

液体静压支承动态性能新表达式 探索与实验验证

孟心斋¹, 杨建玺¹, 孟昭焱²

(1. 河南科技大学机电工程系, 河南 洛阳 471039; 2. 洛阳水星公司, 河南 洛阳 471039)

[摘要] 液体静压支承具有很多优良性能: 高运动精度, 低摩擦功耗, 小轴心偏移, 大承载能力, 强抗振性能与长使用寿命等, 但这些优良的静态性能必须在上佳的动态性能保证下才能充分显示出来, 因此, 液体静压支承静态性能保证机床运动与加工精度, 而动态性能则保证设备的安全与工作条件。文章根据力平衡与流量连续条件建立支承系统传递函数, 导出支承系统动态性能新表达式即稳定性判别、抗瞬态干扰能力、固有频率与在稳态周期干扰力作用下产生的动刚度与最大振幅。通过试验台实验证实, 液体静压支承动态性能新表达式计算结果可靠而且物理概念清晰, 公式简单, 故可用于实际。

[关键词] 动态性能; 传递函数; 动刚度; 谐振; 频率; 液体静压支承

[中图分类号] TH133.36 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2003)03-0062-05

1 前言

液体静压支承动态性能是指支承系统在所加动态干扰力作用下所产生的动力学响应。由于液体静压支承是一个具有良好粘性阻尼、质量与刚性的液体与机械系统, 因此, 分析与研究这种系统动态性能应以传递函数分析法最为简便^[1]。液体静压支承动态干扰力实际上只有两种: 一种是脉冲与阶跃瞬态干扰力, 另一种是稳态循环周期干扰力。因此, 它们的动力学响应就是具有粘性阻尼的自由振动与循环受迫振动的响应^[2]。

分析与研究液体静压支承系统动态性能, 应以支承系统在外加动态干扰力作用下能否正常工作作为唯一标准。因此, 首先应确定它是否为一个稳定系统; 二是系统在外加瞬态干扰力作用下所引起的振动衰减趋于稳定状态所需的时间; 三是系统在稳态周期干扰力作用下的系统动刚度, 以及自身的谐振频率, 这种频率一般称之为固有频率或共振频率。

瞬态干扰力在机床精密加工中很少出现, 但它的响应时间却能反映支承系统的抗瞬态干扰能力。

衰减很慢的稳定系统并不能保证设备能够很好地正常工作, 因此, 支承系统对瞬态干扰力引起的衰减时间就成为检查系统抗瞬态干扰能力的一种手段。

稳态周期干扰力在任何机床设备上均存在。例如, 主轴驱动皮带的抖动频率, 滚动轴承滚体波动频率, 齿轮传动的轮齿啮合频率, 油泵供油的脉动频率以及主轴自身的固有频率^[3]。尽管这些周期干扰力在正常工作条件下不会引起大的振动, 但支承系统固有频率与这些干扰频率接近时会引起强烈的共振, 导致机床设备不能正常工作, 甚至损坏某些构件^[2]。因此, 在设计液体静压支承时, 不能不给予特别重视。

新型可变节流器具有优良的节流性能, 采用最佳节流参数可保持支承间隙不随外加载荷的增加而减小, 也就是能够保持间隙近于不变。但是, 新型可变节流器具有弹性环节, 因而不论采用传统的还是新型的可变节流液体静压支承系统, 均存在系统固有频率。只要系统固有频率与机床原已存在的稳定周期干扰频率相差 20% 以上, 就不会引起共振。固定节流液体静压支承由于节流器中不存在弹

性环节, 故属于恒稳系统, 也没有系统固有频率存在。但是固定节流液体静压支承的支承间隙随外加载荷的增加而剧烈减小, 所以其静态性能不佳。

新型可变节流液体静压支承由于节流器中具有弹性环节, 与固定节流液体静压支承有明显的差异, 因此, 笔者在所建立的数学模型——传递函数中特别包含有公式(2)。国内外资料讨论的液体静压支承动态性能均未涉及节流器弹性环节对系统动态性能的严重影响^[4,5], 因此, 其结论也会与笔者在文中讨论的结果有较大差别。采用可变节流液体静压支承系统而忽略弹性环节对系统动态性能的影响, 将在应用时产生严重后果, 这一点不能不予以特别注意。液体静压支承系统静态性能保证加工精度, 而系统动态性能保证稳定条件, 二者不能偏废, 否则很难获得良好的工作效果。

2 液体静压支承系统数学模型

1) 根据静压支承系统的工作原理^[6], 由油垫力平衡条件

$$m_1 \ddot{y} + c_1 \dot{y} = f(t) - A_e p_r, \quad (1)$$

式中 m_1 为上支承质量, y 为 m 的位移, c_1 为阻尼系数, $f(t)$ 为动载荷, A_e 为油腔有效面积, p_r 为油腔内油的压强。

2) 根据阀芯力平衡条件

$$m_2 \ddot{x} + c_2 \dot{x} + k_2 x = A_c k_2, \quad (2)$$

式中 m_2 为阀芯质量, x 为阀芯位移, c_2 为阀芯运动时的粘性阻尼系数, k_2 为弹簧系数, A_c 为阀芯横截面积。

3) 根据支承油囊流量连续条件

$$q = Q - A_e \dot{y} + A_c \dot{x} + \beta_v \dot{p}_r, \quad (3)$$

式中 q 为节流器供油流量, Q 为油腔排油流量, β_v 为压力变化系数。

而 $q = k_x x + k'_p p_r$,

$$Q = k_y y + k''_p p_r,$$

这里 $k_x = \frac{\partial q}{\partial x} \Big|_{p_r = p_{r0}, x=0}$, $k_y = \frac{\partial Q}{\partial y} \Big|_{p_r = p_{r0}, y=0}$,

$$k'_p = \frac{\partial q}{\partial p_r} \Big|_{p_r = p_{r0}, x=0}, \quad k''_p = \frac{\partial Q}{\partial p_r} \Big|_{p_r = p_{r0}, y=0},$$

$$k_p = k'_p + k''_p.$$

将 k_x , k_y , k'_p 与 k''_p 及其正负号均代入式(3), 并对式(1)至式(3)进行拉氏变换得

$$m_1 s^2 Y(s) + c_1 Y(s) = F(s) - A_e p_r(s), \quad (4)$$

$$m_2 s^2 X(s) + c_2 s X(s) + k_2 X(s) = A_c p_r(s), \quad (5)$$

$$(k_x - A_c s) X(s) + (k_y + A_c s) Y(s) = (k_p + \beta_v s) p_r(s). \quad (6)$$

将式(4)至式(6)合并, 经过适当运算可得支承系统的闭环传递函数

$$G(s) = \frac{D_6 s^3 + D_7 s^2 + D_8 s + D_9}{D_0 s^5 + D_1 s^4 + D_2 s^3 + D_3 s^2 + D_4 s + D_5}, \quad (7)$$

这里

$$D_0 = \beta_v m_1 m_2,$$

$$D_1 = k_p m_1 m_2 + \beta_v (m_1 c_2 + m_2 c_1),$$

$$D_2 = \beta_v (m_1 k_2 + c_1 c_2) + k_p (m_1 k_2 + m_2 c_1) + A_c^2 m_2 + A_c^2 m_1,$$

$$D_3 = \beta_v c_1 k_2 + k_p (m_1 k_2 + c_1 c_2) + A_c^2 c_2 + A_c^2 c_1 + k_y A_e m_2 - k_x A_c m_1,$$

$$D_4 = k_p c_1 k_2 + k_y A_e c_2 + A_c^2 k_2 - k_x A_c c_1,$$

$$D_5 = k_y A_e k_2,$$

$$D_6 = \beta_v m_2,$$

$$D_7 = k_p m_2 + \beta_v c_2,$$

$$D_8 = k_p c_2 + A_c^2 + \beta_v k_2,$$

$$D_9 = k_p k_2 - k_x A_c c_0.$$

3 液体静压支承系统动态性能新表达式

3.1 系统稳定性判别式——霍维茨判据

$$\begin{vmatrix} D_4 & D_2 & D_0 & 0 \\ D_5 & D_3 & D_1 & 0 \\ 0 & D_4 & D_2 & D_0 \\ 0 & D_5 & D_3 & D_2 \end{vmatrix} > 0 \quad (8)$$

3.2 系统抗瞬态干扰能力

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}, \quad Y(s) = G(s) \cdot F(s).$$

令 $F(s)$ 为单位脉冲力 $\delta(t)$, 则拉氏变换后有 $L[F(t)] = L[\delta(t)] = 1$, 由此

$$y(t) = L^{-1}[G(s) \cdot F(s)] = L^{-1}[G(s)],$$

已知 $G(s)$ 为有理函数, 故可用分式表达。当 $G(s)$ 分母特征方程有 5 个独立根时,

$$G(s) = \sum_{i=1}^5 \frac{A_i}{s + B_i}, \quad (9)$$

故脉冲响应函数为

$$f(t) = \sum_{i=1}^5 A_i e^{-B_i t} \quad (10)$$

当特征方程有三个独立根与一对共轭根时,

$$G(s) = \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{s + B_i} + \frac{s + a_1}{(s + a)^2 + b^2},$$

故响应函数为^[7]

$$f(t) = \sum_{i=1}^3 A_i e^{-B_i t} + \frac{1}{b} [(a_1 + a)^2 + b^2]^{\frac{1}{2}} e^{-at} \sin(bt + \Psi), \quad (11)$$

$$\text{这里 } \Psi = \tan^{-1} \frac{b}{a_1 + a}. \quad (12)$$

3.3 支承系统动刚度

已知

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}, \quad \text{所以 } J(s) = \frac{F(s)}{Y(s)},$$

由此, 系统动刚度表达式为

$$J(s) = \frac{F(s)}{Y(s)} = \frac{D_0 s^5 + D_1 s^4 + D_2 s^3 + D_3 s^2 + D_4 s + D_5}{D_6 s^3 + D_7 s^2 + D_8 s + D_9}. \quad (13)$$

假定液体静压支承系统中不存在保有少量空气的“死腔”, 而油液中又未溶有大量空气, 则 $\beta_v = 0$ 。一般节流器阀芯或薄板很小, 故其质量 $m_2 \approx 0$, 由此令 $D_0 = D_1 = D_6 = D_7 = 0$, 这样, 式 (13) 可简化为三次方程

$$J(s) = \frac{F(s)}{Y(s)} = \frac{D_3 s^3 + D_4 s + D_5}{D_8 s + D_9}, \quad (14)$$

令 $s = j\omega$ 并代入式 (14), 可得支承系统动刚度计算式

$$J(\omega) = \sqrt{A_2 + B^2 \omega^2}, \quad (15)$$

$$A = \frac{D_5 D_9 + (D_4 D_8 - D_3 D_9) \omega^2 - D_2 D_8 \omega^4}{D_8^2 \omega^2 + D_9^2} \quad (16)$$

$$B = \frac{(D_5 D_8 - D_4 D_9) - (D_3 D_8 - D_2 D_4) \omega^2}{D_8^2 \omega^2 + D_9^2}. \quad (17)$$

令 $\omega = 0$ 时, 可得支承系统静刚度

$$J(\omega = 0) = \frac{D_5}{D_9}. \quad (18)$$

3.4 液体静压支承系统固有频率

根据液体静压支承静态性能表达式^[8], 当采

用新型节流器节流时, 令 $\frac{W_x}{T} = 0$, 则 $J(B) \rightarrow \infty$, 据此可得 $D_9 = 0$ 。

根据式 (15) 至式 (17) 可得

$$J(\omega) = \sqrt{\left(\frac{D_4}{D_8} - \frac{D_2}{D_8}\right)^2 + \left(\frac{D_5}{D_8 \omega^2} - \frac{D_3}{D_8}\right)^2} \omega^2. \quad (19)$$

令 $\frac{\partial J(\omega)}{\partial \omega} = 0$, 得

$$\omega^6 + \left(\frac{D_3^2 - 2D_4 D_2}{D_2^2}\right) \omega^4 - \frac{D_5^2}{2D_2^2} = 0. \quad (20)$$

$$\text{令 } \Omega = \omega^2, \quad a = \frac{D_3^2 - 2D_4 D_2}{D_2^2}, \quad c = -\frac{D_5^2}{2D_2^2},$$

$$\text{则 } \Omega^3 + a\Omega^2 + c = 0. \quad (21)$$

令 $\Omega = y - \frac{1}{3}a$, 代入式 (21), 得典型三次方程

$$y^3 + p_y + q = 0, \quad (22)$$

这里 $p = -\frac{1}{3}a^3$, $q = \frac{2}{27}a^3 + c$ 。

若 $\Delta = \left(\frac{1}{3}p\right)^3 + \left(\frac{1}{2}q\right)^2 = \frac{1}{27}a^3 c + \frac{1}{4}c^2 > 0$, 则式 (22) 中有一个实根, 这个实根即系统固有频率 ω^* 。

$$\text{已知 } \Omega = \omega^2 = y - \frac{1}{2}a, \quad y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}},$$

$$\omega^* = \sqrt{\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} - \frac{a}{3}}. \quad (23)$$

新型节流器中有弹性环节, 故支承系统必然存在固有频率。应当指出: 在设计液体静压支承时, 应当保证系统固有频率与机床设备上原已存在的各种周期干扰频率相差 20% 以上, 方能保证不会引起共振。

对于传统固定节流器, 如小孔与毛细管节流, 由于节流器中不包含弹性环节, 故支承系统没有固有频率。因此, 固定节流支承系统动态性能良好, 但静态性能不佳, 而静态性能却是保证加工精度的条件, 因而应用时应当考虑这些特点。

4 液体静压支承系统动态性能实验验证

4.1 试验台结构与工作原理

试验台采用新型变径毛细管节流单油囊支承, 其工作原理可参阅文献 [6]。应当说明的是, 为了

实验更具有普遍性，参数未按 $D_9 = 0$ 选择，故其固有频率不能用式 (23) 计算。

4.2 试验台支承参数

$W_0 = 705 \text{ N}$, $k_2 = 15.7 \text{ N/mm}$, $A_c = 12 \text{ 780 mm}^2$, $A_c = 154 \text{ mm}^2$, $k_{BL} = 30.8$, $h_0 = 35 \times 10^{-3} \text{ mm}$, $h_c = 0.012 \text{ 5 mm}$, $\gamma_e = 2.727 \text{ 0}$, $L_e = 60 \text{ mm}$, $k_p = 2 \text{ 958 mm}^5/\text{N} \cdot \text{s}$, $k_x = 2 \text{ 598 mm}^2/\text{s}$, $k_y = 12 \text{ 226 mm}^2/\text{s}$, $c_1 = 226.26 \text{ N} \cdot \text{s/mm}$, $c_2 = 0.044 \text{ N} \cdot \text{s/mm}$, $m_1 = 0.07 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{mm}$, $m_2 = 1.22 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{mm}$, $\mu_{50^\circ\text{C}} = 8.5 \times 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{s/mm}^2$, $p_s = 0.44 \text{ MPa}$, $p_{r0} = 0.055 \text{ MPa}$ 。

4.3 支承系统动态系数

$D_2 = 1.79 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^2$, $D_3 = 1 \text{ 260.12} \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{mm}^3$, $D_4 = 26 \text{ 345.61} \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}^3$, $D_5 = 24 \text{ 059.10} \times 10^4 \text{ mm}^3/\text{s}$, $D_8 = 2.38 \times 10^4 \text{ mm}^4$, $D_9 = 0.065 \times 10^4 \text{ mm}^4/\text{s}$ 。

4.4 系统稳定性判别

a. $D_4 = 26 \text{ 345.61} \times 10^4 > 0$,

b.
$$\begin{vmatrix} D_4 & D_2 \\ D_5 & D_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26345.61 & 1.79 \\ 24059.10 & 1260.12 \end{vmatrix} \times 10^4 > 0,$$

c.
$$\begin{vmatrix} D_4 & D_2 & D_0 \\ D_5 & D_3 & D_1 \\ 0 & D_4 & D_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26345.61 & 1.79 & 0 \\ 24059.10 & 1260.12 & 0 \\ 0 & 26345.61 & 1.79 \end{vmatrix} \times 10^4 > 0.$$

由此可知，试验支承系统是稳定系统。

4.5 系统抗瞬态干扰能力

根据

$$G(s) = \frac{2.38s + 0.065}{1.79s^3 + 1260.12s^2 + 26345.61s + 24059.10} = 1.33 \left\{ \frac{s + 0.0115}{s^3 + 703.97s^2 + 14718.22s + 13723.52} \right\},$$

解分母特征方程得三个负实根：0.92，682.44 与 20.59，由此令

$$G(s) = 1.33 \left\{ \frac{A}{s + 0.92} + \frac{B}{s + 6.82.44} + \frac{C}{\delta + 20.59} \right\},$$

解得

$$A = 3.11 \times 10^{-3}, B = -1.52 \times 10^{-3},$$

$$C = -1.59 \times 10^{-3},$$

所以

$$G(s) = 4.14 \times 10^{-3} \left\{ \frac{1}{s + 0.92} - \frac{0.49}{s + 682.44} - \frac{0.51}{s + 20.59} \right\}.$$

对上式进行拉氏逆变换，得单位脉冲激励响应函数

$$f(t) = 4.14 \times 10^{-3} \{ e^{-0.92t} - 0.49 - e^{-682.44t} - 0.51e^{-20.59t} \}.$$

将 t 代入上式得

t/s	0	0.1	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0
$f(t)/\times 10^{-3} \text{ mm/N}$	0	3.96	2.62	1.65	0.66	0.26	0.10

4.6 试验台液体静压支承系统动刚度

根据式 (14) 得

$$J(\omega) = \left[\left(\frac{279.94 + 11063.87\omega^2 - 0.85\omega^4}{\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{100029.29 - 529.84\omega^2}{\omega^2} \right)^2 \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

将不同 ω 值代入上式得

ω/Hz	0	1	4	4.5	5	100	1000
$J(\omega)/\times 10^4 \text{ N/mm}$	∞	1.499	1.107	1.106	1.107	5.295	99.39

由于支承参数未按静刚度 $J_B \rightarrow \infty$ 条件选择，故 $D_9 \neq 0$ ，因而不能按式 (23) 求固有频率，但从上表可看出，动刚度最小时的频率即为系统固有频率，由此

$$\omega^* = 4.5 \text{ Hz}, A_{\text{max}}^* = \frac{1}{1.106 \times 10^4} =$$

$$0.09 \times 10^{-3} \text{ mm/N} \approx 0.1 \mu\text{m/N}.$$

根据文献[6]得知抗瞬态干扰能力实测结果与计算非常近似。由于固有频率太低，小于 5 Hz, $A_{\text{max}}^* \approx 0.1 \mu\text{m/N}$ 太小，受条件限制，未能在 0~1 000 Hz 扫频中测出数值来。

5 结论

1) 液体静压支承系统中若不存有“死腔”，而油液中又未溶解大量空气，则支承系统一般是稳定系统。

2) 可变节流支承系统由于节流器中含有弹性环节，因此有固有频率存在。频率高低与弹性环节刚性有关。因此，支承系统固有频率必须与机床上原已存在的周期干扰频率相差距 20 % 以上，方能

保证不会引起共振。

3) 传统固定节流液体静压支承系统由于节流器中不含弹性环节, 故不存在系统固有频率, 而动态性能良好。但由于静态性能不佳^[8], 应用效果很不理想。

4) 液体静压支承系统抗瞬态干扰能力良好, 一般衰减至原有状态时不超过 1.0 s。

5) 液体静压支承动态性能新表达式物理概念清晰, 公式简单, 计算结果可靠。

6) 液体静压支承系统动态性能保证设备工作条件, 而静态性能保证加工精度, 静态性能不佳很难获得令人满意的结果。

7) 实验证实, 计算与实测结果很近似, 故动态性能表达式可用于实际。

参考文献

- [1] 张上才. 控制工程基础 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1990
- [2] 清华大学. 机械振动(上册) [M]. 北京: 机械工业出版社, 1980
- [3] 铁木辛柯. 工程中的振动问题 [M]. 北京: 人民铁道出版社, 1978
- [4] Yoshikawa H, Ota T, Higashino K, et al. Numerical analysis on dynamic characteristics of cryogenic hydrostatic journal bearing [J]. Journal of Tribology, 1999, 121 (4): 879~885
- [5] Jain S C, Bharna D K, Sharma S C. Influences of recess shape on the performance of a capillary compensated circular thrust pad hydrostatic bearing [J]. Tribology International, 2002, 35 (6): 347~356
- [6] 孟心斋, 王友兰, 杨建玺. 新型变径毛油管节流形式液静压开式导轨静态性能分析与试验 [A]. 第四届中国机床设计与研究大会论文集 [C]. 1987
- [7] 谷口修. 机械振动工程手册 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1983
- [8] 孟心斋, 杨建玺, 孟昭焱. 液体静压支承静态性能新表达式探索 [J]. 中国工程科学, 2002, 4 (5): 63~66

New Formulas of Dynamic Characteristic of Hydrostatic Bearing and Its Testified Experiment

Meng Xinzhai¹, Yang Jianxi¹, Meng Zhaoyan²

(1. Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471039, China;

2. Luoyang Shuixing Co., Luoyang, Henan 471039, China)

[Abstract] Hydrostatic bearing has many advantages, such as high accuracy of movement, low power consumption of friction, small deflection of bearing center, high capacity of load-carrying, powerful absorption of vibration and long life of operation, etc. But good static performance can fully be displayed only under good dynamic performance of hydrostatic bearing. The moving and rotating accuracy are determined by its static performance and working conditions are decided by its dogmatic performance. According to mechanic balance and flow continuity, the transfer function of hydrostatic bearing system is established in this paper. On the basis of this transfer function, the new formulas of dynamic performances, namely the formulas of system stability, dynamic stiffness, nature frequency, maximum amplitude are derived. The bearing clearance of hydrostatic bearing with new variable restrictor can be controlled in constant or near constant. But the clearance of hydrostatic bearing with constant restrictor may be changed into little clearance at the loading on it. Therefore, there are many differences between their dynamic characteristics.

[Key words] dynamic properties; transfer functions; dynamic stiffness; resonance; frequency; hydrostatic bearing