

软夹芯夹层梁最大弯曲正应力的计算

郝景新^{1,2}, 刘文金^{1,2}, 吴新风¹

(1. 中南林业科技大学, 长沙 410004; 2. 湖南省家具装饰工业设计中心, 长沙 410004)

[摘要] 最大弯曲正应力是衡量夹层梁弯曲性能的重要参数之一, 本文推导出了将软夹芯夹层梁等效成等截面均质单层梁计算最大弯曲正应力的方法, 并在此基础上进行三点弯曲试验的算例研究。结果表明: 修正单层梁理论与层合梁理论计算的结果是一致的。当破坏载荷与夹层梁横截面的尺寸一定时, 随着芯层与总厚度比的增加, 修正单层梁理论计算的最大正应力值逐渐增加, 而单层梁理论计算的结果为一恒定值。最大弯曲正应力修正公式的建立为夹层梁的工程应用提供理论基础。

[关键词] 夹层梁; 弯曲正应力; 单层梁理论; 弯曲特性

[中图分类号] TS62 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2014)04-0092-04

1 前言

如今, 各种材料组合的复合层压板广泛应用于航天、军事及民用领域, 其优异的力学性能得到了众多行业的认可。蜂窝夹层板是由上下各一层厚度较薄、刚度较大的材料与刚度较小的蜂窝芯层胶合而成的三层结构的复合层压板, 蜂窝芯可以是纸蜂窝、铝蜂窝等金属蜂窝, 其中, 基于纸蜂窝芯的木质夹层板由于其优异的比强度、比刚度性能广泛应用于包装行业、家具制造等民用领域^[1-4]。

当夹心结构梁(板)承受弯曲载荷时, 上面板承受压应力, 下面板承受拉应力, 芯子主要承受剪切力, 这种结构与工字梁相似, 面板相当于工字梁的翼缘, 芯板相当于工字梁的腹板, 随面板之间夹层厚度的增加, 整个剖面的惯性矩呈幂级数增大^[5,6]。最大弯曲正应力是衡量夹层梁(板)弯曲性能的重要参数之一, 许多学者经常用传统单层梁理论计算最大弯曲正应力^[4,7,8]。由于夹层梁是由不同材料组成, 每一层材料的弹性模量有时差异较大, 用单层

梁理论计算的最大正应力值往往误差很大。因此笔者推导了夹层梁等效弹性模量的表达式, 并在此基础上修正了传统单层梁理论计算最大弯曲正应力的公式, 最后将不同的计算方法进行对比分析。

2 理论推导

2.1 单层梁横截面最大弯曲正应力

$$\sigma_b = \frac{3P_{\max}L}{2bh^2} \quad (1)$$

式(1)中, σ_b 为横截面最大弯曲正应力; P_{\max} 为破坏载荷; L 为两支座间的距离; b 为夹层梁的宽度; h 为夹层梁的厚度。

2.2 夹层梁的等效弹性模量

为了计算夹层梁横截面最大弯曲正应力, 首先将夹层梁等效成同截面尺寸的均质单层梁, 推导出夹层梁的等效抗弯刚度和等效弹性模量, 然后根据材料力学的理论计算而得。图1为受力分析示意图。

[收稿日期] 2013-12-19

[基金项目] 湖南省教育厅优秀青年(13B151); 省研究生创新基金(CX2012B315)

[作者简介] 郝景新, 1982年出生, 山东济宁市人, 工程师, 研究方向为家具设计与工程; E-mail: haojingxin1@163.com

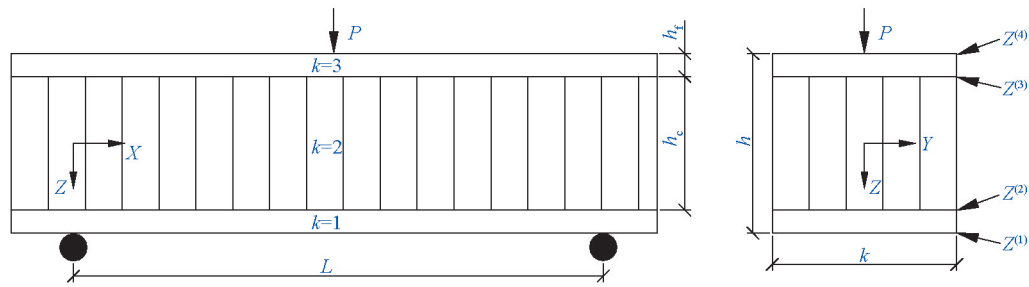


图1 三点弯曲试验的受力分析示意图

Fig.1 Three-point bending test of sandwich beam

如图1所示,根据经典层合梁理论^[5],蜂窝夹层梁的抗弯刚度可表示为:

$$(EI)_{eq} = \frac{1}{3} b \sum_{k=1}^3 E^{(k)} (Z^{(k+1)^3} - Z^{(k)^3}) \quad (2)$$

式(2)中, $(EI)_{eq}$ 为等效抗弯刚度; $E^{(k)}$ 为第 k 层的弹性模量; $Z^{(k+1)}$ 为 $(k+1)$ 层的 Z 轴坐标; $Z^{(k)}$ 为 k 层的 Z 轴坐标。

由于芯层蜂窝弹性模量很小,中间层可忽略不计,并且上下表板对称设置,则式(2)可简化为:

$$\begin{aligned} (EI)_{eq} &= E_f \frac{2b}{3} \left[\left(\frac{h_c}{2} + h_f \right)^3 - \left(\frac{h_c}{2} \right)^3 \right] \\ &= E_f \frac{b}{12} (h^3 - h_c^3) \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中, $E_f = E^{(1)} = E^{(3)}$; E_f 为表板弹性模量; h_f 为表板厚度; h_c 为芯层厚度。

如果将夹层梁等效成相同截面尺寸的均质单层梁,则等效截面惯性矩 I_{eq} 可表示为:

$$I_{eq} = \frac{bh^3}{12} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)中,推出:

$$E_{eq} \times \frac{bh^3}{12} = E_f \times \frac{b}{12} (h^3 - h_c^3) \quad (5)$$

式(5)中, E_{eq} 指夹层梁等效弹性模量。

整理式(5),推出:

$$E_{eq} = E_f k \quad (6)$$

式中, $k = 1 - \left(\frac{h_c}{h} \right)^3$ 。

下面来分析不同的夹心结构对 k 值的影响。由图2可知,随着芯层与总厚度比的增加, k 值逐渐减小。当这种比值等于0.3时, k 等于0.97,这说明当芯层与总厚度的比小于0.3时,可以将表板的弹性

模量近似成夹层梁的等效弹性模量。

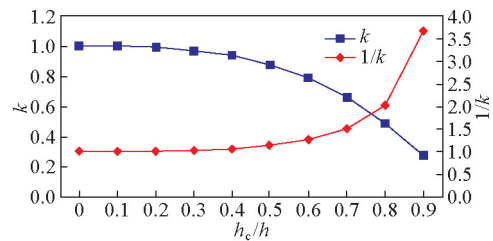


图2 不同的夹层结构对 k 值的影响

Fig.2 The effect of sandwich construction on value of k

2.3 夹层梁横截面最大正应力

根据材料力学中的公式^[9,10],并将夹层梁的抗弯刚度进行置换,可推出:

$$\sigma_f = \frac{MZ}{(EI)_{eq}} E_f, \quad Z \geq +\frac{h_c}{2} \text{ 或 } Z \leq -\frac{h_c}{2} \quad (7)$$

$$\sigma_c = \frac{MZ}{(EI)_{eq}} E_c, \quad Z \leq \pm \frac{h_c}{2} \quad (8)$$

式中, σ_f 指表板正应力; M 指横截面弯矩; Z 为 Z 轴坐标值; σ_c 指芯层蜂窝正应力; E_c 指芯层蜂窝弹性模量。

对于纸蜂窝而言,忽略其面内刚度,即 $E_c \approx 0$, 我们推出 $\sigma_c \approx 0$ 。横截面正应力分布见图3,即芯层中正应力可忽略不计,正应力从芯层与表板的接触面开始向表板方向线性增加,上表板承受压应力,下表板承受拉应力,应力最大值出现在上下表板的外表面上。

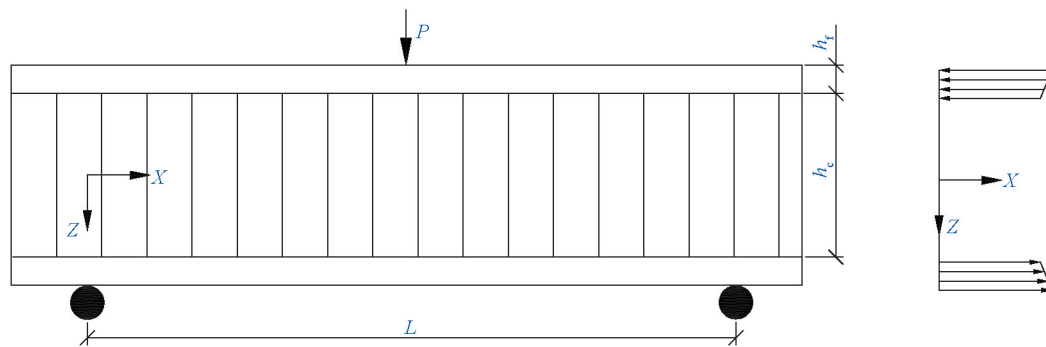


图3 夹层梁横截面正应力分布

Fig.3 The distribution of normal stress along cross-sectional of sandwich beam

将式(6)代入式(7)中,推出:

$$\sigma_r = \frac{MZ}{I_{eq}} \times \frac{1}{k} \quad (9)$$

进行夹层梁三点弯曲试验时,加载点处的弯矩可表示为:

$$M = \frac{PL}{4} \quad (10)$$

式(10)中, P 为横向载荷。

将式(10)与式(4)代入式(9)中,推出:

$$\sigma_r = \frac{3PLZ}{bh^3} \times \frac{1}{k} \quad (11)$$

根据最大弯曲正应力的定义,它是指当 $Z = \pm \frac{h}{2}$, $P = P_{max}$ 时的正应力,则式(11)可变换为:

$$\sigma_b = \frac{1}{k} \times \frac{3P_{max}L}{2bh^2} \quad (12)$$

发现式(12)与式(1)形式基本相同,二者之间仅相差一个系数 $1/k$,而该系数与夹层结构的关系见图2。当芯层厚度与总厚度比小于0.3时,系数 $1/k$ 的值界于1.0~1.03,这说明两种方法计算的最大弯曲正应力可近似一样。但当芯层厚度与总厚度的比大于0.3时,两种方法计算的最大弯曲正应力具有明显的差异。

3 算例

设 $P_{max} = 200 \text{ N}$, $L = 350 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$, $h = 20 \text{ mm}$ 或 40 mm , $E_c \approx 0$ 。

为了验证修正单层梁理论的有效性,本文引用基于层合梁理论计算最大弯曲正应力的公式作为对比^[10]:

$$\sigma_b = \frac{(h_r + \frac{h_c}{2})P_{max}LE_r}{\frac{4}{3}b \sum_{k=1}^n E^{(k)}(Z^{(k+1)^3} - Z^{(k)^3})} \quad (13)$$

由图4、图5可知,模拟三点弯曲试验时,修正单层梁理论与层合梁理论计算的结果是一致的,这说明修正单层梁理论预测夹层梁最大弯曲正应力是有效的。当破坏载荷与夹层梁横截面的尺寸一定时,基于单层梁理论计算的最大正应力值是固定的,它与芯层厚度之间并没有直接关系。而随着夹层梁芯层与总厚度比的增加,修正单层梁理论计算的最大正应力值逐渐增加。当夹层梁芯层与总厚度比小于0.3时,修正单层梁理论与单层梁理论计算的最大正应力差异值小于3%,也就是说该种结构的夹层梁可直接等效成同截面的均质梁;而当芯层与总厚度比为0.9时,这种差异值增加到3.69倍。

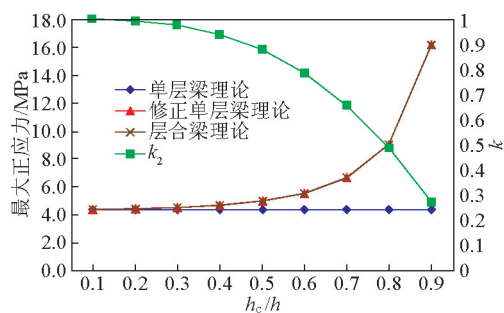


图4 夹层梁横截面最大正应力($h=20 \text{ mm}$)

Fig.4 The maximum normal stress of sandwich beam ($h=20 \text{ mm}$)

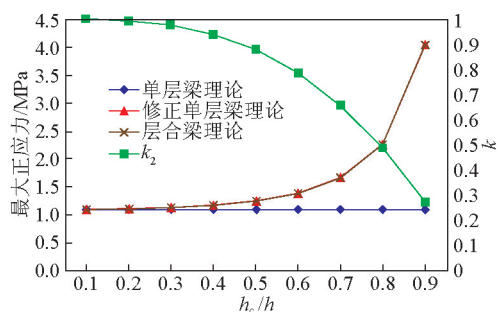


图5 夹层梁横截面最大正应力($h=40\text{ mm}$)

Fig.5 The maximum normal stress of sandwich beam ($h=40\text{ mm}$)

4 结语

本文建立了将软夹芯夹层梁等效成等截面均质单层梁计算最大弯曲正应力的方法,并在此基础上进行算例研究,结果表明:模拟三点弯曲试验时,修正单层梁理论与层合梁理论计算的结果是一致的。当破坏载荷与夹层梁横截面的尺寸一定时,随着芯层与总厚度比的增加,修正单层梁理论计算的最大正应力值逐渐增加而单层梁理论计算的结果

为一恒定值。

参考文献

- [1] 郝景新,刘文金,吴新风. 基于纸质蜂窝的家具板件结构与工艺技术[J]. 包装工程, 2012,33(22):29-32.
- [2] 郝景新,刘文金,吴新风. V形槽折叠式空心木质腿的结构与工艺[J]. 林产工业, 2012, 39(6): 38-40.
- [3] 郝景新,刘文金,吴新风. 考虑剪切变形的蜂窝夹层木质复合梁的弯曲特性[J]. 木材加工机械, 2013, 24(4): 29-33.
- [4] 徐朝阳,李大纲. 木质蜂窝夹芯包装材料抗弯性能研究[J]. 包装工程, 2007, 28(8): 16-18.
- [5] Allen H G. Analysis and Design of Structural Sandwich Boards [M]. Oxford: Pergamon Press, 1969.
- [6] Carlsson L A, Kardomateas G A. Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites[M]. New York: Springer Science and Business Media B V, 2011.
- [7] 徐朝阳. 木质复合蜂窝夹芯材料性能研究[D]. 南京: 南京林业大学, 2007.
- [8] 司琳琳,唐忠荣,刘林. 新型轻质家具材料-木质材料强化蜂窝纸芯复合板的研制[J]. 林业机械与木工设备, 2009, 37(1): 12-14.
- [9] Hibbeler R C. 材料力学(原书第六版)[M]. 武建华缩编. 重庆: 重庆大学出版社, 2007.
- [10] 许小君,李大纲,周敏. 新型复合夹芯包装材料的弯曲正应力分析[J]. 包装工程, 2003, 24(5): 128-130.

The calculation of maximum bending normal stress for sandwich beam based on revised single beam theory

Hao Jingxin, Liu Wenjin, Wu Xinfeng

(1. Central South University of Forestry and Technology, Changsha 410004, China;
2. Hunan I.D. Center of Furniture and Furnishing, Changsha 410004, China)

[Abstract] Maximum bending normal stress is one of the important parameters to measure flexural property of sandwich beam. Therefore, new methodology to calculate the stress is proposed based on the equivalent single beam theory, after that the numerical examples are demonstrated according to three point flexure test. The results showed that revised single beam theory (RSBT) are equivalent to multi-layer theory (MLT). When cross section of beam and maximum loading are fixed, the maximum bending normal stress calculated by RSBT is increased accordingly with increasing ratio of core thickness to the whole, but the result is constant for single beam theory (SBT). RSBT is set up to provide a new method for sandwich construction application in engineering industry.

[Key words] sandwich beam; bending normal stress; single beam theory; bending property