

非饱和土坡危险含水量分析

张士林¹, 王冬梅², 李根华¹

(1. 大连理工大学土木水利学院, 辽宁大连 116023;

2. 辽宁工程技术大学土木学院, 辽宁阜新 123000)

[摘要] 介绍了由于雨水入渗, 使非饱和土坡的含水量发生变化, 而含水量正是与基质吸力有着直接的联系; 同时通过分析条件水压力和非饱和土的容重与含水量的变化规律, 得到基质吸力、饱和度、非饱和土容重与整个土坡的稳定性规律, 也就是安全系数与含水量分布的规律。得出当土坡处于危险状况下的含水量分布, 即当土坡中的含水量达到危险含水量时, 土坡处于危险状态。因此, 通过监测土坡的含水量的变化, 获得土坡的稳定信息, 为生产和安全提供保障。

[关键词] 非饱和土; 稳定性分析; 降雨入渗; 体积含水量; 基质吸力

[中图分类号] TU 432 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)05-0071-05

1 引言

土坡在工程应用中比较常见, 因此其稳定问题是工程技术人员比较关注的热点问题。过去由于技术等原因, 没有考虑非饱和土坡中基质吸力对整个土坡的稳定性影响。近年来, 国内外学者对于非饱和土进行了比较深入的研究, 取得了不少成果。Vanapalli & Fredlund 在 1996 年, 提出了非饱和土的抗剪强度公式^[1, 2]:

$$\tau_f = c' + [\sigma_t - u_a + S_e(u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (1)$$

其中 $S_e = (S - S_r)/(1 - S_r)$, S 为饱和度, S_r 为残余饱和度, τ_f 为抗剪强度, σ_t 为总应力, u_a 为孔隙气压力, u_w 为孔隙水压力, $u_a - u_w$ 为基质吸力, c' , ϕ' 为有效内聚力和内摩擦角。

当 $S = 1$, 也就是当土体饱和时, $S_e = (S - S_r)/(1 - S_r) = 1$, 基质吸力 $u_a - u_w = 0$ 。那么, 非饱和土的抗剪强度公式就可以写成饱和土的抗剪强度公式:

$$\tau_f = c' + (\sigma_t - u_w) \tan \phi' \quad (2)$$

式 (1) 是一个全面的计算公式^[3], 从而能够比较

全面地进行计算土坡的稳定性。笔者采用式 (1) 进行非饱和土坡的稳定性分析。

当地下水位埋藏较深时, 降雨量对地下水位的升降影响可以忽略不计, 而对于地下水位埋藏较浅的土坡在降雨过程中极易失稳破坏, 这是因为地下水位的升降易受降雨量的影响。笔者研究的是地下水位埋藏较深的情况, 对于地下水位埋藏较浅的情况将另文讨论。

2 非饱和土坡的稳定分析方法

用瑞典圆弧滑动法对非饱和土坡进行稳定性分析, 非饱和土的抗剪强度见式 (1)。在实际工程应用中, 处于原位的孔隙气压力 u_a 相对于大气压力, 可以认为等于零^[1]。那么, 非饱和土的抗剪强度公式就可以写成

$$\tau_f = c' + (\sigma_t - S_e u_w) \tan \phi' \quad (3)$$

图 1 表示一均质非饱和土坡及其中任一土条 i 上的作用力^[4], 地下水位埋藏较深且呈水平向。土条高为 h_i , 宽为 b_i , W_i 为其自身的质量; P_i 和 P_{i+1} 为作用在土条两侧的条间力合力, 方向与

土条底部平行； N'_i 为土条底部的有效法向反力， T_i 为土条底部的切向阻力；设 $S_{ei}u_{wi}l_i$ 为土条底部的有效孔隙水作用力（相对于 $u_{wi}l_i$ 而言）；土条底部的坡角为 α_i ，长为 l_i 。

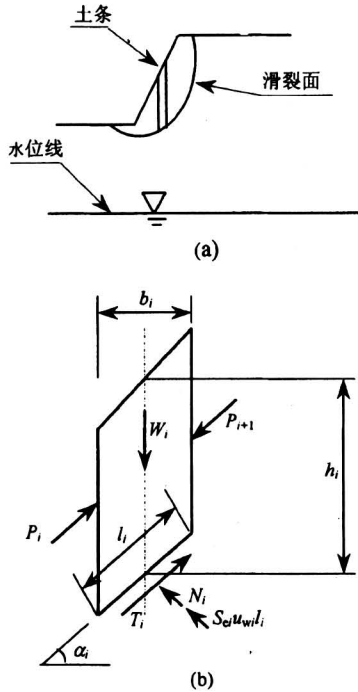


图 1 瑞典法

g.1 Swedish slope ratio method

整个滑裂面上的平均安全系数为 F_s ，则根据 $F_s = \tau_f/\tau$ 得到土条底部的切向阻力 $T_i = \tau l_i = (c'_i l_i/F_s) + N'_i (\tan \phi'_i/F_s)$ 。从图 1b 中可以看出：
 a. 当 $S_{ei} \neq 1$ 时， u_{wi} 是负的孔隙水压力，根据土条底部法线方向力的平衡，得到 $N'_i + S_{ei}u_{wi}l_i = W_i \cos \alpha_i$ ；
 b. 当 $S_{ei} = 1$ 时（在降雨入渗和气体自由排出的情况下，土体不可能完全饱和，而是近似饱和）， u_{wi} 孔隙水压力为零，根据土条底部法线方向力的平衡，得到 $N'_i = W_i \cos \alpha_i$ ，然后取所有土条对圆心的合力矩为零，最后得到

$$F_s = \frac{\sum [(W_i \cos \alpha_i - u_{cwi} l_i) \tan \phi'_i] + c'_i l_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (4)$$

式 (4) 中， $l_i = b_i/\cos \alpha_i$ ；设 u_{cwi} 为条件孔隙水压力：当 $S_{ei} \neq 1$ 时， $u_{cwi} = S_{ei}u_{wi}$ ，负的孔隙水压力为 $u_{wi} = f(\theta_{wi})$ （通过土水特性曲线来定）；当 $S_{ei} = 1$ 时， $u_{cwi} = 0$ ； $W_i = \int_0^{h_i} b_i r(x) dx$ ， $r(x)$

为土的容重函数。

容重与饱和度的函数关系为

$$r(S) = r_{sat} - (1 - S)nr_w \quad (5)$$

式中 r_{sat} 为土的饱和容重， n 为土的孔隙率， r_w 为水容重， S 为饱和度。其推导过程如下：

V 为土的整体体积， V_w 是孔隙水所占的体积， V_s 是土颗粒的体积， V_c 是孔隙的体积， $V = V_c + V_s$ 。孔隙度 $n = V_c/V$ 。当饱和时，土的容重为 r_{sat} ，即 $r_{sat} = (V_c r_w + G_s)/V$ ；当饱和度为 S 时， $S = (V_w/V_c) \times 100(\%)$ 。所以，土的容重为 $r(S) = (V_w r_w + G_s)/V = r_{sat} - nr_w(1 - S)$ ，则 W_i 与 S 的关系式为

$$W_i = \int_0^{h_i} b_i r(S) dh$$

体积含水量 θ_w 定义为水的体积 V_w 与土的总体积 V 的比值 $\theta_w = V_w/V$ ；体积含水量与饱和度、孔隙率的关系为 $\theta_w = Sn$ 。因此

$$r(S) = r_{sat} - nr_w + r_w \theta_w$$

容重与体积含水量的函数关系为

$$r(\theta_w) = r_{sat} - nr_w + r_w \theta_w \quad (6)$$

则 W_i 与 θ_w 的关系式为

$$W_i = \int_0^{h_i} b_i r(\theta_w) dh$$

2.1 饱和度的变化规律

有效饱和度为

$$S_e = (S - S_r)/(1 - S_r) = (\theta_w - \theta_r)/(n - \theta_r)$$

其中 θ_r 为残余体积含水量， $\theta_r = S_r n$ 。

有效饱和度 S_e 与 S ， θ_w 变化关系见图 2。

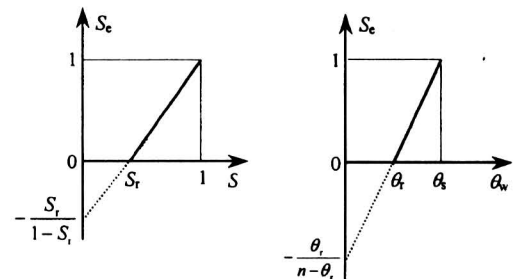


图 2 有效饱和度与饱和度、体积含水量变化关系

Fig.2 Relationship of degree of effective saturation changing with saturation and volumetric water content

2.2 条件孔隙水压力的变化规律

由上面分析可知，当 $S_{ei} \neq 1$ 时条件孔隙水压力 $u_{cwi} = S_{ei}u_{wi}$ ，即 $u_{cwi} = (\theta_w - \theta_r)/(n - \theta_r)u_{wi}$ ，负的孔隙水压力 u_{wi} ；当 $S_{ei} = 1$ 时， $u_{cwi} = 0$ 。则根据理论分析和数值模拟，得到条件孔隙水压力与体积含水量的关系见图 3。

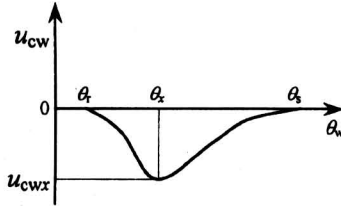


图 3 条件孔隙水压力与体积含水量的关系

Fig.3 Relation between conditional pore-water pressure and volumetric water content

2.3 自重的变化规律

由上面分析可知，每一土条自重 W_i 与饱和度、体积含水量的关系分别为：

$$W_i = \int_0^{h_i} b_i r(S) dh,$$

$$r(S) = r_{sat} - (1 - S)nr_w,$$

$$W_i = \int_0^{h_i} b_i r(\theta_w) dh,$$

则
$$W_i = \int_0^{h_i} b_i (r_{rat} - nr_w(1 - S)) dh.$$

下面对 h 求一阶、二阶导数：

$$(W_i)' = b_i r(S),$$

$$(W_i)'' = b_i (r(S))'.$$

因为 $S_r \leq S \leq 1$ ，当 $S = S_r$ 时， $r_{min} = r_{sat} - (1 - S_r)nr_w$ ；当 $S = S_{max}$ 时， $r_{max} = r_{sat} - (1 - S_{max})nr_w$ ； $W_{imin} = b_i h_i [r_{sat} - (1 - S_r)nr_w]$ ， $W_{imax} = b_i h_i [r_{sat} - (1 - S_{max})nr_w]$ 。

由式 (4) 可知，自重 W_i 、条件孔隙水压力 u_{cwi} 对平均安全系数 F_s 是有影响的，但影响程度各自不同。将以上算法用 Fortran 语言实现成 USSSM (unsaturated soil sweden slope method) 程序。下面就用 USSSM 程序对一实例进行计算，并分析自重和条件孔隙水压力对平均安全系数的影响，从而得出平均安全系数与降雨持平的规律，进而得到这一土坡在降雨过程中的危险含水量分布。

3 危险含水量分布

用 USSSM 程序对一均质非饱和 Touchet 粉质壤土土坡进行计算，该土坡的物理力学性质指标

为：饱和容重 $r_{sat} = 18.5 \text{ kN/m}^3$ ，有效内聚力、内摩擦角分别为 $c' = 15 \text{ kPa}$ ， $\phi' = 20^\circ$ ，同时设 $K_x/K_y = 1$ 。地下水位埋深 20 m；土体全部位于地下水位以上，开挖深度 5 m (如图 4 所示)。

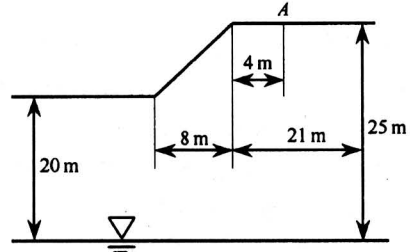


图 4 土坡的示意图

Fig.4 Diagram of soil slope

其土水特性曲线和渗透性系数与体积含水量关系曲线如图 5 和图 6 所示。

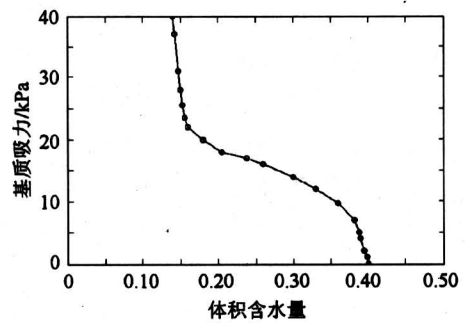


图 5 吸湿过程的土水特性曲线

Fig.5 Soil-water characteristic curve during wetting

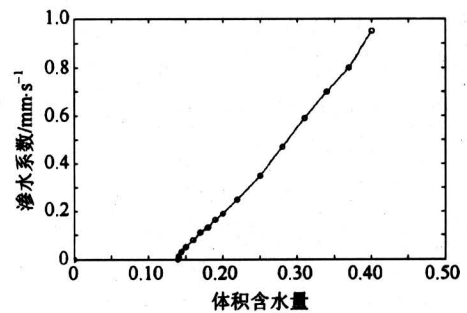


图 6 渗透性系数与体积含水量的关系曲线

Fig.6 Curve of permeability coefficient versus volumetric water content

实际上，土坡的含水量情况应该是整个土坡的含水量分布，然而在所研究的体积含水量变化范围内垂直向的体积含水量曲线与其变化是一一对应关

系，这就使用一点处的垂直向的体积含水量曲线来代替整个土坡的体积含水量分布成为可能。因此，实例的土坡含水量分布，用 A 点的含水量曲线来代替。这样，既方便说明问题，又能代表整个含义。

水在非饱和土中的渗流也服从达西定律，达西定律是多孔介质中流体流动的运动方程，质量守恒是物质运动和变化普遍遵循的原理，将质量守恒原理应用于多孔介质中的液体流动即为连续方程。达西定律和连续方程相结合便可得到水分在多孔介质中运动的基本方程^[3, 5~7]。降雨入渗，使土坡的含水量分布发生变化，而这种变化便可通过水分在多孔介质中运动的基本方程的有限差分数值法得到。

土的饱和渗透系数是 9.5×10^{-6} m/s，为了全面地说明问题，实例中最大降雨强度取 9.5×10^{-6} m/s。图 7 是最小安全系数随着体积含水量从初始状态开始在恒定的降雨强度下入渗的发展历程。图 7 中初始最小安全系数是 2.003，随着降雨的进行，最小安全系数反而逐渐升高，最高点为 2.139；随后最小安全系数又逐渐降低，当降到 1.874 以后，最后达到最小值。这是因为公式 (4) 中 $-u_{wi}$ 随着降雨的进行逐渐减小，而 S_{ei} 却逐渐增大，同时 W_i 也随着降雨逐渐增大。对于降雨初期 $-u_{wi}$ 与 S_{ei} 的乘积 $-u_{wi}S_{ei}$ 对于最小安全系数 F_s 的贡献来说是逐渐增大的。因为 S_{ei} 增加的幅度是有一定的范围，在此过程中 S_{ei} 增大对 F_s 增大贡献要大于 $-u_{wi}$ 减小对 F_s 减小的贡献大，所以此时 F_s 是增大的；但是 $-u_{wi}$ 的减小幅度逐渐加大，同时 W_i 也逐渐加大，正是这两种因素的作用， F_s 达到一定高度后又转向减小。

由图 7 及以上分析可知：**a.** 自重 W_i 对最小安全系数 F_s 的影响是随着自重 W_i 的增大，最小安全系数 F_s 逐渐地减小；条件孔隙水压力 u_{cwi} 对最小安全系数 F_s 的影响是依据图 3 的规律而变化的。**b.** 条件孔隙水压力 u_{cwi} 在整个过程中的影响起主导作用。

假定取安全系数大于 1.3 时非饱和土坡稳定，如果最小值大于 1.3，那么土坡始终是稳定的；如果最小值小于 1.3，就取最小安全系数等于 1.3 的体积含水量分布为危险含水量分布。

当降雨强度小于土的饱和渗透系数时： S_{ei} 始终小于 1， $-u_{wi}$ 始终处于大于零阶段。

通过计算所有的降雨强度，得到了土坡的危险

含水量曲线图 (A 点处)，两边界的降雨强度分别是 5.42×10^{-6} m/s 和 9.5×10^{-6} m/s。这也说明土坡失稳多发生在降雨强度较大时。

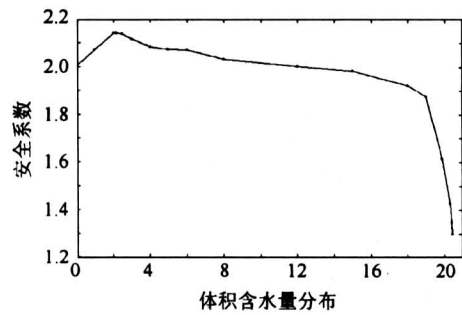


图 7 安全系数分布图

Fig.7 Distribution graph of safety coefficient

图 8 表示，所有处于两曲线之间（包括两边界）的含水量曲线都表示土坡处于不稳定状态的含水量曲线。因此，通过含水量曲线与危险含水量图对比，可以对任意的降雨类型或者较复杂的不稳定降雨强度，进行土坡稳定的预报、预测。

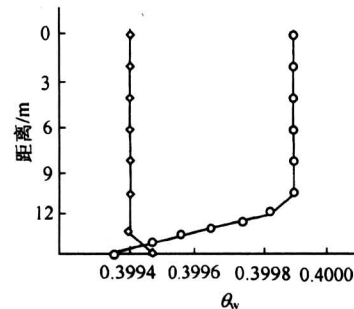


图 8 A 点处的危险含水量曲线分布

Fig.8 Volumetric dangerous water content curves at point the A

4 结论

笔者在前人的研究基础上，针对含水量是最小安全系数的决定因素这一关键问题，讨论用含水量的变化来研究最小安全系数的变化，并提出用某一点的垂直向含水量曲线图来描述最危险时刻的含水量分布，而得到的含水量曲线图称为危险含水量曲线图。

通过研究得到的认识：

- 1) 进一步了解了饱和度、孔隙水压力和自身容重的变化规律。
- 2) 条件孔隙水压力对安全系数的影响在某一阶段要大于自身容重对安全系数的影响。

3) 存在一个临界的降雨强度, 超过此临界强度, 土坡就会失去稳定。

4) 得到的危险含水量曲线图对于工程应用有着重要意义。对于一已知的工程, 给出它的危险含水量曲线图, 只需要监测它的含水量曲线就可以判断工程的安全性, 这样既方便又快捷。

由于假定地下水位在降雨过程中保持不变和 $K_x/K_y = 1$ 这些假设, 尽管使研究问题方便了许多, 可是与实际情况有一些误差。因此, 为了更深入地认识问题, 下一步的研究工作要把上述问题完全考虑进去, 这是非常必要的。

参考文献

[1] Shao L T, Wang Z P. On the stability of unsaturated soil slopes [A]. Proceedings of the Asian Conference on Unsaturated Soils [C]. 2000. 825~829

[2] Vanapalli S K, Fredlund D G. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction [J]. Can Geo, 1996, 33: 321~328

[3] 宏伟, 陈守义, 庞宇威. 雨水入渗对非饱和土坡稳定性影响的参数研究 [J]. 岩土力学, 1999, 1(20): 1~13

[4] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算 [M]. 北京: 水利电力出版社, 1994

[5] 雷志栋, 杨诗秀, 谢森传. 土壤水动力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1988

[6] 弗雷德隆德 D G, 拉哈尔佐 H. 非饱和土土力学 [M]. 陈仲颐译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997

[7] 雅·贝尔. 地下水动力学 [M]. 许涓铭译. 北京: 地质出版社, 1985

The Analysis of Dangerous Volumetric Water Content of Unsaturated Soil Slope

Zhang Shilin¹, Wang Dongmei², Li Genhua¹

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering of Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116023, China; 2. School of Civil of Liaoning University of Technology, Fuxin, Liaoning 123000, China)

[Abstract] This article mainly formulates that rainfall seeping makes the volumetric water of unsaturated soil changing, and the water content relates closely to soil suction. That means soil suction changes with the stability of whole unsaturated soil slope, that is, the safety coefficient has some relationship with volumetric water. So the "dangerous" volumetric water condition can be determined under which, the unsaturated soil slope also is danger. By monitoring the volumetric water condition changing of unsaturated soil slope, some information of unsaturated soil slope stability can be obtained.

[Key words] unsaturated soil; stability analysis; rainfall seeping; volumetric water; soil suction