学术论文

基于区间数的多指标灰靶决策模型的研究

党耀国，刘思峰，刘　斌
（南京航空航天大学经济与管理学院，南京　210016）

［摘要］　现实生活中遇到的许多问题都具有不确定性，使得在对系统进行决策评估时，指标值难以精确化。在此情形下，人们常常对指标值给出一个区间，到目前为止，尚未有人研究区间数灰靶决策。首先定义了区间数、m 维区间数的距离及其距离性质，并证明了当区间数为实数时，区间数距离就是实数距离的推广；提出了区间数规范化方法，在此基础上，建立了基于区间数的灰靶决策模型，从而把灰靶决策模型由实数序列拓展到区间数序列，使灰靶决策理论得到发展，同时为扩大灰靶决策的应用领域提供了理论根据。最后以实例验证了该模型的有效性与实用性。

［关键词］　区间数；灰靶决策；模型；应用
［中图分类号］ N94　［文献标识码］ A　［文章编号］ 1009-1742（2005）08-0031-05

1　引言

在社会经济系统中，由于客观事物的复杂性以及人们的知识和认识能力的限制，得到的表征事物行为特征的数据往往是区间数，这些事物之间的界限又是不清晰的，因此利用原有的决策方法来对事物进行决策显然是不合适的。在解决实际问题时，常常会遇到决策信息具有不确定性或模糊性，使得在对系统进行决策评估时，指标值难以精确化，评估者常常对指标值给出的是区间数。对区间数的决策研究近几年相继有一些报道[1~4]，对于灰靶决策问题研究还都是对于决策矩阵为实数的情况进行研究[5~8]，但对于决策矩阵为区间数的灰靶决策问题研究还没有见到，因此，笔者研究了区间数的距离及其性质，建立了区间数多指标灰靶决策模型，并通过实例验证了模型的实用性与有效性。

2　区间数的距离及其性质

记 $\tilde{a}=[a^{L},a^{U}]=\{x \mid a^{L}\leqslant x\leqslant a^{U}\}$ 称 $\tilde{a}$ 为一个区间数。特别是，若 $a^{L}=a^{U}$，则 $\tilde{a}$ 退化为一个实数。

定义 1　设 $A=[a_1,a_2]$，$a_1\leqslant a_2$，$B=[b_1,b_2]$，$b_1\leqslant b_2$ 是 2 个区间数，称

$$L_p(A,B)=2^{-1/p}[(a_1-b_1)^p+(a_2-b_2)^p]^{1/p} \tag{1}$$

为区间数 A 与 B 的距离。

当 $p=1$ 时，记 $L_1(A,B)=[\,|a_1-b_1|+|a_2-b_2|\,]/2$，称 $L_1(A,B)$ 为区间数 A 与 B 的海明距离。

当 $p=2$ 时，记 $L_2(A,B)=2^{-1/2}[(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2]^{1/2}$，称 $L_2(A,B)$ 为区间数 A 与 B 的欧氏距离。

当 B 点为原点 O 时，$L(A,O)=2^{-1/p}[(a_1)^p+(a_2)^p]^{1/p}$，称 $L(A,O)$ 为区间数 A 到原点 O 的距离。

当 A，B 都为实数时，即 $a_1=a_2$，$b_1=b_2$，则 $L_2(A,B)=d(A,B)$，$d(A,B)$ 表示实数 A 到 B 之间的距离。故区间数距离是实数距离的推广。

定理 1　设 A，B，C 为区间数集中的任意点，

［收稿日期］　2004-07-01；修回日期　2004-09-02
［基金项目］　国家自然科学基金资助项目（70473037）；国家教委博士点基金资助项目（20020287001）；江苏省自然科学基金重点资料项目（BK2003211）
［作者简介］　党耀国（1964-），男，河南驻马店市人，南京航空航天大学教授，博士研究生

k 为任意实数，则 L_p（A，B）满足以下性质：

1) $L_p(A, B) \geqslant 0 \Leftrightarrow A = B$ 时等式成立；

2) $L_p(A, B) = L_p(B, A)$；

3) $L_p(A, B) \leqslant L_p(A, C) + L_p(B, C)$；

4) $L_p(kA, kB) = kL_p(A, B)$。

证明 1，2是显然的。

证明3 设 $A = [a_1, a_2], a_1 \leqslant a_2, B = [b_1, b_2], b_1 \leqslant b_2, C = [c_1, c_2], c_1 \leqslant c_2$。由平面上任意三点之间距离的性质（任意两边之和大于第三边），可知下面的不等式成立，

$$[(a_1 - b_1)^p + (a_2 - b_2)^p]^{1/p} \leqslant [(a_1 - c_1)^p + (a_2 - c_2)^p]^{1/p} + [(b_1 - c_1)^p + (b_2 - c_2)^p]^{1/p}$$

对于区间数 A，B，C 它们之间的距离为

$$L_p(A, B) = 2^{-1/p}[(a_1 - b_1)^p + (a_2 - b_2)^p]^{1/p},$$

$$L_p(A, C) + L_p(B, C) = 2^{-1/p}[(a_1 - c_1)^p + (a_2 - c_2)^p]^{1/p} + 2^{-1/p}[(b_1 - c_1)^p + (b_2 - c_2)^p]^{1/p},$$

因而不等式

$$2^{-1/p}[(a_1 - b_1)^p + (a_2 - b_2)^p]^{1/p} \leqslant 2^{-1/p}[(a_1 - c_1)^p + (a_2 - c_2)^p]^{1/p} + 2^{-p/2}[(b_1 - c_1)^p + (b_2 - c_2)^p]^{1/p}$$

成立，故 $L_p(A, B) \leqslant L_p(A, C) + L_p(B, C)$。

证明4 $L_p(kA, kB) = 2^{-1/p}[(ka_1 - kb_1)^p + (ka_2 - kb_2)^p]^{1/p} = 2^{-1/p}[k^p(a_1 - b_1)^p + k^p(a_2 - b_2)^p]^{1/p} = k2^{-1/p}[(a_1 - b_1)^p + (a_2 - b_2)^p]^{1/p} = kL_p(A, B)$

故 $L_p(kA, kB) = kL_p(A, B)$。

定义2 对于 m 维区间数 $A = [(a_{11}, a_{12}), (a_{21}, a_{22}), \cdots, (a_{m1}, a_{m2})]$ 和 $B = [(b_{11}, b_{12}), (b_{21}, b_{22}), \cdots, (b_{m1}, b_{m2})]$。其中 $a_{i1} \leqslant a_{i2}$，$b_{i1} \leqslant b_{i2}$，$(i = 1, 2, \cdots, m)$ 称

$$L_p(A, B) = 2^{-1/p}[(a_{11} - b_{11})^p + (a_{12} - b_{12})^p + (a_{21} - b_{21})^p + (a_{22} - b_{22})^p + \cdots + (a_{m1} - b_{m1})^p + (a_{m2} - b_{m2})^p]^{1/p}$$

为 m 维区间数 A 到 B 之间的距离。

当 $p = 1$ 时，记

$$L_1(A, B) = [|a_{11} - b_{11}| + |a_{12} - b_{12}| + |a_{21} - b_{21}| + |a_{22} - b_{22}| + \cdots + |a_{m1} - b_{m1}| + |a_{m2} - b_{m2}|]/2,$$

称 $L_1(A, B)$ 为海明距离。

当 $p = 2$ 时，记

$$L_2(A, B) = 2^{-1/2}[(a_{11} - b_{11})^2 + (a_{12} - b_{12})^2 + (a_{21} - b_{21})^2 + (a_{22} - b_{22})^2 + \cdots + (a_{m1} - b_{m1})^2 + (a_{m2} - b_{m2})^2]^{1/2},$$

称 $L_2(A, B)$ 为欧氏距离。

当 A，B 都为实数时，即 $a_{i1} = a_{i2}, b_{i1} = b_{i2}$，$(i = 1, 2, \cdots, m)$，$L_2(A, B) = d(A, B)$，$d(A, B)$ 表示实数 A 到 B 之间的欧氏距离。故 m 维区间数的距离是 m 维实数距离的推广。

定理2 设 A，B，C 为 m 维区间数集中的任意点，k 为任意实数，则 L_p（A，B）满足以下性质：

1) $L_p(A, B) \geqslant 0 \Leftrightarrow A = B$ 时等式成立；

2) $L_p(A, B) = L_p(B, A)$；

3) $L_p(A, B) \leqslant L_p(A, C) + L_p(B, C)$；

4) $L_p(kA, kB) = kL_p(A, B)$。

证明 同定理1。

3 灰靶决策模型的建立

设多指标决策问题有 n 个被评估对象或拟定的决策方案组成决策方案集 $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$；$m$ 个评价指标或属性组成指标集 $A = \{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$；方案 S_i 对指标 A_j 的属性值为 $[x_{ij}^{\mathrm{L}}, x_{ij}^{\mathrm{U}}]$ $(i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, m)$。则方案集 S 对指标集 A 的决策样本矩阵为

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} [x_{11}^{\mathrm{L}}, x_{11}^{\mathrm{U}}] & [x_{12}^{\mathrm{L}}, x_{12}^{\mathrm{U}}] & \cdots & [x_{1m}^{\mathrm{L}}, x_{1m}^{\mathrm{U}}] \\ [x_{21}^{\mathrm{L}}, x_{21}^{\mathrm{U}}] & [x_{22}^{\mathrm{L}}, x_{22}^{\mathrm{U}}] & \cdots & [x_{2m}^{\mathrm{L}}, x_{2m}^{\mathrm{U}}] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [x_{n1}^{\mathrm{L}}, x_{n1}^{\mathrm{U}}] & [x_{n2}^{\mathrm{L}}, x_{n2}^{\mathrm{U}}] & \cdots & [x_{nm}^{\mathrm{L}}, x_{nm}^{\mathrm{U}}] \end{bmatrix} \tag{2}$$

指标属性集 $A = \{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$ 一般情况下可分为2种类型，即“乐观准则”、“悲观准则”。所谓乐观准则指标，就是其值越大越好；悲观准则指标就是其值越小越好。

3.1 决策矩阵规范化处理方法

由于指标集中的指标具有不同的量纲，在决策时，它们难以进行直接比较，因而需要对原始决策矩阵进行规范化处理，由于规范化处理方法较多，如均值化变换、始点零像化变换，初值化变换、百分比变换、归一化变换、极差最大值化变换、区间值化变换等等，但它们都是对决策矩阵为实数时进行处理的方法。因此，定义了关于决策样本矩阵为

区间数的决策矩阵规范化方法，对决策样本矩阵进行规范化处理。

定义 3　设决策样本矩阵如式 (2) 所示。

若指标 A_j 为乐观准则指标，则

$$r_{ij}^{L} = x_{ij}^{L}\Big/\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{U}, r_{ij}^{U} = x_{ij}^{U}\Big/\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^{L} \tag{3}$$

若指标 A_j 为悲观准则指标，则

$$r_{ij}^{L} = \frac{1}{x_{ij}^{U}}\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_{ij}^{L}}, r_{ij}^{U} = \frac{1}{x_{ij}^{L}}\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_{ij}^{U}} \tag{4}$$

通过此规范化方法对决策矩阵 $\boldsymbol{X}$ 进行规范化变换，得规范化决策矩阵 $\boldsymbol{R} = ([r_{ij}^{L}, r_{ij}^{U}])$，即

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} [r_{11}^{L}, r_{11}^{U}] & [r_{12}^{L}, r_{12}^{U}] & \cdots & [r_{1m}^{L}, r_{1m}^{U}] \\ [r_{21}^{L}, x_{21}^{U}] & [r_{22}^{L}, x_{22}^{U}] & \cdots & [r_{2m}^{L}, r_{2m}^{U}] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ [r_{n1}^{L}, r_{n1}^{U}] & [r_{n2}^{L}, r_{n2}^{U}] & \cdots & [r_{nm}^{L}, r_{nm}^{U}] \end{bmatrix} = (\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \cdots, \boldsymbol{r}_n)^{\mathrm{T}}$$

其中 $\boldsymbol{r}_i = ([r_{i1}^{L}, r_{i1}^{U}], [r_{i2}^{L}, r_{i2}^{U}], \cdots, [r_{im}^{L}, r_{im}^{U}])$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 为方案 i 的区间数效果向量。

该变换综合考虑了各个方案值在决策矩阵进行规范化中的作用，由于极差最大值化变换、区间值化变换只考虑了它们自身之间的变换，并且也都是只适合于决策矩阵为实数的情况，为了克服这些问题，把乐观准则与悲观准则融为一体进行规范化处理，这样既提高了规范化决策矩阵的分辨度，又使各方案的属性值得到充分利用。因为在乐观准则中，规范化决策矩阵中各元素的区间数下限取值是决策矩阵中属性值的下限除以它们各方案属性值上限的总和，而规范化决策矩阵中各元素的区间数上限取值是决策矩阵中属性值上限除以它们各方案属性值下限取值的总和，这样在乐观准则中规范化决策矩阵的取值区间就相应地放大，进而提高了规范化决策矩阵的分辨度。这对于悲观准则同样适合。

3.2　多指标灰靶决策模型

由于在区间数规范化决策矩阵中的元素都已经是经过规范化处理的数据，已经消除了乐观准则、悲观准则指标之间的差异，区间数经过规范化处理以后，对于每一个指标都是希望它们越大越好，因此，在构造最优效果时，选取区间数规范化决策矩阵中各指标对应区间数最大的作为该指标的最优效果，区间数的大小可以利用区间数的上下界的平均值作为该区间数的具体数值，因此，对于多指标灰靶决策问题，可构造如下的最优效果向量。

定义 4　设 $\boldsymbol{r}_j^0 = \max\{(r_{ij}^{L} + r_{ij}^{U})/2 \mid 1 \leqslant i \leqslant n\}$ $(j = 1, 2, \cdots, m)$，它所对应的决策值记为 $[r_{i_0 j}^{L}, r_{i_0 j}^{U}]$，称

$$\boldsymbol{r}_0 = \{\boldsymbol{r}_1^0, \boldsymbol{r}_2^0, \cdots, \boldsymbol{r}_m^0\} = \{[\boldsymbol{r}_{i_0 1}^{L}, \boldsymbol{r}_{i_0 1}^{U}], [\boldsymbol{r}_{i_0 2}^{L}, \boldsymbol{r}_{i_0 2}^{U}], \cdots, [\boldsymbol{r}_{i_0 m}^{L}, \boldsymbol{r}_{i_0 m}^{U}]\} \tag{5}$$

为多指标灰靶决策的最优效果向量，也称为靶心。

在构造最优效果向量时，如果某一个指标或多个指标中由 2 个或多个方案的 $(r_{ij}^{L} + r_{ij}^{U})/2$ 相等时，此时最优效果就无法实现，这时把区间数规范化决策矩阵的上界 r_{ij}^{U} 作为最优效果的评价标准，也就是把最大的 r_{ij}^{U} 所对应的效果作为该指标的最优效果，这样就可以避免在多个效果的 $(r_{ij}^{L} + r_{ij}^{U})/2$ 相等时最优效果无法实现的问题。

定义 5　称

$$\boldsymbol{R}^{(m)} = \{([\boldsymbol{r}_{i1}^{L}, \boldsymbol{r}_{i1}^{U}], [\boldsymbol{r}_{i2}^{L}, \boldsymbol{r}_{i2}^{U}], \cdots, [\boldsymbol{r}_{im}^{L}, \boldsymbol{r}_{im}^{U}]) \mid 2^{-1/2}[(\boldsymbol{r}_{i1}^{L} - \boldsymbol{r}_{i_0 1}^{L})^2 + (\boldsymbol{r}_{i1}^{U} - \boldsymbol{r}_{i_0 1}^{U})^2 + \cdots + (\boldsymbol{r}_{im}^{L} - \boldsymbol{r}_{i_0 m}^{L})^2 + (\boldsymbol{r}_{im}^{U} - \boldsymbol{r}_{i_0 m}^{U})^2]^{1/2} = R^2$$

为以 $\boldsymbol{r}_0 = \{\boldsymbol{r}_1^0, \boldsymbol{r}_2^0, \cdots, \boldsymbol{r}_m^0\}$ 为靶心，R 为半径的 m 维球灰靶。

定义 6　设 $\boldsymbol{r}_i = ([\boldsymbol{r}_{i1}^{L}, \boldsymbol{r}_{i1}^{U}], [\boldsymbol{r}_{i2}^{L}, \boldsymbol{r}_{i2}^{U}], \cdots, [\boldsymbol{r}_{im}^{L}, \boldsymbol{r}_{im}^{U}]) \in R^{(m)}$，称

$$\varepsilon_i = \mid \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_0 \mid = 2^{-1/2}[(\boldsymbol{r}_{i1}^{L} - \boldsymbol{r}_{i_0 1}^{L})^2 + (\boldsymbol{r}_{i1}^{U} - \boldsymbol{r}_{i_0 1}^{U})^2 + \cdots + (\boldsymbol{r}_{im}^{L} - \boldsymbol{r}_{i_0 m}^{L})^2 + (\boldsymbol{r}_{im}^{U} - \boldsymbol{r}_{i_0 m}^{U})^2]^{1/2} \tag{6}$$

为效果向量 $\boldsymbol{r}_i$ 的靶心距。靶心距的大小反映了效果向量的优劣。

效果向量 $\boldsymbol{r}_i$ 的靶心距越小，则决策方案 S_i 越优；反之，效果向量 $\boldsymbol{r}_i$ 的靶心距越大，则决策方案 S_i 越差[9~12]。

3.3　区间数多指标灰靶决策算法

综上所述，可得多目标灰靶决策的算法如下：

1) 根据区间数多指标决策问题构造效果样本决策矩阵 $\boldsymbol{X} = ([x_{ij}^{L}, x_{ij}^{U}])_{m \times n}$，利用区间数规范化方法把效果样本决策矩阵 $\boldsymbol{X}$ 化为规范化决策矩阵 $\boldsymbol{R} = ([r_{ij}^{L}, r_{ij}^{U}])_{m \times n}$；

2) 由规范化决策矩阵 $\boldsymbol{R}$，根据式 (5) 求出灰靶靶心 $\boldsymbol{r}_0$；

3) 利用式 (6) 求出效果向量 $\boldsymbol{r}_i$ 的靶心距 ε_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$，$\boldsymbol{r}_i$ 按从小到大的顺序排列，即可得到各方案的最优排序；

4) 结束。

4 应用实例

投资银行欲对某市四家企业 S_1，S_2，S_3，S_4 进行投资，现选取投资净产值率、投资利税率、内部收益率、环境污染程度等4项指标对它们进行评估，以决定是否对其投资。

A_1投资净产值率（净产值与投资额之比）；A_2投资利税率（净利税与投资额之比）；A_3内部收益率；A_4环境污染程度（环保部门历时检测并模糊量化）。

表1 区间数决策矩阵

Table 1 Decision-making matrix of interval number

S_i	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	[1.8, 2.2]	[1.2, 1.8]	[1.8, 2.2]	[5.4, 5.6]
S_2	[2.3, 2.7]	[2.4, 3.0]	[1.6, 2.0]	[6.4, 6.6]
S_3	[1.6, 2.0]	[1.7, 2.3]	[1.9, 2.3]	[4.4, 4.6]
S_4	[2.0, 2.4]	[1.5, 2.1]	[1.8, 2.2]	[4.9, 5.1]

投资银行通过调查与核算这四家企业 S_1，S_2，S_3，S_4 的上述指标，具体数据如表1所示；其中指标 A_1，A_2，A_3 为乐观准则指标，A_4 为悲观准则指标。

由于区间数多指标灰靶决策是寻求决策方案的满意解，而无需求决策方案的最优解，又是适合于决策矩阵为区间数的情况。投资银行对企业进行投资决策时，投资银行对企业的了解及认识往往具有较大的不确定性和模糊性，因而所得指标值为区间数。另一方面，投资银行对企业进行投资时，往往是很难求出最优决策方案，只需求出它的满意方案就可。基于这种状况，在投资银行对企业进行投资决策时，采用区间数多指标灰靶决策模型的方法是合理的、适用的。

下面利用区间数规范化方法把区间数决策矩阵进行规范化处理，得规范化区间数决策矩阵，如表2所示。

根据 $\boldsymbol{r}_j^0 = \max\{(\boldsymbol{r}_{ij}^{\mathrm{L}} + \boldsymbol{r}_{ij}^{\mathrm{U}})/2 | 1 \leqslant i \leqslant 4\}$ $(j = 1, 2, 3, 4)$，从表2可得灰靶靶心

$$\boldsymbol{r}_0 = \{[0.2470, 0.3510], [0.2609, 0.4412], [0.2814, 0.3239], [0.2813, 0.3507]\}。$$

表2 规范化区间数决策矩阵

Table 2 Normalized decision-making matrix of interval number

S_i	A_1	A_2	A_3	A_4
S_1	[0.1940, 0.2857]	[0.1304, 0.2647]	[0.2069, 0.3098]	[0.2311, 0.2491]
S_2	[0.2470, 0.3510]	[0.2609, 0.4412]	[0.1839, 0.2817]	[0.1960, 0.2102]
S_3	[0.1720, 0.2597]	[0.1848, 0.3382]	[0.2814, 0.3239]	[0.2813, 0.3057]
S_4	[0.2151, 0.3120]	[0.1630, 0.3088]	[0.2059, 0.3098]	[0.2537, 0.2747]

由此可计算出各企业规范化区间数决策向量与靶心之间的靶心距分别为

$$\varepsilon_1 = 0.2583,\ \varepsilon_2 = 0.1664,$$

$$\varepsilon_3 = 0.1742,\ \varepsilon_4 = 0.1907。$$

按靶心距的大小可得四家企业的综合排序为：（企业 S_2）＞（企业 S_3）＞（企业 S_4）＞（企业 S_1）。因此可知企业 S_2 具有较大的投资价值，投资银行应把企业 S_2 作为首选投资对象。企业 S_3 次之。

5 结语

笔者研究了决策矩阵为区间数的多目标决策问题，提出了区间数的距离，并证明了当区间数为实数时，区间数距离就是实数距离的推广；提出了区间数规范化的方法；根据灰靶决策理论建立了区间数多指标灰靶决策模型。并把灰靶决策模型由实数序列拓展到区间数序列，使灰靶决策理论得到发展，同时为扩大灰靶决策的应用领域提供了理论根据。最后以实例验证了该模型的有效性与实用性，并且该模型计算易于在计算机上实现。此法为解决具有区间数多指标灰靶决策问题提供了一种科学、实用的决策方法及新的途径。但对于不确定的区间数决策问题，还可以利用模糊区间方法进行处理，但模糊区间方法它需要事先给出各方案的隶属函数，这样就给不确定性决策带来一定的困难。

参考文献

[1] Yoon K. The propagation of errors in multiple decision analysis [J]. Journal of the Operational Research Society, 1989, 40(7): 681～686

[2] Hyoo B H, Dong R V. Data and model management in a generalized MCDM - DSS [J]. Decision Sciences, 1991, 22(1): 1～25

[3] 梁　梁. 基于理想点的区间评价方法[J]. 预测, 1996, 8(5): 60～61

[4] 李伟军, 叶　飞. 灰色关联度的区间评价方法探讨[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(2): 55～57

[5] 党耀国, 刘思峰, 王建平. 基于多指标灰靶决策模型的研究[J]. 统计与决策, 2004, (3): 29～30

[6] 王文平. 灰靶决策的效用理论研究[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(增刊), 89～91

[7] 向跃霖. 治污投资方向选择的灰靶决策法[J]. 化工环保, 1996, 16(2): 102～106

[8] 侯　昶. 对旧有建筑物鉴定的灰靶决策[J]. 工业建筑, 1995, 25(7): 7～10

[9] Liu Sifeng, Lin Yi. An Introduction to Grey Systems: Foundations, Methodology and Applications [M]. Slippry Rock: IIGSS Academic Publisher, 1998. 120～155

[10] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用(第 3 版)[M]. 北京: 科学出版社, 1998

[11] 邓聚龙. 灰预测与灰决策[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002

[12] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002

Study on the Multi-attribute Decision Model of Grey Target Based on Interval Number

Dang Yaoguo, Liu Sifeng, Liu Bin

(*College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing* 210016, *China*)

[**Abstract**] There exists uncertainty in most problems in man's practices and the uncertainty hinders decision-makers from defining accurately indices values when they evaluate the system. For this problem, present decision-makers often define an interval number to denote this index value, but none has studied the interval number decision model in grey target decision. In this paper, the interval number, the distance of m dimension interval number and its characteristics are defined firstly, and the fact that the distance of interval number generalizes the distance of real number is proved, then, the method to normalize the interval number is developed. Based on the above, the multi-attribute decision model of grey target based on interval number is derived, which extends the grey target decision model from real number sequence to interval number sequence and richens the grey theories in grey target decision. Last, the validity and practicability are illustrated with an example.

[**Key words**] interval number; grey target decision; model; application