

基于车辆动力学的轨迹跟踪器设计

陈 杨, 刘大学, 贺汉根, 戴 斌

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

[摘要] 轨迹跟踪是移动机器人导航中的核心问题之一。针对非完整运动约束车辆, 利用反馈线性化方法设计了轨迹跟踪器, 仿真研究了跟踪算法的鲁棒性。最后, 介绍了工程实现中参数观测器设计等相关问题。

[关键词] 轨迹跟踪; 反馈线性化; 导航

[中图分类号] TP273 [文献标识码] A [文章编号] 10009-1742(2007)11-0068-06

随着移动式机器人应用范围的拓展, 它的活动范围已延伸到各个领域, 从太空探索到深海探测, 从危险环境下的抢救到日常生活中的服务。自主汽车是移动式机器人的典型代表, 为研究者在轨迹规划、轨迹跟踪等导航关键问题研究提供了舞台。鉴于自主车在民用和军用两方面潜在的广阔应用前景, 国内部分高校, 也陆续开展了自主车的相关研究。由于道路环境的不确定性, 加之车辆本身是一个高度动态的非线性系统, 实现其轨迹跟踪控制充满了挑战, 很多研究者在此领域做出了开创性的工作, 把控制理论和方法与工程实践紧密结合在一起。如滑模控制器和参数空间法^[1]、使用预瞄信息(道路曲率和超高)作前馈控制的最优预瞄控制^[2]、模型参考自适应控制、输入-状态线性化反馈和输入-输出线性化反馈^[3, 4]和模糊网络的反馈误差学习^[5]。尽管方法迥异, 但大体技术路线具有相似性: 确立控制目标、选择控制器结构、优化控制参数、提高系统的鲁棒性。

车辆的轮胎不能侧向滑动, 行进中的车辆只能沿着车身方向前进。这种非完整约束的存在导致自由位形空间中的一条连续路径不一定是可行的。并且, Brockott 已经证明^[6], 即使对一条光滑路径, 也不存在一个光滑且不变的反馈控制律来实现系统的镇定。越来越多的研究者利用反馈线性的工具解

决上述问题^[7, 8]。对比他们的研究工作发现, 反馈线性化通常需要借助系统模型来克服非线性因素的影响, 由于应用背景不同以及系统模型的差异, 造成了控制器的多样化设计。

1 车辆动力学建模

采用汽车模型^[9]研究车辆在轨迹跟踪过程中的侧向运动和横摆运动特性。建立模型时, 对实际车辆做出下列假设:

- 1) 车辆视为一个做平面小曲率运动的刚体, 其侧向加速度系数(侧向加速度与重力加速度的比值)与路面摩擦系数的比值在 0.3 至 0.4 之间, 轮胎侧偏特性处于线性范围;
- 2) 忽略左右轮由于垂直载荷不同引起的侧偏特性差异;
- 3) 转向系的惯性和阻尼可以忽略, 转向盘转角与前轮名义转角成比例关系。

汽车模型如图 1 所示。

为了下面推导公式的方便, 特引入下列符号:

m 为整车质量(kg);

x, y 为车辆质心在惯性坐标系中的位置(m);

ω 为前轮名义转角的角速度(rad/s);

θ 为车辆的航向角(rad);

J 为整车的转动惯量(kg· m²);

[收稿日期] 2006-06-27; 修回日期 2006-08-01

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(60234030)

[作者简介] 陈 杨(1978-), 男, 湖北襄樊市人, 国防科技大学博士研究生

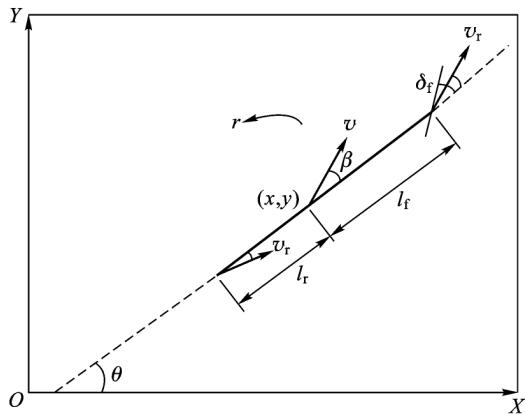


图1 汽车模型
Fig. 1 Vehicle model

v 为车辆速度 (m/s)；

a 为车辆加速度 (m/s^2)；

r 为车辆绕质心的横摆角速度 (rad/s)；

l_f, l_r 为前(后)轴至质心的水平距离 (m)；

C_f, C_r 为前(后)轮综合侧偏刚度系数 (N/rad)；

F_f, F_r 为前(后)轮所受的侧向力 (N)；

β_f, β_r 为前(后)轮侧偏角 (rad)；

β 为质心处侧偏角 (rad)；

δ_f 为前轮名义转角 (rad)。

考虑车辆的几何关系, 得到下列关系式:

前(后)轮侧偏角

$$\begin{aligned}\beta_f &= \beta_r - (v \sin \beta + l_r r) / v \cos \beta, \\ \beta_r &= (l_r r - v \sin \beta) / v \cos \beta\end{aligned}\quad (1)$$

前(后)轮所受的侧向力

$$\begin{aligned}F_f &= C_f \beta_f, \\ F_r &= C_r \beta_r\end{aligned}\quad (2)$$

利用牛顿定律,

$$J\dot{r} = F_f l_f \cos \delta_f - F_r l_r \quad (3)$$

以惯性坐标系的原点为原点建立坐标系, 其坐标轴方向和体坐标系的坐标轴方向对齐。以 $\frac{dv}{dt}$ 表示相对导数, 在该坐标系下可得到

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{dv}{dt} + \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \\ &= d((v \cos \beta) \mathbf{i} + (v \sin \beta) \mathbf{j}) / dt + \\ &= (r \mathbf{k}) \times ((v \cos \beta) \mathbf{i} + (v \sin \beta) \mathbf{j}) = \\ &= (a \cos \beta + v \sin \beta \cdot \beta - r v \sin \beta) \mathbf{i} + \\ &\quad (a \sin \beta + v \cos \beta \cdot \beta + r v \cos \beta) \mathbf{j}\end{aligned}\quad (4)$$

在车体的侧向方向可得

$$mv(\beta + r) \cos \beta + m v \sin \beta = F_f \cos \delta_f + F_r \quad (5)$$

综合式(1)至式(5), 得到

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos (\theta + \beta), \\ \dot{y} &= v \sin (\theta + \beta), \\ \theta &= r, \\ \beta &= \frac{C_f}{m} \left[\frac{\delta_f}{v \cos \beta} - \frac{v \sin \beta + l_f r}{(v \cos \beta)^2} \right] \cos \delta_f + \\ &\quad \frac{C_r l_r r - v \sin \beta}{m (v \cos \beta)^2} - r - \frac{v \sin \beta}{v \cos \beta} \cos \delta_f, \\ \dot{r} &= \frac{C_f l_f}{J} \left[\delta_f - \frac{v \sin \beta + l_f r}{v \cos \beta} \right] \cos \delta_f - \\ &\quad \frac{C_r l_r r - v \sin \beta}{J v \cos \beta}\end{aligned}\quad (6)$$

在假设 1 的前提下, 对式(6)近似简化。以车辆加速度和前轮名义转角为控制量, 车辆的位置 (x, y) 作为输出量, 方程最终可以写成下面的形式。

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} v \cos(\theta + \beta) \\ v \sin(\theta + \beta) \\ r \\ 0 \\ -\frac{C_f + C_r}{mv} \beta - \frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv^2} r \\ -\frac{C_f l_f + C_r l_r}{J} \beta - \frac{C_f l_f^2 - C_r l_r^2}{J v} r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\frac{\beta}{v} \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{C_f}{mv} \\ \frac{C_f l_f}{J} \end{bmatrix} u_2,$$

$$\begin{aligned}u_1 &= a, \quad u_2 = \delta_f, \\ h_1(\mathbf{X}) &= x, \quad h_2(\mathbf{X}) = y, \\ \mathbf{X} &= (x \ y \ \theta \ v \ \beta \ r)^T, \\ g_1(\mathbf{X}) &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \beta/v \ 0)^T, \\ g_2(\mathbf{X}) &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ C_f/mv \ C_f l_f/J)^T\end{aligned}\quad (7)$$

2 控制器设计

Frobenius Theorem^[10] 非奇异的分布是完全可积的, 当且仅当它是对合的。

令 $\Delta = \text{span} \{g_1(\mathbf{X}), g_2(\mathbf{X})\}$ 。 $v \neq 0$ 时, Δ 是非奇异的。如果分布对其中的向量内括号运算是封闭的, 则分布是对合的:

$$\begin{aligned}[g_1(\mathbf{X}), g_2(\mathbf{X})] &= \\ [\partial g_2(\mathbf{X}) / \partial \mathbf{X}] g_1(\mathbf{X}) -\end{aligned}$$

$[\partial g_2(\mathbf{X})/\partial \mathbf{X}]g_1(\mathbf{X}) = 0 \in \Delta$,
故 Δ 是对合的。从而存在

$$[\partial \phi_i(\mathbf{X})/\partial \mathbf{X}]g_j(\mathbf{X}) = 0, \quad (i=1, 2, 3, 4, j=1, 2) \quad (8)$$

容易验证, 系统的相对阶数是(2, 2)。选择下列坐标:

$$\begin{aligned} z_1 &= \phi_1(\mathbf{X}) = x, \\ z_2 &= \dot{x} = v \cos(\beta + \theta), \\ z_3 &= \phi_2(\mathbf{X}) = y, \\ z_4 &= \dot{y} = v \sin(\beta + \theta), \\ z_5 &= \phi_3(\mathbf{X}) = \theta, \\ z_6 &= \phi_4(\mathbf{X}) = \beta v - J r / m l_f \end{aligned} \quad (9)$$

进行坐标代换, 从系统模型得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= f_1(\mathbf{X}) + g_{11}(\mathbf{X})a + g_{12}(\mathbf{X})\delta_f, \\ \dot{z}_3 &= z_4, \\ \dot{z}_4 &= f_2(\mathbf{X}) + g_{21}(\mathbf{X})a + g_{22}(\mathbf{X})\delta_f, \\ \dot{z}_5 &= f_3(\mathbf{X}), \\ \dot{z}_6 &= f_4(\mathbf{X}) \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{X}) &= \sin(\beta + \theta)[\beta(C_f + C_r)/m + \\ &\quad r(C_f l_f - C_r l_r)/mv], \\ f_2(\mathbf{X}) &= -\cos(\beta + \theta)[\beta(C_f + C_r)/m + \\ &\quad r(C_f l_f - C_r l_r)/mv], \\ f_3(\mathbf{X}) &= r, \\ f_4(\mathbf{X}) &= C_r(l_f + l_r)(l_r r - \beta v)/m l_f v - v r, \\ g_{11}(\mathbf{X}) &= \cos(\beta + \theta) + \beta \sin(\beta + \theta), \\ g_{12}(\mathbf{X}) &= C_f \sin(\beta + \theta)/m, \\ g_{21}(\mathbf{X}) &= \sin(\beta + \theta) - \beta \cos(\beta + \theta), \\ g_{22}(\mathbf{X}) &= C_f \cos(\beta + \theta)/m \end{aligned} \quad (11)$$

令 $G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$, 由于 $\det(G) = C_f/m$, 利用

状态反馈线性化, 得到

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= v_1, \\ \dot{z}_3 &= z_4, \\ \dot{z}_4 &= v_2, \\ \dot{z}_5 &= f_3(\mathbf{X}), \\ \dot{z}_6 &= f_4(\mathbf{X}) \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{bmatrix} a \\ \delta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{X}) & g_{12}(\mathbf{X}) \\ g_{21}(\mathbf{X}) & g_{22}(\mathbf{X}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 - f_1(\mathbf{X}) \\ v_2 - f_2(\mathbf{X}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

经过上述反馈线性化处理, 问题转化为线性模

型跟踪光滑轨迹 $(x_d(t), y_d(t))$ 。从光滑轨迹可以构造出线性系统的零点状态 $(x_d(t), \dot{x}_d(t), \ddot{x}_d(t), y_d(t), \dot{y}_d(t), \ddot{y}_d(t))$ 。为了保证系统在零点渐近稳定, 利用成熟的线性系统控制方法设计控制律:

$$\begin{aligned} v_1 &= \ddot{x}_d - \lambda_1(z_2^1(\dot{x}_d) - \lambda_0(z_2^1(x_d)), \\ v_2 &= \ddot{y}_d - \gamma_1(z_2^2 - \dot{y}_d) - \gamma_0(z_2^2 - y_d) \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} H_1(s) &= s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0, \\ H_2(s) &= s^2 + \gamma_1 s + \gamma_0 \end{aligned} \quad (15)$$

式(14)是 Hurwitz 多项式, 方程右边的第一项 \ddot{x}_d , \ddot{y}_d 是前馈项, 而后边若干项是误差反馈项, 主要用于修正零点误差。

3 控制器实现

在工程实践过程中还需要考虑两个问题。首先如何获取系统状态, 这是控制器实现的前提; 其次是控制器输出限幅问题。控制算法建立在状态反馈线性化的基础上, 控制输入的大小与系统状态息息相关。对于部分系统状态, 可以通过传感器进行直接测量。目前, 红旗车车载的组合惯导系统能够实时提供准确的位置、速度和角速度等信息, 三轴硅微加速度计可以实时测量车辆的加速度。但是, 车辆的侧滑角却无法直接测量, 为此引入观测器对侧滑角进行观测^[11, 12]。为了简化问题, 考虑车辆近似匀速行驶的情况下(纵向加速度较小), 将前轮名义转角为控制量, 横摆角速度和侧滑角为状态量, 横摆角速度作为系统输出, 则系统状态空间模型为

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_f + C_r \\ -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_f}{mv} \\ \frac{C_f l_f}{J} \end{bmatrix} \delta_f, \\ y = r \quad (16)$$

构造观测器

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_f + C_r}{mv} & -\left(\frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv^2} + 1\right) \\ -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{J} & -\frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{Jv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_f}{mv} \\ \frac{C_f l_f}{J} \end{bmatrix} \delta_f + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} (r - \hat{r}) \quad (17)$$

通过选择 K_1 和 K_2 ,使得

$$\begin{cases} -\frac{C_f + C_r}{mv} & -\frac{C_f l_f - C_r l_r}{mv^2} - 1 - K_1 \\ -\frac{C_r l_f - C_f l_r}{J} & -\frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{Jv} - K_2 \end{cases} \quad (18)$$

的特征值分布在左半平面,并且观测器的收敛速度要求大于一定值。

从工程实践中需要对控制器输出量限幅。第一,执行机构的物理限制可能导致部分控制量无法实现。比如前轮转向机构,红旗车的前轮转角 δ_r 范围在(-30° , $+30^\circ$)之间。第二,控制器的设计基于一定的模型假设,当前轮转角和加速度的控制量比较大时,先验假设不再成立。因而从安全角度考虑,必须对系统的控制输出量进行限幅。

4 轨迹跟踪器跟踪能力分析

针对高速公路上的普遍情况,车辆行为一般可以分为三类:跟踪道路指示线的车道保持;从匝道(进出高速公路的辅助车道)进入主车道或者退出主车道的换道;超车过程的换道。后两者区别在于,从初始点(x_0, y_0, θ_0)到目标点(x_f, y_f, θ_f),从匝道进入主车道或者退出主车道时 $\theta_0 \neq \theta_f$;而超车过程的换道 $\theta_0 = \theta_f$ 。由于他们的初始和截止条件不同,在轨迹设计上存在着差异。

下面针对超车过程的换道,仿真研究轨迹跟踪器的跟踪能力,并比较各种汽车参数下余弦轨迹的跟踪效果。余弦轨迹具有计算简便、构造灵活的优点^[13],如图 2 所示。

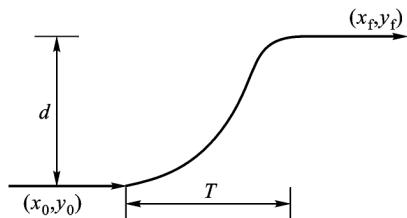


图 2 余弦曲线过渡

Fig. 2 Cosine curve for road switch

车道距离为 d ,换道过程持续时间是 T ,则参考轨迹为:

$$x(t) = v_0 t, \quad y(t) = d(1 - \cos(\pi t/T))/2, \quad 0 \leq t \leq T;$$

$$x(t) = v_0 t, \quad y(t) = d, \quad T \leq t \quad (19)$$

参数选择:

初始状态参数 $x_0 = 0, y_0 = 0, v_0 = 20 \text{ m/s}$,

$$\theta_0 = 0;$$

几何参数 $T = 1.5 \text{ s}, d = 3.75 \text{ m};$

控制器参数 $\lambda_1 = 0.26, \lambda_0 = 0.024, \gamma_1 = 441, \gamma_0 = 16440;$

车辆名义物理参数 $m_0 = 1969 \text{ kg}, J_0 = 8000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, C_{r0} = C_{l0} = 3 \times 10^5 \text{ N/rad}, l_{r0} = 1 \text{ m}, l_{l0} = 1.99 \text{ m}.$

控制器参数中关键在于侧向控制器参数 [γ_0, γ_1] 的选择。因为换道过程有严格的时间限制,如果过渡时间太长,则失去了实际工程意义。另外,为了避免纵向加速度控制对侧向控制的影响,纵向控制器参数选择的值较小,从而在轨迹跟踪过程中减小控制系统对纵向控制的依赖。

4.1 算法可行性的仿真验证

基于 MATLAB 的 Simulink 工具箱的仿真实验在车辆名义物理参数下完成。仿真结果见图 3,控制算法能够完成余弦过渡曲线的轨迹跟踪,并且各个控制参数变化情况与文献[13]中的真实实验数据相吻合,同时仿真反映出余弦过渡轨迹存在的问题,初始和结束的衔接处二阶导数不连续会造成控制量剧烈变化(见图 4),工程实践中,文献[13]采用样条曲线对过渡轨迹光滑的解决方法。

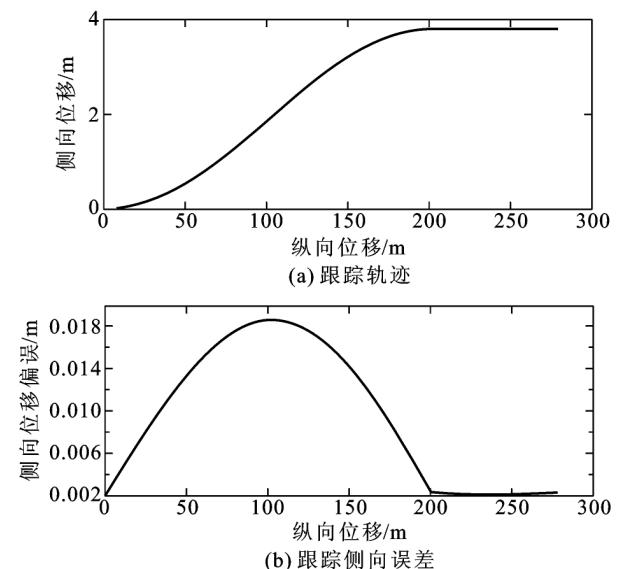


图 3 跟踪轨迹和跟踪侧向误差

Fig. 3 Trajectory tracking and lateral error of tracking

4.2 算法鲁棒性的仿真实验

在车辆运行过程中,车辆物理参数是在动态

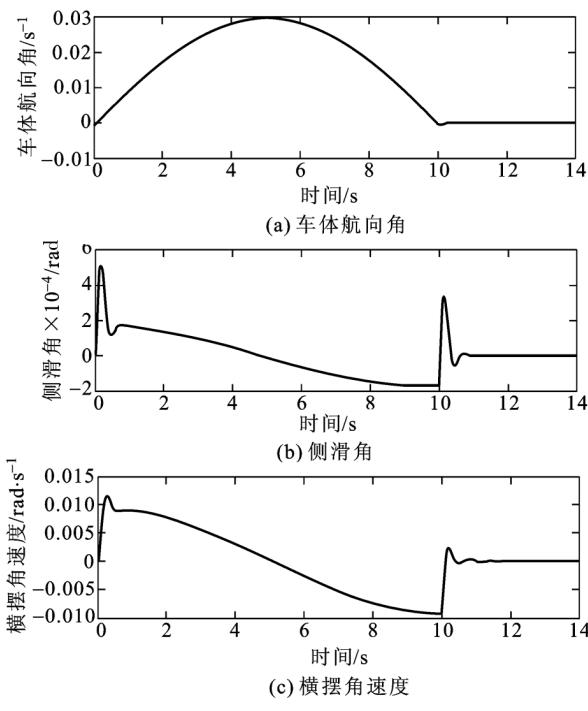


图 4 余弦轨迹跟踪过程

Fig. 4 Simulation results of cosine curve tracking

变化的,转动惯量会随着车辆载荷分布的变化而变化,尤其是车辆轮胎的综合侧偏刚度系数,它受到车辆载荷、路面状况(材质、干燥程度)等众多因素的影响。因而,控制器设计过程中使用的车辆物理参数与真实值之间存在着不可避免的差异。为了表示这种差异,在仿真过程中使用两套参数:车辆模型使用的是车辆真实物理参数(m , J , C_r , C_f , l_r , l_f),控制算法中使用车辆名义物理参数(m_0 , J_0 , C_{r0} , C_{f0} , l_{r0} , l_{f0})。在车辆名义物理参数的基础上加入一定范围的扰动项,从而得到车辆真实物理参数。

$$\begin{aligned} m &= m_0 + \Delta_m \text{rand}(-0.5, 0.5), \\ J &= J_0 + \Delta_J \text{rand}(-0.5, 0.5), \\ C_f &= C_{f0} + \Delta_{C_f} \text{rand}(-0.5, 0.5), \\ C_r &= C_{r0} + \Delta_{C_r} \text{rand}(-0.5, 0.5), \\ l_f &= l_{f0} + \Delta_{l_f} \text{rand}(-0.5, 0.5), \\ l_r &= (l_{r0} + l_{f0}) - l_f \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\text{rand}(-0.5, 0.5)$ 是在区间 $(-0.5, 0.5)$ 上均匀随机分布的随机数。

从各组参数的仿真结果(见表 1)可以得出结论,算法具有较强的鲁棒性,能够克服参数扰动对控

制性能的影响。

表 1 车辆仿真物理参数

Table 1 Vehicle physical parameters used in simulation

	$C_f (\times 10^5)$ /N·rad ⁻¹	$C_r (\times 10^5)$ /N·rad ⁻¹	m/kg	$J/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	l_f/m	l_r/m
Δ	1.000 0	1.000 0	500.0	2 000.0	0.600 0	0.600 0
1	2.457 7	3.402 5	2 062.6	6 515.0	1.570 4	1.419 6
2	2.735 4	3.745 0	2 041.2	6 938.7	1.489 5	1.500 5
3	2.357 0	3.571 7	1 924.0	7 460.1	1.558 0	1.432 0
4	2.456 0	3.622 3	1 911.0	6 939.9	1.620 0	1.370 0
5	2.591 7	3.356 3	2 053.8	7 128.8	1.380 1	1.609 9
6	2.353 6	3.553 6	2 001.5	6 870.5	1.512 5	1.477 5

4.3 添加观测器前后的对比试验

把 $m_0 = 1 969 \text{ kg}$, $J_0 = 8 000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $C_{r0} = C_{f0} = 3 \times 10^5 \text{ N/rad}$, $l_{r0} = 1 \text{ m}$, $l_{f0} = 1.99 \text{ m}$ 代入式(18), 得到

$$\begin{bmatrix} -15.236 2 & -0.806 4 - K_1 \\ 21.7857 & -9.589 5 - K_2 \end{bmatrix}^\circ$$

通过选择参数(K_1 , K_2)将特征值配置到 -40 和 -160 附近。当 $K_1 = 166$, $K_2 = 176$ 时,准确特征值为 $-40.237 5$ 和 $-160.588 1$ 。车辆模型参数取值如下: $C_f = 2.725 \times 10^5 \text{ N/rad}$, $C_r = 3.365 6 \times 10^5 \text{ N/rad}$, $m = 1 995 \text{ kg}$, $J = 6 986 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $l_f = 1.607 4 \text{ m}$, $l_r = 1.382 6 \text{ m}$ 。仿真过程发现,当观测器观测值与真实值之间存在初始偏差时,观测值能够很快收敛到真实值,见图 5。但是在收敛过程中,

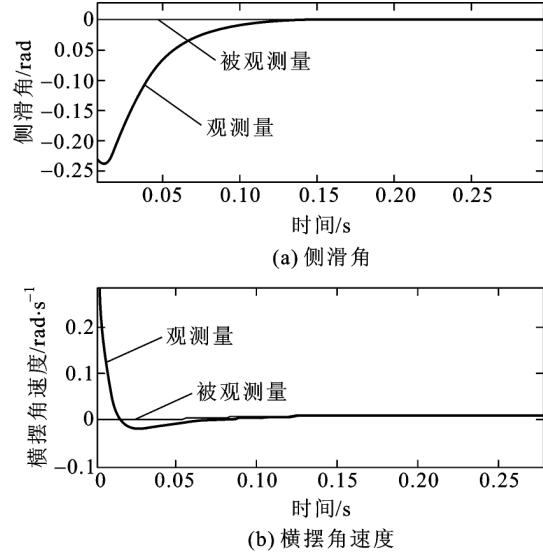


图 5 观测器观测结果 Fig. 5 Results of observer

如果采用观测值计算控制量则会造成系统的不稳定，主要是控制器输出饱和环节引入的，同时与观测器的增益选择有一定关系。为了克服这个问题，可以采用多控制器的结构。系统工作初期使用简单控制器，比如基于运动学模型的轨迹跟踪器，待观测器的观测值收敛到系统真实状态时再进行控制器切换。

5 结语

针对汽车运动学模型，详细讨论了如何利用反馈线性化设计轨迹跟踪器，并给出了车辆跟踪余弦过渡曲线的仿真结果。该方法拓宽了传统轨迹跟踪器的设计思路，为工程实践中的控制器改进提供了理论基础。然而，应用该方法解决实际问题，还有一些问题亟待改善，主要有两点：第一，反馈线性化依赖模型的准确性以及状态估计的可靠性，模型往往存在着误差、状态估计容易受到观测噪声的干扰，控制器实现过程中需要降低这些因素对控制器性能的影响；第二，大量工程实践表明，预瞄在高速自主车的轨迹跟踪中起着举足轻重的作用，将预瞄与反馈线性化方法相结合是下一步系统设计的一个方向。

参考文献

- [1] Ackermann J, Guldner J. Linear and nonlinear controller design for robust automatic steering [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1995, 3: 132 ~ 143
- [2] Peng H, Tomizuka M. Optimal preview control for vehicle lateral guidance[J]. ASME J Dyn Syst, Meas, Control, 1991, 115: 679 ~ 686
- [3] Panfilov DU, Tkachev SB tracking of reference trajectory for wheeled mobile robot [A]. Proceedings of the 14th International Conference on Process Control' 03 [C], Strbske Pleso, High Tatras, Slovakia. Paper No. 095 CD - ROM, 2003
- [4] Rajamani R, Zhu C, Alexander L. Lateral control of a backward driven front - steering vehicle [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(5): 531 ~ 540
- [5] Topalov A V, Kim J-H, Proychev T H. Fuzzy-net control of non-holonomic mobile robot using evolutionary feedback-error-learning [J]. Robotics and Autonomous Systems 1998, 23: 187 ~ 200
- [6] Brockett R W. Asymptotic stability and feedback stabilization [A]. Brockett R W, Millman R S, Sussman H J editors. Differential Geometric Control Theory [M]. Birkhauser, Basel-Boston, 1983, 181 ~ 191
- [7] Yang E, Gu D, Mita T, et al. Non-linear tracking control of a car-like mobile robot via dynamic feedback linearisation [A]. Proceedings of Control 2004 [C]. University of Bath, 2004
- [8] Wadoo S A. Feedback Control and Nonlinear Controllability of Nonholonomic Systems [D]. Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003
- [9] 《汽车工程手册》编辑委员会. 汽车工程手册(基础篇)[M]. 北京：人民交通出版社，2000
- [10] Isidori, Nonlinear control systems, 3rd ed [M]. London: Springer-Verlag, 1995
- [11] Kiencke U, Daib A. Observation of lateral vehicle dynamics [J]. Control Eng Process, 1997, 5(8): 1145 ~ 1150
- [12] Goodwin G C, Graebe S F, Salgado M E. Control Systems Design, 1st ed [M]. Prentice Hall, 2002
- [13] 孙振平. 自主驾驶汽车智能控制系统[D]. 长沙：国防科学技术大学，2004

Design of Trajectory Tracking Controller Based on Vehicle Dynamics

Chen Yang, Liu Daxue, He Han'gen, Dai Bin

(College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology,
Changsha 410073, China)

[Abstract] Trajectory tracking is one of the core problem in navigation with mobile robots. In this article, feedback linearization method is used in the design of trajectory tracking controller for nonholonomic vehicle. Robustness of the tracking algorithm is studied via simulation. Engineering problems, such as design of parameter observer, are introduced at last.

[Key words] trajectory tracking; feedback linearization; navigation