

# 基于分形和小波的几何型面加工误差综合分析

廖小云, 唐倩, 赵英, 郑世泽

(重庆大学机械工程学院, 重庆 400044)

**[摘要]** 对几何型面加工误差提出并建立了基于分形和小波的综合分析方法, 可以精细分析几何型面加工误差的微观成分, 并重构出型面轮廓加工误差曲线, 以便进行公差与性能关系分析以及加工过程质量监控等相关工作。应用实例表明, 该方法是非常有效的。

**[关键词]** 机加工; 加工误差分析; 分形几何; 小波分析

**[中图分类号]** TH161.5 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2002)05-0075-04

机械零件型面加工误差的有效分析是精密或超精密加工不可缺少的基础。长期以来, 人们对此研究和应用非常关注, 提出了多种机械零件型面加工轮廓误差的分析和综合方法。其中, 自相关函数和富立叶谱 (Fourier spectrum) 等传统方法被广泛应用于型面轮廓加工质量分析和加工过程监控中<sup>[1]</sup>。

大量的实验研究表明, 很多机加工型面, 如零件的磨削或精车表面, 具有自相似、自仿射特点<sup>[2]</sup>。因此, 近年来, 一些研究者将现代数学工具引入到研究工作中, 如采用分形几何和小波理论等研究机加工零件表面轮廓特性。文献 [2] 研究了基于分形的表面微观形貌的分形表征方法。文献 [3] 研究了加工轮廓误差的小波建模方法。文献 [4, 5] 分别研究了基于分形的零件性能与精度分析方法。

笔者在有关研究基础上, 综合应用分形几何和小波分析等有关理论, 研究了磨削或精车的零件表面加工误差, 建立了基于小波分析的加工型面分形维数计算方法和轮廓误差曲线重构算法, 不但可以得到分形参数, 而且还能重构出型面轮廓误差曲线, 以便进行公差与性能关系分析以及加工过程质量监控等相关工作。应用实例表明, 该方法是非常

有效的。

## 1 几何型面加工误差的小波分析

笔者根据有关小波分析研究结果, 给出型面轮廓加工误差曲线的二进小波分析与多分辨分解方法。设型面轮廓加工曲线  $f(x)$  为二次方可积的, 即  $f(x) \in L^2(R)$ 。根据小波理论<sup>[6]</sup>, 有如下结论:

$f(x)$  的二进小波变换为

$$(D_m^k f)_d = [f(u), \Psi_m(u - 2^{-m}k)], k, m \in Z \quad (1)$$

逼近系数为

$$(A_m^k f)_d = [f(u), \Phi_m(u - 2^{-m}k)], k, m \in Z \quad (2)$$

其中,  $\Psi(x)$ 、 $\Phi(x)$  分别为小波函数和尺度函数, 满足关系

$$\Psi(x) = 2^{1/2} \sum_k (-1)^k \alpha_{1-k} \Phi(2x - k), \quad (3)$$

$\{\alpha_k\}$  为尺度函数的系数, 而且

$$\Phi_m(x) = 2^m \Phi(2^m x), \Psi_m(x) = 2^m \Psi(2^m x), \quad (4)$$

设  $h_k = (\Phi_{-1}(u), \Phi(u - k))$ ,  $g_k = (\psi_{-1}(u), \Psi(u - k))$ , 定义

$$H_k = h_{-k}, G_k = g_{-k}; \quad (5)$$

[收稿日期] 2001-05-29; 修回日期 2001-12-24

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (59805022)

[作者简介] 廖小云 (1968-), 男, 重庆市人, 重庆大学机械工程学院副教授, 博士

则可将型面轮廓加工曲线  $f(x)$  的小波分析和重构的 Mallat 塔式算法写成

逼近:

$$(A_m^k f)_d = \sum_n H_{2k-2n} (A_{m+1}^n f)_d, \quad (6)$$

细节:

$$(D_m^k f)_d = \sum_n G_{2k-2n} (D_{m+1}^n f)_d, \quad (7)$$

重构:

$$(A_{m+1}^k f)_d = 2 \sum_n h_{k-2n} (A_m^n f)_d + 2 \sum_n g_{k-2n} (D_m^n f)_d, \quad (8)$$

这里,  $h_k$  和  $g_k$  被分别称为低通滤波器系数和高通滤波器系数。如采用 Doubechies 尺度和小波函数, 则有

$$h_k = \alpha_k / 2^{1/2}, \quad g_k = (-1)^k \alpha_{3-k} / 2^{1/2}. \quad (9)$$

## 2 几何型面加工误差的分形参数计算

很多研究表明, 机加工型面轮廓呈现出自相似、自仿射特性, 因此其分形参数是表征加工精度的重要指标<sup>[2]</sup>。根据分形几何理论<sup>[7]</sup>, 轮廓分形维数与它的功率谱有如下关系

$$S(\xi) \propto \xi^{-\beta(D_f)}, \quad (10)$$

其中,  $\xi$  为频率,  $D_f$  为分形维数,  $\beta$  为谱指数。

根据信号分析理论, 功率谱  $S(\xi)$  是由自相关函数得到的。因此, 对一离散的机加工型面轮廓, 其功率谱  $S(\xi)$  直接反应了轮廓误差的偏离特性。有关研究表明, 曲线的二进小波分析和其分形维数具有如下关系

$$2[(D_m^k f)_d] = V_0 2^{-\beta(D_f)m}, \quad (11)$$

这里,  $V_0$  为常数, 它决定方差  $\sigma$  的幅度。

于是可利用机加工型面轮廓的小波分析结果, 由式 (11) 得出  $\beta$ , 从而分形维数  $D_f$  可用下式进行估计

$$D_f = \frac{5-\beta}{2}. \quad (12)$$

## 3 机加工型面轮廓误差的分析和重构算法

根据以上理论, 笔者将基于分形和小波的机加工型面轮廓曲线分析和重构算法归纳为:

1) 选取一种合适的尺度函数  $\Phi(x)$  和相应的小波  $\Psi(x)$ , 计算低通滤波器系数  $h_k$  和高通滤波器系数  $g_k$

$$h_k = [\Phi_{-1}(u), \Phi(u-k)],$$

$$g_k = [\Psi_{-1}(u), \Psi(u-k)].$$

2) 按式 (6)、(7) 对轮廓曲线作 Mallat 小波分解, 得到逼近  $(A_m^k f)_d$  和细节  $(D_m^k f)_d$ 。

3) 计算  $(D_m^k f)_d$  的方差, 并根据式 (11) 作  $\log \sigma^2$  与  $\log 2^m$  对数图, 求取其斜率和截值, 分别得到  $\beta(D_f)$  和系数  $V_0$ 。

4) 将各尺度下的细节  $(D_m^k f)_d$  视为零均值的高斯过程, 按方差为  $V_0 2^{-\beta m}$  分别产生细节  $(D_m^k f)_d$ 。

5) 利用式 (8) 进行轮廓曲线的重构。

根据上述算法, 只要选定  $L^2(R)$  上的小波函数  $\Psi(x)$ , 就可根据上述算法对型面轮廓加工误差曲线  $f(x)$  进行二进小波分析, 获得分形参数并进行重构。这种基于分形和小波的分析方法可以很方便地实现公差带内误差精细结构的建模, 即给出一种描述精度的数学方法<sup>[4,5,8]</sup>, 就可以进一步定量分析和研究公差与性能之间的关系<sup>[3-5,8]</sup>, 以及建立基于分形的表面摩擦磨损模型等。

## 4 应用分析实例

笔者应用上述基于分形和小波的类型面轮廓加工误差分析方法, 编制了相应的分析计算程序。选用二阶 Doubechies 小波函数对一个 36000 型角接触球轴承 (压力角为  $12^\circ$ ) 的外圈轮廓磨削加工误差 (见图 1) 进行 6 级小波分解, 其结果如图 2 所示。计算所得的分形维数  $D_f = 1.34$ , 方差系数  $V_0 = 0.00036 \text{ (mm}^2\text{)}$ 。忽略最高频细节  $d_1$ , 用  $a_6, d_6, d_5, d_4, d_3, d_2$  重构出的磨削加工误差曲线如图 3 所示。经验算, 重构曲线与实测曲线基本上有相同

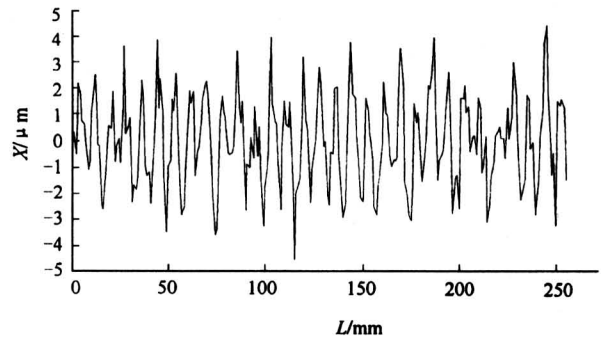


图 1 角接触球轴承外圈磨削加工误差

Fig. 1 The outer race profile error curve of a ball bearing

的统计分形特性和能量特性。同时，笔者按文献 [2] 所述方法，直接用 Weierstrass-Mandelbrot 分形函数计算该误差曲线分形参数，得到一个较小的分形维数  $D_f = 1.22$ 。其根本原因在于用 Weierstrass-

Mandelbrot 分形函数模拟建模时，忽略了一些重要的高频成分，而基于分形和小波的分析方法能得到较好的结果。

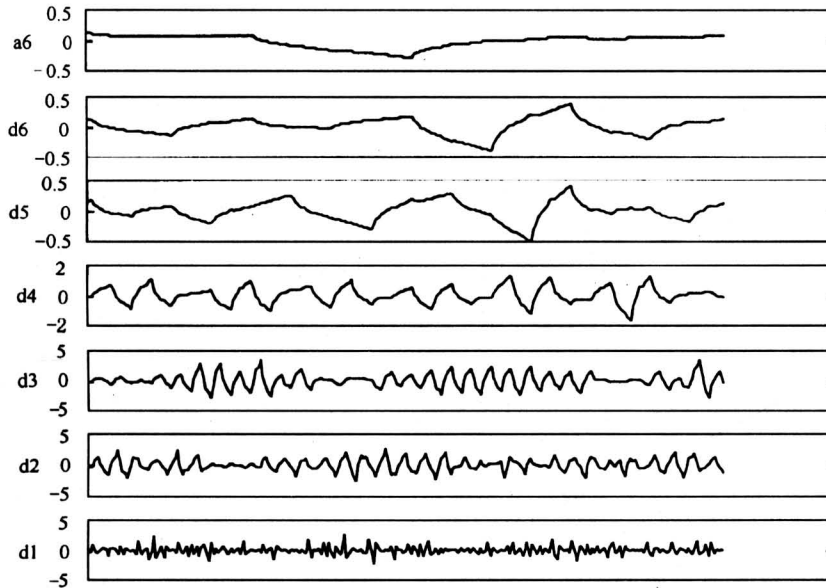


图 2 磨削加工误差曲线的小波分析

Fig.2 The wavelet analysis of the profile error curve

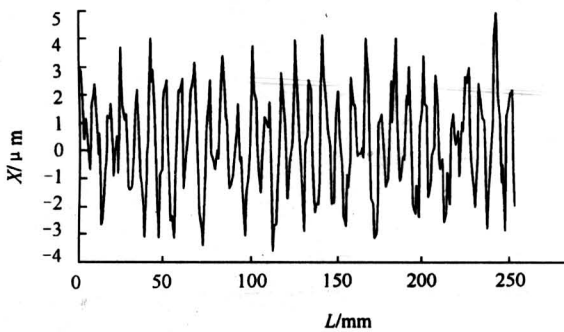


图 3 重构出的磨削加工误差曲线

Fig.3 The reconstructed profile error curve

### 5 结论

本文建立的基于分形和小波的加工误差分析方法，可以对磨削或精车加工的具有分形特性的型面精度精细结构进行分析建模。文中详细研究了加工误差分析的小波算法，以及根据分形几何计算分形参数的方法。所建立的理论和方法能较好地得到描述加工误差的分形参数，使重构出的加工误差曲线保持原来的统计分形特性和能量特性，这有助于进行公差与性能关系定量分析、精加工过程在线质量

监控和加工工艺评价等，有较大的工程应用前景。

### 参考文献

- [1] Hingle H T. A practical method of machine tool condition monitoring of component surface finished data [J]. Proceedings of SPIE, 1987, 803:108~115
- [2] 袁长良,李成贵,刘廷启. 表面微观形貌的分形表征及模拟[J]. 中国机械工程,1997,(5): 78~80
- [3] 廖小云,程森林,许重庆. 机加工零件的轮廓误差曲线小波建模与性能分析[J]. 机械,2000,(6): 12~13
- [4] 廖小云,雷闻宇. 基于分形的机加工零件表面几何精度与性能分析[J]. 重庆大学学报,1999,(1): 18~23
- [5] Srinivasan R S, Wood K L. Geometric tolerancing in mechanical design using fractal based parameters [J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1995, 117, (1): 203~205
- [6] 崔锦泰(美). 小波分析导论[M]. 程正兴译. 西安:西安交通大学出版社,1995
- [7] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature [M]. W. H. Freeman Co., San Francisco, 2nd edition, 1983

## Analysis on the Machined Surface Profile Error Using Fractals and Wavelet

Liao Xiaoyun, Tang Qian, Zhao Ying, Zheng Shize

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**[Abstract]** An analysis method based on fractals and wavelet for machined surface profile error was presented. It can be employed to analyze the machined surface in details, and reconstruct the surface profile for doing some related work, such as performance-tolerance analysis and process quality control. The fractal dimension algorithms, the analysis and reconstruction algorithms of surface profile based on wavelets theories were developed. The given example showed that this method and related algorithms were very effective.

**[Key words]** machining; machined error analysis; fractal geometry; wavelet analysis

(上接第43页)

### 参考文献

- |   |   |
|---|---|
| <p>[1] 杨炳儒, 王建新. KDD中双库协同机制的研究(I) [J]. 中国工程科学, 2002, 4(1): 41~51</p> <p>[2] Agrawal R, Srikant R. Fast algorithms for mining association rules [A]. Proc 20th Int'l Conf Very Large Database [C], Santiago, Chile, 1994. 487~499</p> <p>[3] Savasere A, Omiecinski E, navathe S. An efficient al-</p> | <p>gorithm for mining association rules [A]. Proc Int'l Conf Very Large Databases [C], Zurich, 1995. 423~444</p> <p>[4] Yang, Bingru. KD(D&amp;K) and double-bases cooperating mechanism [J]. Journal of System Engineering and Electronics, 1999, 10(2): 48~54</p> <p>[5] Brin S, Motwani R, Silverstein C. Beyond market baskets: Generalizing association rules to correlations [A]. Proc of the ACM SIGMOD [C], Montreal, Canada, 1996. 255~276</p> |
|---|---|

## A Study on Double Bases Cooperating Mechanism in KDD ( II )

Yang Bingru, Wang Jianxin, Sun Haihong

(Information and Engineering School, University of Science and  
Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**[Abstract]** On the basis of paper ( I ), this paper realized the reduction of the knowledge base and constructed the two coordinators and a component in the double-bases cooperating mechanism. Furthermore, the KDD\*, which is the combination of KDD and double-bases cooperating mechanism, is constructed as an open and optimized enlargement of KDD. In the same time, this paper proposes a new association rule mining algorithm — Maradbcm which is based on the study on the inner mechanism, i. e. double base cooperating mechanism, of KDD and explains the algorithm of Maradbcm and Apriori respectively. Through the analysis of the algorithm and examples, it is shown that the main disadvantage of Apriori, overall database searching and deleting meaningful rules by minimum support threshold during creating large item set, can be overcome by Maradbcm algorithm. Then this paper proposed a new clustering method based on double-base cooperating mechanism. It is shown that the study of inner mechanism is important to the KDD mainstream development and it also provides a new path for the research in the area of knowledge discovery system.

**[Key words]** knowledge discovery; double-base cooperating mechanism; heuristic coordinator; interruptive coordinator; Maradbcm algorithm; numerical domain division algorithm