

基于变量分离的生产调度空间划分算法

高永超, 李歧强, 丁然, 郭庆强

(山东大学控制科学与工程学院, 济南 250061)

[摘要] 静态生产调度大多形成 MILP 或 MINLP 模型, 由于调度规模大及混合整数规划的组合优化特性, 造成调度求解困难。通过对混合整数规划模型空间的分析, 提出依据整数变量和连续变量的分离策略进行空间的自然划分, 从而将模型的求解转化为多个较小规模连续子空间的寻优。对典型间歇调度模型的分析表明, 将空间划分后进行连续寻优的策略较大地降低了实际运算的规模, 降低了求解难度, 可以提高问题的求解速度和效率。

[关键词] 生产调度; 空间划分; 半限定方法

[中图分类号] TP301.6 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2006)09-0061-04

1 引言

生产调度主要涉及一定时间内共享资源的可用性和设备分配等问题, 大都形成混合整数线性规划模型 (MILP)^[1] 或混合整数非线性规划模型 (MINLP)^[2], 当调度规模增加时, 模型的决策变量急剧增加, 传统的数学方法难以解决。MINLP 模型由于存在非线性问题, 增加了求解难度。

分支定界类算法将整数变量进行松弛使其连续化, 扩展了搜索域, 大大增加了计算量。近年来, 众多学者致力于智能调度算法的开发和应用, 如模拟退火算法^[3]、遗传算法^[4]等, 在实际问题中求得了较好的解。在粒子群算法的速度和位置更新公式中, 用离散数字来表示离散变量当前的位置和速度^[5], 就可以在算法中同时处理连续和离散变量, 为解决 MINLP 等问题提供了方便有效的途径。但是算法的基本机制并没有改变, 仍然是在整个搜索域内根据当前解的信息进行全范围的搜索, 求解的速度和质量还需要进一步提高。基于空间划分和收缩的演化算法, 从整个搜索空间着眼, 采用不完全演化算法搜索到的精英解的信息收缩空间^[6], 或与

聚类算法结合同时划分和收缩空间^[7], 提高了解的质量和收敛速度。

通过分析混合整数规划的空间特性和生产调度问题模型的实际意义, 提出搜索空间的自然划分, 并利用间歇过程调度模型中整数变量的约束减少待搜索子空间的数目, 同时在连续变量子空间内采用半限定法进一步收缩空间, 最后采用智能算法与数学规划算法分别进行整数变量组合空间和连续子空间的寻优。

2 生产调度模型的空间划分

以间歇过程生产调度为例, 在均匀时间划分方式下, 生产调度的组合特性来自于调度间隔的划分及各调度间隔内设备的选择和分配, 即混合整数规划模型中的整数变量, 而调度间隔数在模型中位于设备组合的指数位置, 使得设备的组合数是以指数形式增长的。调度间隔和每个间隔内设备的分配确定之后, 需要确定连续变量即批量的大小, 产生此种设备分配下的目标值。因此, 可以采用将整数变量和连续变量分离的策略, 分别进行整数变量和连续变量的优化。

[收稿日期] 2005-04-27; 修回日期 2005-06-06

[基金项目] “八六三” 高新技术研究发展计划资助项目 (2001AA413420); 山东省自然科学基金资助项目 (Y2003G01)

[作者简介] 高永超 (1977-), 女, 山东平原县人, 山东大学博士研究生, 研究方向: 大规模生产调度的现代优化算法

2.1 混合整数规划模型的空间分析

组合优化问题的可行域是离散点的集合，连续函数优化问题的可行空间是连续的。而混合整数优化问题如 MILP 和 MINLP，由于整数变量的存在，使得搜索空间被自然地划分成多个分离的子空间，可行域是间断的，它们之间的间隔由整数变量决定，其数量是整数变量的组合数。因此混合整数规划既有组合优化的特点，又存在单个连续子空间的连续优化问题。混合整数规划模型的空间示意如图 1 所示。另外约束优化问题的可行域还有约束条件的限制。

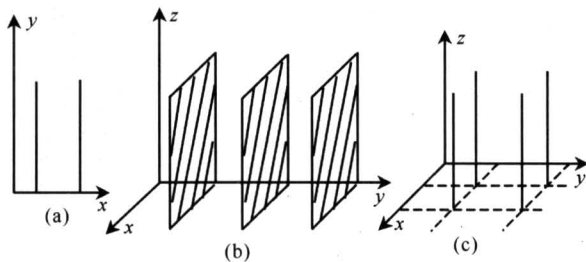


图 1 混合整数规划搜索空间示意
Fig.1 Sketch map of MIP's design space

图 1 中，连续变量为有界实数变量，将整数变量松弛为连续变量，则搜索空间是灰色区域内的部分（图 2），但实际的待搜索空间只是几个分离的线段或断面区域，松弛后的空间扩展了太多倍，算法进行搜索的时间必定会大量增加。

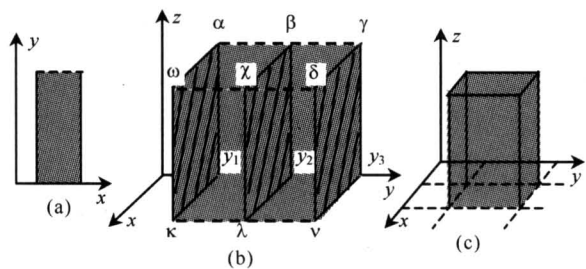


图 2 整数变量松弛后空间示意
Fig.2 Sketch map after integer variables are relaxed

2.2 空间划分及排选

整数变量的值即设备的分配情况确定后，批量的确定过程就是在一个连续子空间的寻优过程，由于存在几个作业的操作共用一台设备的情况，设备的约束使得整数变量的组合数大大减少。如有 n 个作业共用一台设备，组合数由 2^n 降至 $n + 1$ （包括该设备不使用的情况）种可能，以 $n = 3$ 为例，使用设备的组合数降至原来的 1/2，使用同一设备

的作业数越多，此类设备数越多，该组合数（子空间的个数）减少的程度越大，设备约束在可行解域的选择中起到了重要的作用。

3 全局最优性及算法

整数变量将整个搜索域划分为多个分离的子空间，各个子空间遍历搜索后的最优解也就是整个搜索域的解，所以子空间的划分不改变最优解的全局性。

3.1 组合特性的求解

尽管有设备约束，在实际问题中算法所要搜索的实际组合数目即子空间的个数仍然较大。因此，仍然需要组合优化性能较好的算法进行整数变量组合空间的寻优。现代优化算法如模拟退火算法、进化算法、集群智能算法等，在求解组合优化问题时表现出了较好的性能。

3.2 子空间收缩及寻优

整数变量确定后，根据问题的实际意义，连续变量的数目由于与其相对应的整数变量的取零而大量减少，如某作业 l 不在设备 i 上生产，则相应的批量变量就可以不必考虑，从而连续寻优变得快速简单。对于生产调度混合整数线性规划，子空间连续变量的寻优是一个线性空间内的搜索，约束和目标函数都是线性的，因此可以简单地应用半限定方法^[8]缩小搜索范围，且可用线性规划算法求解。

对于混合整数非线性规划 MINLP 进行变量分离和空间划分后，子空间内的寻优是连续非线性优化，但是由于实际调度问题的约束多数是线性的，所以仍然可以采用半限定方法缩小子空间的搜索范围，同时采用非线性的搜索算法进行求解。

4 实例分析

图 3 是 Kondili 等给出的基于 STN (state-task network) 的批处理化工过程的生产调度的静态调度 MILP 模型，共有 5 个加工任务、3 种原料、2 种产品、4 个中间产品。采用等间隔划分方式，把调度期分为 5 等份，共有 5 个调度间隔 ($H = 5$)。假定共有 4 台设备 ($i = 4$)，则有 100 个设计变量。

- 设备使用 $X_{11t}, X_{22t}, X_{32t}, X_{42t}, X_{23t}, X_{33t}, X_{43t}, X_{54t},$
- 批量 $B_{11t}, B_{22t}, B_{32t}, B_{42t}, B_{23t}, B_{33t}, B_{43t}, B_{54t},$
- 存贮 $I_{4t}, I_{5t}, I_{6t}, I_{7t},$

其中 40 个整数变量 X_{it} , 40 个连续变量 B_{it} , 20 个中间变量 I_j ; 120 个约束条件, 不考虑原材料供应约束、能源约束和加班约束及设备折旧, 优化指标为最大利润。加工设备及中间产品存储设备容量、初始库存、估计销量、售价等参数见表 1, 物料的消耗和产出系数在图 3 中标注。

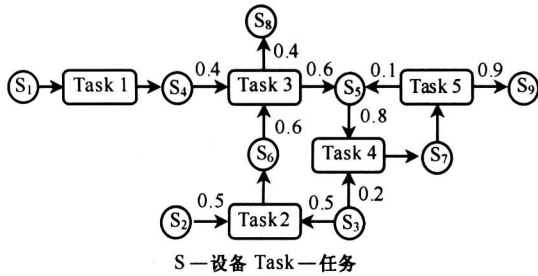


图 3 状态 - 任务网络
Fig.3 State-task network

表 1 批处理化工过程生产调度参数表

Table 1 Parameters production scheduling of batch process

加工装置容量/kg						
设备	Unit1	Unit2	Unit3	Unit4		
加工容量下限	0	0	0	0		
加工容量上限	100	80	50	200		
中间物料存储容量/kg						
物料编号	S4	S5	S6	S7		
物料初始库存	40	40	75	80		
库存容量下限	0	0	0	0		
库存容量上限	100	200	150	100		
单位存储费用/元	0.5	0.5	0.5	0.5		
估计销量/kg				售价/元		
调度间隔	1	2	3	4	5	
S8	15	25	10	15	30	12
S9	25	35	55	45	65	5

根据图 4 设备的分配使用情况, 在不考虑设备约束的情况下, 共有 $(u_1 u_2 u_3 u_4)^H$ 种情形, 其中 u_i 表示设备 i 的可能使用情况, $u_1 = 2^1$, $u_2 = 2^3 + 1$, $u_3 = 2^3 + 1$, $u_4 = 2^1$; 则 $(u_1 u_2 u_3 u_4)^H = 324^H$, 与设备使用相对应也有 324^H 个连续批量变量 B_{it} , 设备和原材料越多, 采用等间隔划分方式的调度周期 H 越多, 可能的设备组合情况就越多, 以指数速度增长。

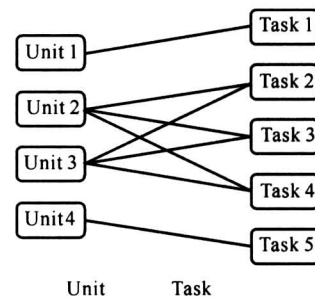


图 4 设备 - 任务网络
Fig.4 Unit-task network

根据设备约束, 设备 2、设备 3 可以进行任务 2、任务 3、任务 4 的加工, 某一时刻一台设备只能进行一个任务的操作, 从而 $u_1 = 2^1$, $u_2 = 3 + 1$, $u_3 = 3 + 1$, $u_4 = 2^1$; 则 $(u_1 u_2 u_3 u_4)^H = 64^H$, 设备的使用情形降为原来的 1/5, 即连续子空间的个数减少了 80%。由于 2 种产品的初始库存都为零, 所以在第一个调度间隔内设备 4 必须进行任务 5 的操作, 使用设备 2 和设备 3 中的一个或都使用来进行任务 3 的处理, 从而设备使用的可能情况减少至原来的 9/16, 即子空间的个数又减少了 44%。采用上述的空间划分策略, 设备的使用确定后, 需要确定相应操作任务的批量的值, 以使目标函数最优。根据设备分配约束, 整数变量 X_{it} 中至多有 $iH = 20$ 个非零, 从而相应子空间内的连续变量 B_{it} 至多有 20 个需要确定, 其余为零, 搜索空间的维数大大减少, 约束数目 (包括变量的边界约束) 降至 50 个以下, MILP 与子空间模型的变量及约束数目对比见表 2。且由于子空间模型是线性的, 可以调用 MATLAB 或 LINGO 的线性规划函数方便快速地求得此设备使用情况下的最优解。整个问题的求解通过组合优化算法与线性规划算法的组合进行。采用基于空间划分的不完全演化算法^[5]求得的最大利润为 1 639 元, 而采用所提出的求解策略, 得到的调度结果如图 5 所示, 最大利润为 $J = 1 717$ 元。

表 2 MILP 与子空间模型的变量及约束的数目对比
Table 2 Comparison of variables and constraints amount in MILP and subspaces

	MILP	Sub-LP
整数变量个数	40	
连续变量个数	40	≤ 20
中间变量个数	20	20
约束个数	120	≤ 50

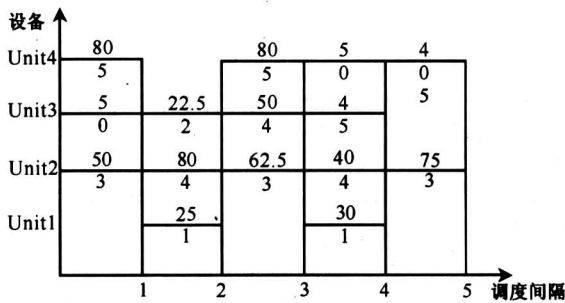


图 5 生产调度甘特图

Fig.5 Gantt chart of production scheduling

5 结论

将混合整数规划的整数变量和连续变量分离, 整个搜索空间被自然地划分为多个连续子空间。在生产调度问题中, 整数变量常代表设备或资源的可用性, 利用生产设备的使用约束, 可以大大减少待搜索的子空间的数目, 连续子空间寻优的变量也大量减少, 从而可以采用较成熟的中小规模算法, 更快地获得更好的解。在整数变量的组合即设备的使用中充分利用调度的特性知识, 将会更有效地减少待搜索的子空间的数目, 减小搜索空间, 从而提供高效的调度求解方法。

参考文献

[1] Kondili E, Panteledes C C, Sargent R W H. A general

algorithm for short-term scheduling of batch operations-I MILP formulation [J]. Computers and Chemical Engineering, 1993, 17(2): 211 ~ 277

[2] Mockus L, Reklaitis G V. Continuous time representation approach to batch and continuous process scheduling. Part 1 MINLP formulation [J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 1999, 38: 197 ~ 203

[3] 李歧强. 具有约束指导的模拟退火算法[J]. 系统工程, 2001, 19(3): 49 ~ 55

[4] Yang Junjie, Zhou Jianzhong, Yu Jing, et al. A hybrid intelligent messy genetic algorithm for daily generation scheduling in power system [A]. Proceedings of 2004 International Conference on V Machine Learning and Cybernetics Vol 4 [C], 2004. 2217 ~ 2222

[5] Kennedy J, Spears W M. Matching algorithms to problems: an experimental test of the particle swarm and some genetic algorithms on the multimodal problem generator [A]. Proceedings of the International Conference on Evolutionary Computation [C], Anchorage, Alaska, 1998. 78 ~ 83

[6] 王涛, 李歧强. 基于空间收缩的并行演化算法[J]. 中国工程科学, 2003, 5(3): 57 ~ 61

[7] 杨维. 现代优化算法及其应用研究[D]. 济南: 山东大学控制科学与工程学院, 2004.

[8] Narinyani A S, Border S B, Ivanov D A. Subdefinite mathematics and novel scheduling technology [J]. Artificial Intelligence in Engineering, 1997, 11: 5 ~ 14

Variable-separating-based Space Decomposition Algorithm of Production Scheduling

Gao Yongchao, Li Qiqiang, Ding Ran, Guo Qingqiang

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

[Abstract] Most static production scheduling problems are formulated in MILP (mixed integer linear programming) or MINLP (mixed integer non-linear programming). It is difficult to find solutions of scheduling because of its large scale and combinatorial characters. According to the features of MIP (mixed integer programming), integral variables and continuous variables are separated and the searching space is decomposed naturally into many continuous subspaces of less scale. Taking a typical batch production scheduling as a case, the analysis shows that variable-separating strategy decreases the scale of continuous searching problem greatly and makes it easy to solve, which can improve the speed and efficiency of optimization.

[Key words] production scheduling; space decomposition; sub-definite method