$$H = H_{ST} + 5Q^2. \quad (32)$$

若给定 $(H_{ST}, Q_e) = (20, 0.6822)$ ，则：

$$w^* = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad k^* = [0.674 \ 435 \ 965 \ 703 \ 82 \ 0.631 \ 864 \ 819 \ 899 \ 57],$$

最优点的目标函数值为：

$$F^* = 0.000 \ 000 \ 000 \ 004 \ 16.$$

采用图解法对上述结果进行验证，即检验 $w = w^*, k = k^*$ 时并联水泵的 $H-Q$ 曲线与管阻特性曲线的交点处的 Q 是否为 Q_e 。如图 5 和图 6 所示，图 6 是图 5 的局部放大。从图中可以看出 $w = w^*, k = k^*$ 时并联水泵的工作点处的 $Q \approx Q_e = 0.6862$ ，与模型求解结果相同。

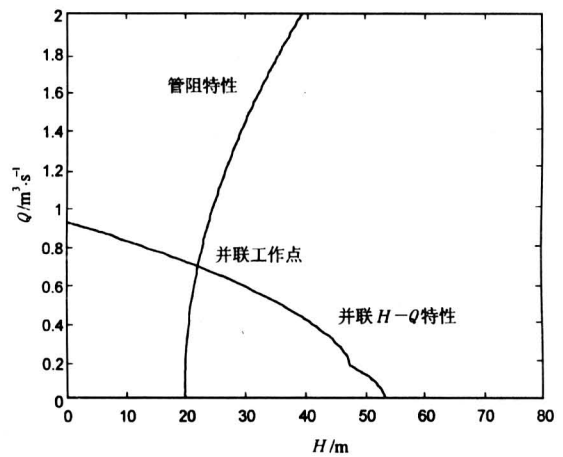


图 5 验证仿真结果

Fig.5 Verify simulation results

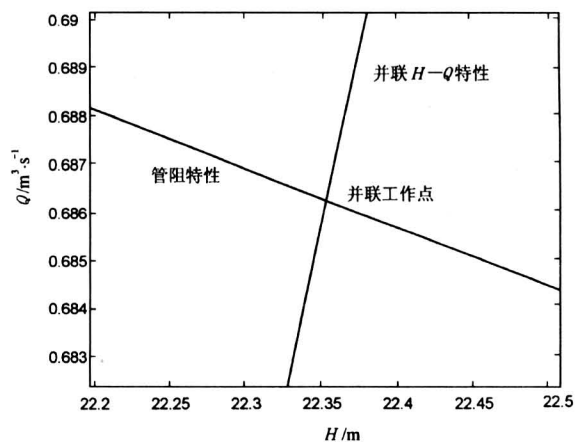


图 6 验证仿真结果 (放大图)

Fig.6 Verify simulation results (zoom)

若给定 $(H_{ST}, Q_e) = (20, 2.13213)$ ，则

$$w^* = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0], \quad k^* = [0.800 \ 000 \ 000 \ 000 \ 00$$

0.882 137 085 586 68],
最优点的目标函数值为

$$F^* = 0.000\ 000\ 000\ 003\ 96。$$

事实上,

$$w^{31} = (1\ 1\ 1\ 1\ 1),\ k^{31} = (0.706\ 997\ 174\ 424\ 91\ 0.641\ 312\ 410\ 827\ 75),$$

目标函数值为

$$F = 0.000\ 000\ 000\ 000\ 26,$$

比 F^* 更理想, 但考虑到工程中所能分辨的精度和切泵频率, 并考虑式 (30), (w^*, k^*) 为最佳调度结果。对此结果仍可按照图解法进行验证, 其精度是令人满意的。

5 结论

在分析并联水泵变压变流量运行优化调度问题的常用建模方法并比较各种方法优劣的基础上, 提出了一种新的建模方法。该方法从并联水泵实际运行工况出发, 以满足扬程指标时的实际流量与所需流量之差的二次方作为目标函数, 以水泵的高效区作为约束条件。该方法不仅考虑了供水指标、水泵的效率、模型求解计算量等工程实际问题, 而且模型物理意义与实际工况相符, 并根据水泵运行的权值向量的范数选取切换动作最少的解, 从而使切换频率最低, 故具有较高的精度与较强的实用性。仿真结果表明该方法是有效的。在实际控制系统中应用该模型, 并结合变频调速技术, 可使水泵高效、

经济运行, 这对于节能降耗及提高我国供水行业的经济效益, 都具有十分重要的现实意义。

参考文献

- [1] 田会杰, 杨爱华. 水泵和水泵站 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986. 134
- [2] 汪时萍, 仲俊伟, 夏安邦. 积木模型生成技术及其在城市供水调度中的应用 [J]. 自动化学报, 1992, 18(3): 367~370
- [3] 仲俊伟, 徐南荣, 陈森发. 城市供水系统调度的分解——协调优化方法 [J]. 自动化学报, 1990, 16(3): 217~225
- [4] 段文泽. 泵站调速节能的自适应控制 [J]. 电气传动, 1990, 20(5): 38~45
- [5] 李光泉, 郑丕谔, 仲俊伟. 城市供水管网系统的优化调度 [J]. 系统工程学报, 1987, 3(1): 32~38
- [6] Ohmruo T, Tachibana Y. An efficient control method for operation of multiple pumps [A]. Proc 8th IFAC, Triennial [C], 1981. 325~338
- [7] Tzafestas S G. Optimization and control of dynamic operational research models [M]. North Holland, 1992. 246
- [8] 何政斌, 金海城, 周炳强, 等. 变频调速变压变流量供水设备的研制及运行效果分析 [J]. 给水排水, 1998, 24(10): 59~63
- [9] Mori S, Ogassawara H. Computer control system for water treatment plant [J]. HITACHI Review, 1983, 32(5): 672~680

Optimal Scheduling of Variable-pressure Variable-flow Operation of Inverter-drive Pumps Connected in Parallel

Li Hongbin, Zhang Chenghui, Song Jun

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

[Abstract] The paper analyzes common methods for the optimal scheduling modeling problem of variable-pressure variable-flow operation of inverter-drive pumps connected in parallel and compares the merits and defects of them. In the common method, the objective function is the shaft horsepower of the pumps and the constrained conditions are water supply target and high-efficiency area of pumps. In another method, the objective function is the square of the difference between the actual and needed flow when satisfying the lift target and the constrained conditions are high-efficiency areas of pumps. The paper proposes a new modeling method, which is compatible with the actual operation and has higher precision and satisfies the engineering requirement on lower switching frequency. Simulation results have proved its validity.

[Key words] optimal scheduling; nonlinear bounded programming; speed regulation of pumps