

学习曲线及在工业生产运作研究中的应用综述

陈志祥

(中山大学管理学院管理科学系, 广州 510275)

[摘要] 学习曲线是一种通过生产者行为学习与经验积累而得到改进的生产产出的特征函数, 利用学习曲线可以科学地制定成本计划, 改善作业计划、劳动定额与劳力规划, 质量改善等。对国际上的研究文献、学习曲线的表现形式及其特点进行分析, 探讨了几个新的应用动向。

[关键词] 学习曲线; 运作管理; 行为研究

[中图分类号] C93 [文献标识码] A [文章编号] 1009-1742(2007)07-0082-07

1 前言

效率问题是工业生产运作管理研究的核心。自从20世纪初泰勒的科学化运动以来, 工业生产的效率专家为提高生产效率研究如何改进工作方法 with 工具, 因此, 机械与自动化手段是提高生产效率的根本。近来行为实验研究方法成为国际运作管理世界的关注焦点, 正如泰勒之后的行为学管理对科学管理的补充一样, 现代的工业生产效率问题又引起人们对行为方法研究的重视, 人们再一次强调行为方法对提高生产率的作用。实践中, 人的行为对生产率的影响是不可忽视的, 在许多生产环境中, 人的因素对生产率提高有重要的影响, 如学习曲线就是描述这种由于人的学习与经验积累而得到的生产绩效改进的特征函数。利用学习曲线, 运作管理领域可以进行多方面的研究与实践应用, 如科学制定生产计划, 能力扩展规划, 生产批量, 劳动定额, 成本计划与质量改进等。笔者从国际研究动态的视觉综述学习曲线的研究现状、应用与未来的动向问题。

2 学习曲线的研究动态

学习曲线(LC, learning curve)或进步函数(PF, progress function)^[1~4], 代表生产者通过学习与经验的积累不断改进工作效率的过程。学习曲线基于以下假设: **a.** 每次完成同一性质的任务后, 下一次完成该任务或生产单位产品的时间将减少; **b.** 单位产品的生产时间将以一种递减的速率下降; **c.** 单位产品生产时间的减少将遵守一个可预测的规律。

早期的研究就已经显示对于操作时间随着经验的增加而减少规律, 人们把这种现象称为“经验曲线”。1936年Wright^[5]通过研究飞机生产中的单位产品的劳动时间随着产量积累而下降规律, 第一次在制造业中描述经验曲线。1979年Yelle^[6]第一次采用另一个名称“学习曲线”来描述经验曲线, Wright的学习曲线(WLC)应用最为广泛(Crossman^[7], Levy^[8], Yelle^[6], Globerson^[9], Badiru^[10], Franceschini^[11])。之后, 学术界对该模型进行拓展性研究, 主要是通过对该模型的参数修改, 以适应不同的场合, 导致学习曲线的应用面拓展, 而不是像早期的那样仅仅用在产品生产数量与

时间（或成本）的变化上，实际上学习曲线的应用面已经大大扩展，笔者仅仅从制造运作管理的角度来综述与分析其应用面。

2.1 质量改进的学习曲线

质量改进是一个生产者与组织不断改进产品质量的过程，它与生产者的经验积累有关，与生产者的行为特征有关（如学习能力、动机等）。

C.H.Fine^[12]定义了一个基于质量的学习曲线概念，对质量控制中质量成本的变化规律进行研究。为此，他首先建立了经验累积函数的表达式

$$Z(t) = Z(0) + \int_0^t q(s)x(s)ds \quad (1)$$

其中 $q(t)$, $x(t)$ 分别为时刻 t 的质量水平与产量水平。然后，以收益分析方法为基础，得到最优的质量水平的表达式。

G.Li 和 S.Rajagopalan^[13]从 3 个方面探讨质量改进与学习曲线的内在关系：**a.** 废品与正品的累积效果如何解释生产进步过程？**b.** 废品的学习进步效果比正品的学习进步效果好吗？**c.** 当质量水平对学习效果产生影响时，累积的经验如何在进步函数中得到表达？为此，他们在 Fine^[12]的质量进步函数模型的基础上修正并得到一个非线性的基于质量的学习模型

$$\ln H_t = \theta_0 + \theta_1 \ln(\sigma D_t + \pi N_t) + \theta_2 \ln P_t + \epsilon_t \quad (2)$$

其中 H_t 为时刻 t 的单位产品劳动时间， D_t 是累积的次品的产出量， N_t 为正品在时刻 t 的累积产量， σ , π 分别为废品与正品的在解释学习效果上相对权重。

Lapre 等^[14]研究了在质量改进中的废品率的变化函数

$$\ln W(z_t) = a + \left[\beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i y_{it} \right] z_t \quad (3)$$

研究的案例显示，只有 25% 的质量改进获得废品减少，这些项目能把组织的学习活动与质量改进联系起来，而 75% 的其他质量改进项目，由于没有把质量改进与组织学习活动联系起来，废品却没有减少。

Jaber 和 Guiffrida^[15]研究生产过程与废品返修都具有学习效应的情况下单位产品的学习曲线

$$t(x) = y_1 x^{-b} + 2r_1(v/2)^{1-\epsilon} x^{1-2\epsilon} \quad (4)$$

其中 b 为生产学习指数， ϵ 为返修学习指数， y_1 为第一个产品的生产时间， r_1 为第一个返修品的时间， v 为生产线失控的概率。

F.Franceschini 和 M.Galetto^[16]定义了一个质量改进函数

$$L(q) = \Delta D(q)/\Delta q =$$

$$(D(q+N) - D(q))/(q+N - q),$$

其中 $D(q)$ 为第 q 时刻的累积拒绝产品（废品）， N 为生产周期的产品数（如一天的生产量）。推导出具有不同的生产过程（串联与并联）的组合的质量改进模型。串联工序 A 和工序 B 的学习曲线为

$$L_{eq}(q) = L_A(q) + L_B(q(1 - F_A(q))) - L_A(q)L_B(q(1 - F_A(q))) \quad (5)$$

并联工序 A 和工序 B 的学习曲线为

$$L_{eq}(q) = (f/(1+f))L_A(qf/(1+f)) + (1/(1+f))L_B(q/(1+f)) \quad (6)$$

其中 $F_A(q) = D_A(q)/q$, $L_A(q) = dD_A(q)/dq$, $L_B(q) = dD_B(q)/dq$, $f = q_A/q_B$ 为能力参数， q_A , q_B 分别为工序 A 和工序 B 的生产量，并用案例数据模拟了不同工序组合条件下的联合学习曲线。

综合上述，学习曲线在质量改进中的应用受到理论界的重视，在质量成本、废品控制、质量水平设置方面都有相应的应用价值。

2.2 生产计划中的学习曲线

生产计划中考虑学习曲线的影响在西方学者中早有研究，这些研究涉及综合生产计划、物料需求计划、能力规划等方面（Ebert^[17]，Reeves 和 Sweigart^[18, 19]，Karwan 等^[20]，Chand 和 Sethi^[21]，Hiller 和 Shapiro^[22]）。

Ebert^[17]研究了考虑劳动力学习曲线条件的综合生产计划决策问题，在传统的综合生产计划模型基础上结合生产率变化的情况，采用直接计算搜索方法，建立不同的学习率的生产计划，这些计划用来生产力调度、资金流分析与生产定价决策。

N.K. Womer^[23]考虑一个生产率由于生产进步而变化的情况下的生产计划问题：

$$\min \int_0^T x(t)e^{-\alpha t} dt \quad (7)$$

$$s.t. \quad q(t) = A Q^{\beta}(t) x^{1/\gamma}(t) \quad (8)$$

$$x(t) \geq 0, Q(0) = 0, Q(T) = V \quad (9)$$

其中 $q(t)$ 是时刻 t 产量， $x(t)$ 是时刻 t 的资源使用率， $Q(t) = \int_0^t q(\tau)d\tau$ 是累计的产量，其他为参数。

给出一个表达生产进步的成本函数模型

$$C(t | V, T) = [\rho/(\gamma - 1)]^{\gamma-1} (1 - \delta)^{-\lambda} \cdot A^{-\gamma} V^{\gamma(1-\delta)} [Q(t)]^{(1-\delta)} [e^{\alpha t(\gamma-1)} - 1]^{1-\gamma} \quad (10)$$

并且对不同参数对成本的影响进行分析。

T. L. Smunt^[24]考虑由于人的因素、技术因素与组织的因素导致生产进步——生产率改善情况下的粗能力计划问题，并通过一个案例的数据来分析如何在粗能力计划中考虑学习曲线的影响，并和传统的能力计划比较。

J. B. Mazzola 和 K. F. Mccardel^[25]研究了存在学习曲线的前提下，引入一个随机学习曲线的概念。对离散时间，无限周期的成本是遵循学习曲线规律的动态生产计划问题。假设确定性条件具有生产进步特征的指数变化的成本函数为 $c(Q) = \underline{c} + \alpha(Q/Q_0)^{-b}$ ，其中 \underline{c} 为初始的（也就是极限的）成本， Q_0 为初始的生产数量，生产成本以指数变化率 b 从 $\underline{c} + \alpha$ 下降到 \underline{c} 。在随机性条件下的成本函数为

$$c_j = \underline{c} + \alpha_0^{1-\rho} (c_{j-1} - \underline{c}) \cdot (Q_{j-1} / (Q_{j-2}^{\rho} Q_0^{1-\rho}))^{-b} \exp U_j \quad (11)$$

其中 U_j , $j=1, 2, \dots$ ，是独立的均匀分布（均值为0）， $|\rho| \leq 1$ 。以此为基础动态的生产计划是最大化总收益

$$v^*(Q_0) = \sup E \sum_{j=1}^{\infty} \delta^{j-1} \pi(Q_{j-1}, Q_{j-2}, c_{j-1}, U_j, q_j),$$

其中决策变量是不同时期的生产量 q_j 。

J. B. Mazzola 等^[26]考虑劳动力具有学习进步效应的多产品生产计划 (MPPL) 问题，建立了非线性混合整数规划模型和问题复杂度，证明该问题是 NP 难问题，采用分枝定界算法、禁忌搜索算法以及从前他们采用的算法。研究结果显示 MPPL 问题困难度与计划的时间跨度、劳动力密集度以及产品相关的需求行为有关。

2.3 库存与生产批量决策中的学习曲线

传统的库存管理理念——库存是一种资本，可以转化为资金与收入。而现代的库存管理理念，特别是 JIT 生产方式出现后，人们认为库存是一种浪费。通过学习与生产进步降低库存是现代制造的库存管理目标。为此，人们对库存与经济生产批量的决策中增加对学习曲线的应用是有价值的。

Keachie 和 Fontana^[27, 28]考虑学习曲线扩展了传统的批量概念，建立的库存成本函数为

$$C_T = C_s + C_c q^2 / 2r + C_l T_l q^{1-l} / (1-l) \quad (12)$$

其中 C_s 是调整费用， C_c 是库存持有成本， r 为需求率， C_l 为单位时间的劳动力成本， q 为批量，

T_l 为生产第一个产品的单位时间， l 进步函数的斜率。

Steedman^[29]拓展了 Keachie 和 Fontana 的工作，对上面成本函数的解特性进行分析，得到

$$q^* > q_0, q_0 = (2C_c r / C_e)^{1/2} \quad (13)$$

其结论是生产进步现象的存在使最优的生产批量比传统的大。

Muth 和 Spremann^[30]在 Keachie 和 Fontana^[28]，Steedman^[29]，Wortham 和 Mayyasi^[31]等人的工作基础上进行扩展，这些拓展包括：**a.** 生产成本由两部分组成，一部分与学习有关，另一部分是线性的；**b.** q^* / q_0 是 2 个参数——进步率与成本率的函数；**c.** 最优的生产批量解为

$$q^* \approx [2r(C_c + C_l T_l q_0^{1-l} / 2) / C_e]^{1/2} \quad (14)$$

Chand 和 Sethi^[21]研究了产品切换时间具有学习进步的动态批量问题，其优化的目标为

$$C(T) = \min_{u_1, u_2, \dots, u_T} \sum_{i=1}^{\sigma} h_i L_i + \sum_{n=1}^{\sigma} K_n,$$

其中 K_n 为第 n 次切换产品的设备调整准备时间。

Dolinsky 等^[32]研究考虑生产率改进的条件下不同环境的 MRP 计算逻辑中平均库存的变化规律，并提出了相应的订单释放原则。

Jaber 和 Bonney^[33]研究了有边界的学习曲线的条件下的生产批量问题，得到经济生产批量的计算公式为

$$Q^* \approx [2Kr / h(1 - rM/p)]^{1/2} \quad (15)$$

A. Eynan 和 C. L. Li^[34]考虑单位产品生产时间遵从生产进步规律的情况下生产批量分割的问题。其目标是总收益净现值最大化为

$$F(L_1, \dots, L_{n-1}) \approx \sum_{i=1}^{n-1} L_i \exp \left[-\frac{rp_i}{1-b} L_i^{1-b} \right] + (L - L_{n-1}) \exp \left[-L^{1-b} rp_n / (1-b) \right] \quad (16)$$

其中 L_i 是第 i 个子批，并且有 $L_1 + \dots + L_n = L$, r 是资金的机会成本（即利息）， p_1 是生产第一个产品的时间， b 是表征随着生产数量的累积而单位时间减少的参数，并且给出了求解方法，以均衡子批量与均衡时间间隔两种情况进行实验计算。

综上所述，学习曲线在生产计划中有很多的应用价值，国际上也已经对此进行了较多的研究^[35]，但是国内对此基本上未开展研究。

2.4 作业调度与任务分配中的学习曲线

传统的作业调度算法一般不考虑行为因素的影响，把工作者的生产率假设为固定的。最近一些学

者开始考虑引入行为因素，学习曲线在作业调度与任务分配中也有一定的应用价值。如 Cohen 和 Dardel^[36] 研究在学习条件下最优的工作站数优化问题，McCreery 和 Krajewski^[37] 同时考虑学习与遗忘特性的员工交叉训练与调派问题。

D. A. Nembhard^[38] 研究了基于个人学习率的工作任务分配启发算法。在该启发算法中，采用组合“学习 (learning)”与“遗忘 (forgetting)”的进步函数

$$y_x = k(xR_x^c + p)/(xR_x^c + p + r) + \epsilon_x \quad (17)$$

其中 $\alpha, y, k, p \geq 0, p+r > 0$ 。用仿真方法考察两类生产任务分配，一是长期生产任务，二是短期的生产任务，仿真在不同条件下的生产率进行测定，结果显示启发算法显著改进总体生产率。

Sayin 和 Karabati^[39] 采用两阶段的优化模型，考虑 2 个目标函数 (部门利用率与技能改进)。第一阶段，在一定分配约束下优化部门利用率，第二阶段考虑学习约束下优化总的技能改进。在这个问题中，采用学习曲线为

$$c_{wd} = k_{wd}(x_{wd} + p_{wd})/(x_{wd} + p_{wd} + r_{wd}) \quad (18)$$

T. L. smunt 和 C. A. Watts^[40] 研究了车间作业计划中考虑经验与学习进步效应的情况下，如何克服车间数据分散信息，更准确估算学习率的问题。

G. Mosheiov 和 J. B. Sidney^[41] 研究考虑学习曲线存在的条件下单机调度问题，以拖期作业数最小化为目标，研究了几个特地的情况 (所有的工件共享交货期)，研究结果这种问题的求解是多项式时间的问题。

2.5 流程改造与技术更新中的学习曲线

在生产流程改造与技术更新中学习曲线也有发挥作用的价值。因为随着生产系统的应用，人们掌握流程的熟练程度增加，流程的生产率会增加，加快技术更新速度，采用新技术如先进的生产装备、信息技术提高生产率。

N. W. Hatch 和 D. C. Mowery^[42] 研究了半导体制造企业流程革新与“干中学”的关系。通过新流程开发过程的干中学获得一些对于一定生产环境有用的知识，但是也损失一些原有的知识，并建立流程切换中的“学习指数”和“缺陷密度”的数学模型。

V. R. Kannan 和 S. W. Palocsay^[43] 认为当今市场竞争要求企业的生产流程具有更高的柔性 (flexibility)，为此，采用单件生产 (job shop) 的车

间布置是一个选择，但是频繁的产品切换与低效率的物料流减少了能力的利用，于是单元化生产 (cell manufacturing) 可以克服该缺点。但是单元化生产又限制了工艺柔性。这种两难困境是企业与学术研究的难题。笔者通过排队论来分析加工时间进步率与流程时间的关系，比较两种流程布置的特点。采用学习函数 $T_n = T_1 n^{(lg r / lg 2)}$ 计算单个操作过程的流程时间。

单元化生产情况下的流程时间

$$W_{CM} = (\tau \delta_{CM} + T_1 n^{lg r_{CM} / lg 2}) / (1 - \rho) \quad (19)$$

单件式生产条件下的流程时间

$$W_{JS} = (\tau \delta_{JS} + T_1 n^{lg r_{JS} / lg 2}) \cdot$$

$$[1 + P_0 (c\rho)^c / (c-1)! c^2 (1-\rho)^2] \quad (20)$$

$$\text{其中 } P_0 = \left[\sum_{i=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^i}{i!} + \frac{(c\rho)^c}{c!(1-\rho)} \right]^{-1},$$

以此扩大到多操作情况。

研究结果显示，单元化生产只要稍提高一点学习率 (学习率 $r=1$ -生产进步率) 就可以获得与单件式生产一样的绩效。

S. dardan 等^[44] 采用学习曲线来评价信息技术 (IT) 的投资价值：

$$Y_m = Y_c + Y_f(1 - e^{-d/\tau}) \quad (21)$$

其中 Y_c 是初始的生产率， Y_f 是由于进步效应的产生得到绩效的改进。

综上所述，在流程与技术改善方面，学习曲线是有一定的应用价值的，通过流程与技术的改善过程，不但获得生产率的提高，而且还会获得知识的转移^[45]。

3 学习曲线的几种表现形式与特征

从以上的综述看，学习曲线在运作管理的研究中有多方面的应用价值，实际上在不同的环境下学习曲线的表现形式是不同的，可以按照不同的划分标准进行划分：

1) 按照变量类型，可以分为成本型与和时间型两种模型。

2) 按照因子的多少，可以分单因子和多因子两种类型。

3.1 单因子模型

3.1.1 对数-线性模型 它是传统的模型，一种是平均成本函数模型，另一种是单位成本函数模型，其表现形式为

$$\text{平均成本型 } C_x = C_1 x^b \quad (22)$$

$$\text{单位成本型 } UC_x = C_1 x^b \quad (23)$$

3.1.2 S-曲线型 S-曲线型的表现形式为

$$MC_x = C_1 [M + (1 - M)(x + B)^b] \quad (24)$$

其中 M, B 是常数

S-曲线模型有 4 个参数, 其系数可以通过三次方曲线的对数匹配得到。

3.1.3 斯坦福-B 曲线型 它是早期美国国防部在斯坦福的研究院开发出来的。其表现形式为

$$Y_x = C_1 (x + B)^b \quad (25)$$

其中 $1 < B < 10$, 可以看到当 $B=0$ 时, 该模型退变为传统的对数-线性模型。

3.1.4 DeJong 模型^[46] 该模型的表现形式为

$$MC_x = C_1 [M + (1 - M)x^{-b}] \quad (26)$$

可以看到, 该模型在传统的对数-线性模型基础上加入一个系数 M , 称为人一机比率。当 $M=0$ 时, 模型退变为对数-线性模型。即变为全手工操作型。

3.1.5 Levy 自适应模型^[8] Levy 考虑到对数-线性模型的不足提出的改进模型

$$MC_x = [1/\beta - (1/\beta - x^b/C_1)k^{-kx}]^{-1} \quad (27)$$

其中 β, k 分别是第一产品的生产指数和平抑系数。

3.1.6 Glover 模型^[47] Glover 基于自底向上的、从个人进步到组织进步的、工厂范围的生产进步提出的模型, 其表达式为

$$\sum_{i=1}^n y_i + a = C_1 \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^m \quad (28)$$

其中 y_i 为流逝的时间或产量; x_i 为累积的产量或时间, a 为工作评价因子, n 曲线指数, m 为模型参数。

3.1.7 Pegel 指数模型^[48] 该模型是一个指数模型, 是 Pegel 于 20 世纪 60 年代末提出的, 其表现形式为

$$MC_x = \alpha x^{\alpha-1} + \beta \quad (29)$$

其中 α, β, a 都是基于经验的参数。

3.1.8 Knecht 模型^[49] 该模型是 Knecht 20 世纪 70 年代提出的, 它主要是针对传统的指数模型在累积生产规模无穷大而平均产品成本趋于 0 的不合理现象进行改进得到, 其表现形式为 (累积平均成本模型)

$$C_x = C_1 x^b e^{cx} \quad (30)$$

其中 c 是第二常数参数。由式 (30) 可以得到单位产品成本模型

$$UC_x = d(C_1 x^b e^{cx})/dx = C_1 x^b e^{cx} (c + b/x) \quad (31)$$

3.1.9 Yelle 多工序组合模型^[50] Yelle 提出的面向多个工序组合起来的产品学习曲线, 其表现形式为

$$C_x = k_1 x_1^{b_1} + k_2 x_2^{b_2} + \dots + k_n x_n^{b_n} \quad (32)$$

其中 C_x 是第 x 个产品的生产成本, n 为产品加工工序 (操作) 数。

3.2 多因子学习曲线

传统的学习曲线是只考虑影响生产进步的一个因子, 但是在现实中, 影响生产进步的因素往往是多种多样的, 有一些是可见的因子, 有一些是不可见的因子, 有一些是定性的, 也有一些定量的。因此, 为了更好地反映现实问题, 采用多因子的学习曲线是必要的。

3.2.1 Alchian 的多因子对数模型^[51] 它是 Alchian 在美国兰特公司进行实验得到的。Alchian 考虑时间 T 、累积生产量 N 、平均每月的生产率 ΔN 这几个变量来预测平均每磅飞机骨架的劳动力数量 m 。但是实验的结果没有取得比传统的模型更好效果。原因是因素之间存在相关性。后来的 Preston 和 Keachie^[52] 和 Womer 和 Gulledge^[53] 虽然对 Alchian 的工作做了改进, 但是正如 Camm 等^[54] 指出的那样, 多元线性相关是使用这种多因子学习曲线的难点。

3.2.2 Cobb-Douglas 的多因子指数模型 该模型最早见于 1981 年 Bemis 等人^[55] 的文献中, 其表现形式采用多因子变量指数连乘的函数

$$C = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} \dots x_n^{b_n} \epsilon \quad (33)$$

其中 C 为估计成本, b_0 为模型系数, x_i 为第 i 个变量, ϵ 为误差项。

3.2.3 Womer 模型^[23] Womer 提出了一个考虑累积生产量、生产率、方案成本的多变量模型

$$q(t) = A Q^\delta(t) x^{1/\gamma}(t) \quad (34)$$

其中 A 为常数, $q(t)$ 为时刻 t 的生产率, $Q^\delta(t)$ 为累积产量, $x(t)$ 为可变资源利用率, δ 为学习参数, γ 为规模参数。

4 学习曲线的应用新动向

从学习曲线的产生到现在已经有 70 年历史, 国际上学习曲线的研究已经有丰富的成果, 而且在企业中有很好的应用。但是在我国, 人们对此了解与认识仅仅是从最近几年引进的国外教科书中看到并加以介绍, 相关的研究几乎没有。笔者通过对国际有关文献的探讨, 提出以下几个有潜力的研究方向供参考。

1) 产品研究开发中的应用 目前由于市场竞

争, 生产生命周期缩短, 要求企业缩短产品开发周期。这是基于时间的竞争策略所要求的。因此如何利用学习曲线来有效的提高生产开发速度与降低开发成本是一个值得研究的课题, 目前国际上对此仍缺乏研究。

2) 企业运作系统中知识管理 目前企业强调所谓的学习型组织, 学习有正式的学习与非正式的学习。传统的“干中学”的经验性的学习曲线与这种复合的学习环境下的学习曲线显然有区别, 如何建立并加以运用这种新型的学习曲线是值得研究的课题。

3) 拓展学习曲线在非制造运作中的应用 虽然在制造业的运作管理研究中学习曲线已经得到深入的研究, 但是在服务业, 这方面的应用研究仍然有很大的空间可有作为。因此拓展学习曲线在非制造运作中的应用是一个新的方向之一。

4) 学习曲线的表达形式是否需要改造仍是一个值得探讨的问题 虽然传统的一些表达函数已经有很好的应用效果, 但是从笔者近年来在企业的调查数据模拟情况看, 确实值得研究, 提出新的函数表达方式是必要的, 至少行业之间的表达式是否应有所不同也是值得考虑的。

参考文献

- [1] Conway R, Schultz A. The manufacturing progress function [J]. *Journal of Industrial Engineering*, 1959, 10: 39~53
- [2] Hirsch W Z. Progress functions of machine tool manufacturing [J]. *Econometrica*, 1952, 20(1): 81~82
- [3] Muth J D. Search theory and the manufacturing progress functions [J]. *Management Science*, 1986, 32(8): 948~962
- [4] Sahal D A. *Theory of Progress Functions* [M]. International Institute of Management, Berlin, Germany, 1942
- [5] Wright T. Factors affecting the costs of airplanes [J]. *J of Aeronautical Sci*, 1936, 3(4): 122~128
- [6] Yelle L E. The learning curve: historical review and comprehensive survey [J]. *Decision Sciences*, 1979, 10(2): 302~328
- [7] Crossman E R F W. A theory of acquisition of speed skill [J]. *Ergonomics*, 1959, 2: 153~166
- [8] Levy F K. Adaptation in the production processes [J]. *Management Science*, 1965, 11(6): 136~154
- [9] Globerson S. The influence of job related variables on the predictability power of three learning curve models [J]. *AIIE Transactions*, 1980, 12: 64~49
- [10] Badiru A B. Computational survey of univariate and bivariate learning curve models [J]. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 1992, 39: 176~188
- [11] Franceschini F, Galetto M. Composition laws for learning curves of individual manufacturing processes [J]. *International Journal of Production Research*, 2003, 41(7): 1431~1447
- [12] Fine C H. Quality improvement and learning in productive systems [J]. *Management Science*, 1986, 32(10): 1301~1315
- [13] Li G, Rajagopalan S. The impact of quality on learning [J]. *Journal of Operations Management*, 1997, 15: 181~191
- [14] Lapre M A, Mukherjee A S, Wassenhove L N V, et al. Behind the learning curve: linking learning activities to waste reduction [J]. *Management Science*, 2000, 46(5): 597~611
- [15] Jaber M Y, Guiffrida A L. Learning curves for processes generating defects requiring reworks [J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 159: 663~672
- [16] Franceschini F, Galetto M. An empirical investigation of learning curve composition laws for quality improvement in complex manufacturing plants [J]. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 2004, 15(7): 687~699
- [17] Ebert R J. Aggregate planning and learning curve productivity [J]. *Management Science*, 1976, 23(2): 171~182
- [18] Reeves G R., Sweigart J R. Product-mix models when learning effects are present [J]. *Management Science*, 1981, 27(2): 204~212
- [19] Reeves G R, Sweigart J R. Multiperiod research allocation with variable technology [J]. *Management Science* 1982, 28(12): 1441~1449
- [20] Karwan K R, Mazzola J B, Morey R C. Production lot sizing under setup and worker learning [J]. *Naval Research Logistics*, 1988, 35: 159~175
- [21] Chand S, Sethi S P. A dynamic lot sizing model with learning in setups [J]. *Operations Research*, 1990, 38(4): 644~655
- [22] Hillier R S, Shapiro J F. Optimal capacity expansion planning when there are learning effects [J]. *Management Science*, 1986, 32(9): 1153~1163
- [23] Womer N K. Learning curves, production rate, and program costs [J]. *Management Science*, 1979, 25(4): 312~319
- [24] Smunt T L. Rough cut capacity planning in a learning environment [J]. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 1996, 43(3): 334~341

- [25] Mazzola J B, McCardle K F. The stochastic learning curve: optimal production in the presence of learning-curve uncertainty [J]. *Operations Research*, 1997, 45(3): 440~449
- [26] Mazzola J B, Neebe A W, Rump C M. Multiproduct production planning in the presence of work-force learning [J]. *European Journal of Operational Research*, 1998, 106(1/2): 336~356
- [27] Keachie E C, Fontana R J. Effects of learning on optimal lot size [J]. *Management Science* 1965, 13(2): 102~107
- [28] Keachie E C, Fontana R J. Production lot sizing under a learning effect [J]. *Management Science*, 1966, 13: 102~108
- [29] Steedman I. Some improvement curve theory [J]. *International Journal of Production Research*, 1970, 8: 189~205
- [30] Muth E J, Spremann K. Learning effect in economic lot sizing [J]. *Management Science*, 1983, 29: 102~108
- [31] Wortham A W, Mayyasi A M. Learning effect in economic order quantity [J]. *AIIE Transactions*, 1972, 4(1): 69~71
- [32] Dolinsky L R, Vollmann E T, Maggard M J, et al. Adjusting replenishment orders to reflect learning in a material requirements planning environment [J]. *Management Science*, 1990, 36(12): 1532~1547
- [33] Jaber M Y, Bonney M. Optimal lot sizing under learning considerations: the bounded learning case [J]. *Apply Mathematics Modeling*, 1996, 20: 750~755
- [34] Eynan A, Li C L. Lot-splitting decisions and learning effects [J]. *IIE Transactions*, 1997, 29(2): 139~146
- [35] Jaber M Y, Bonney M. The economic manufacture/order quantity (EMQ/EOQ) and the learning curve: past, present, and future [J]. *International Journal of Production Economics*, 1999, 59: 93~102
- [36] Cohen Y, Dar-El M E. Optimizing the number of stations in assembly lines under learning for limited production [J]. *Production Planning & Control*, 1998, 9: 230~240
- [37] McCreery J K, Krajewski L J. Improving performance using workforce flexibility in an assembly environment and learning and forgetting effects [J]. *International Journal of Production Research*, 1999, 37: 2031~2058
- [38] Nembhard D A. Heuristic approach for assigning workers to tasks based on individual learning rates [J]. *International Journal Production Research*, 2001, 39(9): 1955~1968
- [39] Sayin S, Karabati S. Assigning cross-trained workers to departments: a two-stage optimization model to minimize utility and skill improvement [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, (in press, <http://www.sciencedirect.com>)
- [40] Smunt T L, Watts C A. Improving operations planning with learning curves: overcoming the pitfalls of "messy" shop floor data [J]. *Journal of Operations Management*, 2003, 21: 93~107
- [41] Mosheiov G, Sidney J B. Note on scheduling with general learning curves to minimize the number of tardy jobs [J]. *Journal of Operational Research Society*, 2005, 56: 110~112
- [42] Hatch N W, Mowery D C. Process innovation and learning by doing in semiconductor manufacturing [J]. *Management Science*, 1998, 44(11): 1461~1477
- [43] Kannan V R, Palocsay S W. Cellular vs process layouts: an analytic investigation of the impact of learning on shop performance [J]. *Omega*, 1999, 27: 583~592
- [44] Dardan S, Busch D, Sward D. An application of the learning curve and the nonconstant-growth dividend model: IT investment valuations at Intel Corporation [J]. *Decision Support System*, 2006, 41: 688~697
- [45] Lapre M A, Wassenhove L N V. Creating and transferring knowledge for productivity improvement in factories [J]. *Management Science*, 2001, 47(10): 1311~1325
- [46] DeJong J R., The effects of increasing skill on cycle time and its consequences for time standards [J]. *Ergonomics*, 1957, (Nov): 51~60
- [47] Glover J H. Manufacturing progress functions: an alternative model and its comparison with existing functions [J]. *International Journal of Production Research*, 1966, 4(4): 279~300
- [48] Pegels C C. On start up or learning curves: an expanded view [J]. *AIIE Transactions*, 1969, 1(3): 216~222
- [49] Knecht G R. Costing, technological growth and generalized learning curves [J]. *Operations Research Quarterly*, 1974, 25(3): 487~491
- [50] Yelle L E. Estimating learning curves for potential products [J]. *Industrial Marketing Management*, 1976, 5(2/3): 147~154
- [51] Alchian A. Reliability of progress curves in airframe production [J]. *Econometrica*, 1963, 31(4): 679~693
- [52] Preston L E, Keachie E C. Cost functions and progress functions: an integration [J]. *American Economic Review*, 1964, 54: 100~106
- [53] Womer N K, Gulledge T R. A dynamic cost function for an airframe production program [J]. *Engineering Costs and Production Economics*, 1983, 7(3): 213~227