

# 矿井提升机绳系合理激励加速度反演分析与设计

彭佑多<sup>1,2</sup>, 刘德顺<sup>1</sup>, 朱萍玉<sup>1</sup>, 张永忠<sup>2</sup>, 郭迎福<sup>1</sup>

(1. 湘潭工学院 振动冲击与诊断研究所, 湖南 湘潭 411201;

2. 中国矿业大学机电学院, 江苏 徐州 221008)

**[摘要]** 提升绳系的激励加速度决定着提升容器的乘坐舒适性和提升钢绳中动张力的大小, 过大的动张力将导致滑绳(摩擦提升)或断绳(缠绕式提升)。基于提升钢绳为连续弹性杆的条件, 建立了绳系的偏微分方程, 采用特性线数值分析方法, 以满足提升容器的乘坐舒适性和提升钢丝绳产生较小动张力为目标, 对矿井提升机绳系要求的合理激励加速度曲线进行了反演分析与设计。

**[关键词]** 提升钢丝绳系; 激励加速度; 乘坐舒适性; 动张力; 反演设计

**[中图分类号]** TD534.1 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2002)04-0064-05

## 1 前言

提升绳系的弹性振荡主要发生于提升机的起制动过程中, 它决定着提升容器的乘坐舒适性和提升钢绳中动张力的大小, 而主要取决于提升绳系特性、提升负载变化规律和提升机驱动系统瞬态输出加速度即绳系的激励加速度; 在绳系、负载特性一定的条件下, 又取决于提升机驱动系统的输出加速度。Jan Hankus, Jacek Zarudzki, 潘英, 梁兆正等, 对提升机绳系尤其是安全制动情况下, 绳系的振动和动张力特性进行了研究, 取得许多有意义的结论<sup>[1-4]</sup>。

朱昌明等关于垂直运行交通工具的乘坐舒适性问题的详细研究并在液压电梯设计中得到应用<sup>[5,6]</sup>。影响矿井提升机乘坐舒适性的最大因素是提升容器的运行加速度及其变化率。乘坐不舒适感主要发生在提升机的起制动加速与制动减速阶段, 为保证提升机的运行工作效率并使提升容器乘坐舒适, 必须规定提升容器的运行加速度曲线。以往应用较多的是速度关于时间的二次函数曲线, 这类函数计算比较简单, 可以基本满足舒适性要求, 运动

效率较高。在舒适性要求更高的垂直运行交通工具中, 如在电梯设计中, 往往规定其加(减)速度对时间的变化率即加加速度必须连续、不能有突变。目前电梯设计中应用较多的是加、减速度为正弦的函数, 它能满足舒适感及运行效率的综合要求。一般而言, 如果提升容器的加速度变化率  $\rho \leq 2 \text{ m/s}^3$ , 不舒适感可以减到最小程度, 当  $\rho \geq 5 \text{ m/s}^3$  时, 就会使人感到不舒适。

确定提升机绳系的激励加速度, 使提升容器既能获得满足舒适性基本要求的加速度曲线, 又能保证提升钢丝绳产生较小的动张力, 并易于实现, 这仍需做进一步研究与探讨。基于钢绳为连续弹性杆的条件, 建立提升钢丝绳系的偏微分方程, 采用特性线数值分析方法, 以满足提升容器的乘坐舒适性和提升钢丝绳产生较小动张力为目标, 反演设计了矿井提升机械驱动系统的合理激励加速度。

## 2 提升绳系微分方程的建立

基于如下假设: a. 不计天轮与滚筒及其间钢丝绳的弹性; b. 钢绳与提升滚筒间没有相对滑动; c. 悬垂提升钢丝绳为连续弹性体; d. 不考虑提升

**[收稿日期]** 2001-09-20; **修回日期** 2001-11-10

**[基金项目]** 国家自然科学基金资助项目(59875073)

**[作者简介]** 彭佑多(1965-), 男, 湖南安化县人, 湘潭工学院副教授, 中国矿业大学博士研究生

容器在运行过程中与罐道的摩擦阻力和风流阻力，则提升机驱动系统的输出加速度为提升滚筒的加速度，也即为提升绳系的激励加速度。提升绳系力学模型如图 1 所示。

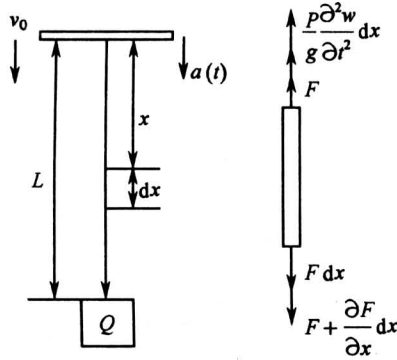


图 1 提升机绳系力学模型

Fig.1 Physics model of winder rope system

图 1 中： $F$  为绳中的动张力， $F = -AE \frac{\partial v}{\partial x}$ ；

$a(t)$  为滚筒的输出加速度，即绳系的激励加速度；

$v_0$  为提升机加、减速度前的最大运行速度，启动时  $v_0 = 0$ ；

$\rho$  为主绳每米质量；

$Q$  为终端荷重，其中包括容器、有益载荷和尾绳质量；

$L$  为主绳的悬垂长度，因加、减速运行与匀速运行距离相比很小，可认为加减速过程中  $L$  不变；

$x$  为主坐标，坐标原点为绳与滚筒的分离点处；

$w$  为由动张力引起的微单元的位移；

$\rho$  为钢丝绳密度；

$A$  为钢丝绳的横断面积，假定提升机工作过程中  $A$  值不发生变化。

不计提升钢丝绳与其表面上的粘性阻力并将钢绳质量集中到负荷  $Q$  上，得钢绳中的偏微分方程<sup>[7]</sup>：

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (1)$$

这是一维弹性杆的标准波动力学方程，式中  $C$  为弹性波在钢丝绳中传播速度，它是钢丝绳的一个物理常量， $C = \sqrt{\frac{EA g}{\rho}}$ ； $E$  为钢丝绳的弹性模

量。

式 (1) 是用位移表达的微分方程，经适当变换可以表达成速度、作用力的二阶偏微分方程。为了求解方便，也可采用含有速度  $v$  和作用力  $F$  两个未知函数的一阶偏微分方程组，且与含有一个未知函数的二阶偏微分方程等价，即

$$\left. \begin{aligned} \rho A \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} &= 0 \\ AE \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

绳系定解条件：

1) 边界条件

$x = 0$ ，即在绳与滚筒的分离点处，

$$\frac{\partial v(x = 0, t)}{\partial t} = a_i(t),$$

$a_i(t)$  为激励加速度函数；

$x = L$ ，即在绳与提升容器的相联处，

$$-\frac{Q}{g} \frac{\partial v(x = L, t)}{\partial t} = F(x = L, t),$$

$$\frac{\partial v(x = L, t)}{\partial t} = a_o(t),$$

$a_o(t)$  为满足乘坐舒适性的提升容器加速度。

2) 初始条件

绳上任意点的初始速度

$$v(0 \leq x \leq L, t = 0) = v_1, \text{ 制动时 } v_1 = v_0,$$

启动时  $v_1 = 0$ ；

绳上任意点的初始动张力

$$F(0 \leq x \leq L, t = 0) = 0.$$

为便于分析，将诸变量作如下无纲变换：

$$x^* = x/L \quad t^* = ct/L, \quad v_1^* = v_1/v_0,$$

$$F^* = F/\rho c A v_0, \quad a_i^* = a_i/v_0 c/L, \quad a_o^* = a_o/v_0 c/L.$$

对应式 (2) 及定解条件的方程组为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{\partial F^*}{\partial x^*} &= 0, \\ \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial F^*}{\partial t^*} &= 0, \\ \frac{\partial v^*(x^* = 0, t^*)}{\partial t^*} &= a_i^*, \\ k \frac{\partial v^*(x^* = 1, t^*)}{\partial t^*} &= F^*(x^* = 1, t^*), \\ \frac{\partial v^*(x^* = 1, t^*)}{\partial t^*} &= a_o^*, \\ v^*(0 \leq x^* \leq L, t^* = 0) &= v_1^*, \\ F^*(0 \leq x^* \leq L, t^* = 0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中  $k$  为负荷与钢绳的质量之比， $k =$

$-Q/\rho AgL$ 。

### 3 反演设计方法

特征线方法是求解双曲线型偏微分方程组的常见数值分析方法, 根据特征线理论式(3)的特征线方程和相应的相容关系方程为<sup>[9,10]</sup>

$$\left. \begin{aligned} dt^* \mp dx^* &= 0 \\ dv^* \pm dF^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将钢丝绳离散成  $n$  等分, 相应的时间步长为  $\Delta t^* = 1/n$ , 空间步长为  $\Delta x^* = 1/n$ , 并将各离散网格从左到右连续编号, 形成图2所示的特征线网格。

考察网格中  $a, b, c$  三点, 设  $b(i+1, j-1)$  和  $c(i-1, j-1)$  为已知点,  $a(i, j)$  为待求点, 得到以下差分方程

$$\begin{aligned} F_{i,j}^* - F_{i-1,j-1}^* + v_{i,j}^* - v_{i-1,j-1}^* &= 0, \\ i &= 0, \dots, n, \end{aligned} \quad (5a)$$

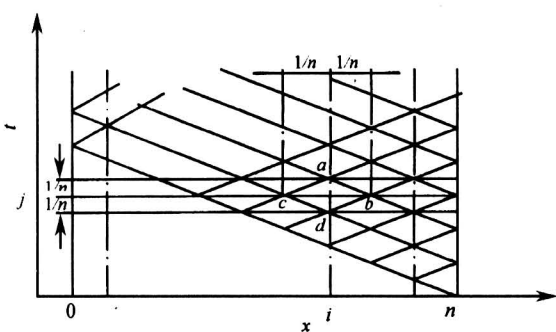


图2 提升钢丝绳模型及网格

Fig.2 Hoisting rope model and gridding

$$\begin{aligned} F_{i,j}^* - F_{i+1,j-1}^* + v_{i,j}^* - v_{i+1,j-1}^* &= 0, \\ i &= 0, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (5b)$$

式(5)中的边界条件和初始条件为

$$v_{0,j}^* - v_{0,j-1}^* = a_i^*(j/n)/n, \quad (6a)$$

$$k(v_{n,j}^* - v_{n,j-1}^*) = F_{n,j}^*/n, \quad (6b)$$

$$v_{n,j}^* - v_{n,j-1}^* = a_o^*(j/n)/n, \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} v_{i,0}^* &= v_1, F_{i,0}^* = 0, \\ i &= 0, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (6d)$$

由式(5)展开与式(6)联立构成了  $2(n+1)$  元线性方程组, 若绳系的激励加速度  $a_i(t)$  已知, 由联立方程组结合定解条件就可从  $j=0$  开始依次求得各时刻  $t^* = j\Delta t^*$  的绳系动张力与动态速度及相应的响应加速度, 这就是已知具体激励加速度求

绳系响应的力学分析原理, 亦称为正问题, 而将由提升容器振荡加速度求激励加速度称为反演设计。

绳系中某一截面上的动张力与振荡速度、加速度求解是依时间分析, 而由某一点的参数求整个绳系的参数, 必须采用依空间的波动力学分析方法。为此现考察网格中  $a, d, c$  三点, 设  $a(i, j)$  和  $d(i, j-2)$  为已知点, 而  $c(i-1, j-1)$  为待求点, 由特征方程和相容关系方程式可得如下差分方程

$$F_{i,j}^* - F_{i-1,j-1}^* + v_{i,j}^* - v_{i-1,j-1}^* = 0, \quad (7a)$$

$$F_{i-1,j-1}^* - F_{i,j-2}^* + v_{i-1,j-1}^* - v_{i,j-2}^* = 0. \quad (7b)$$

由此可推得

$$F_{i-1,j-1}^* = (F_{i,j-2}^* + F_{i,j}^* + v_{i,j}^* - v_{i,j-2}^*)/2, \quad (8a)$$

$$v_{i-1,j-1}^* = (v_{i,j-2}^* + v_{i,j}^* + F_{i,j}^* - F_{i,j-2}^*)/2. \quad (8b)$$

式(8)是依空间坐标  $i$  到  $i-1$  点分析方法的基本公式。在钢丝绳末端条件已知的条件下, 即可通过程序的编辑实现输入激励求解。

### 4 反演结果与分析

根据以上推导与分析, 以 NJM4×4 提升机为例, 应用 MATLAB 工具编制了反演设计程序, 其程序框图如图3所示。

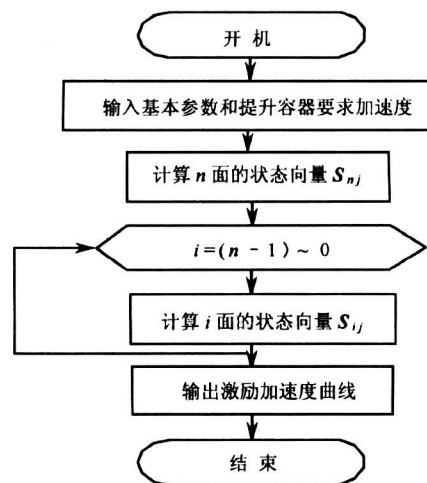


图3 反演设计程序

Fig.3 Inverse designing program

对任一满足乘坐舒适性基本要求的加速度方程, 都可反演得到相应的激励加速度曲线, 经频谱分析得知, 这是一组由方程  $\frac{dL}{Q} = \frac{\omega_i L}{C} \operatorname{tg} \frac{\omega_i L}{C}$  决定固

有频率的一系列相关波的叠加，若提升容器需要得到目前电梯设计中应用较多的、能满足舒适感及运行效率综合要求的、形如  $a(t) = \frac{v_0}{2} \frac{\pi}{T_0} = \sin \frac{\pi t}{T_0}$  的加速度方程（式中  $T_0$  为加速时间， $v_0$  为最大运行速度），运行反演程序，并经曲线拟合得到如图4所示的激励加速度曲线，这与输入激励为正弦函数，按正问题求解得到的提升容器的加速度方程相似。

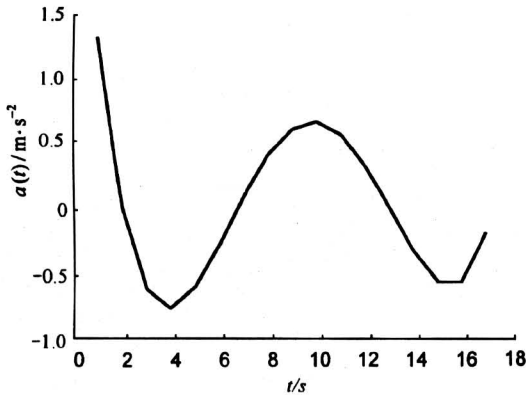


图4 反演激励加速度

Fig.4 Inverse prompting acceleration curve

正问题求解所得到的方程可表达为

$$a(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{ni} \sin \omega_i x + B_{ni} \cos \omega_i x) \sin \omega_i t \quad (10)$$

图5为反演分析得到的钢绳中  $x = 0.5 L$  处的动张力系数变化情况。

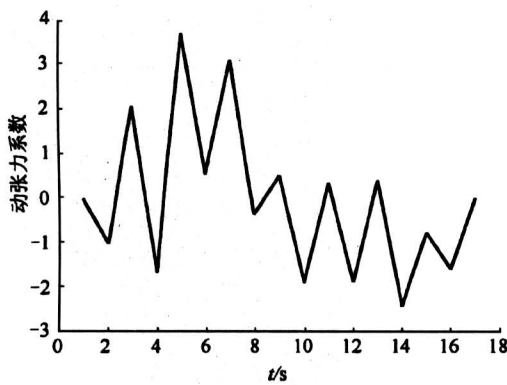


图5  $x = 0.5 L$  钢绳中的动张力变化情况

Fig.5 The varying dynamic tensile force of rope at  $x = 0.5 L$

若将式(10)作为激励加速度并经反演程序运行，也将得到近似正弦曲线。这说明在本文的条件

下，提升钢绳系具有可逆特性。

考虑式(10)所对应的加速度函数也满足加速度变化率连续、没有突变的乘坐舒适性基本要求，驱动系统实现加速度曲线的难易程度，根据绳系激励与响应可逆工作的特性，也可将  $a(t) = \frac{v_0}{2} \cdot \frac{\pi}{T_0} \sin \frac{\pi t}{T_0}$  作为激励输入。

同样可从正反两方面比较若干满足乘坐舒适性基本要求的加速度曲线，如  $a(t) = \frac{v_0}{2} \cdot \frac{\pi}{T_0} (1 - \cos \frac{\pi t}{T_0})$ ,  $a(t) = \frac{a_0}{2} (1 - \sin \frac{\pi t}{T_0})$ ,  $a(t) = \frac{v_0}{2} \frac{\pi}{T_0} \cos \frac{\pi t}{T_0}$ ，并对这些加速度在提升钢绳中激起的极值动张力进行比较，其中极值动张力较小者所对应的即是较理想的激励加速度。经分析  $a(t) = \frac{v_0}{2} \frac{\pi}{T_0} (1 - \cos \frac{\pi t}{T_0})$  与  $a(t) = \frac{v_0}{2} \frac{\pi}{T_0} \sin \frac{\pi t}{T_0}$  与在钢绳中激起的动张力相对较小且几乎相等，是相对理想激励，也可作为首选的激励加速度信号。

笔者在研究中忽略了提升容器在运行中的各种阻力，且是在起动工况下研究得到的结论。对加速、减速提升、加减速下降负载的情况和考虑提升容器阻力和与提升钢丝绳波阻条件下进行研究，得到的结论也基本相同。

## 5 结语

1) 合理的激励加速度决定着提升容器的乘坐舒适性和提升钢绳中动张力的大小，过大的动张力将导致滑绳（摩擦提升）或断绳（缠绕式提升）。运用反演分析与设计的方法对满足提升容器乘坐舒适性与在提升钢绳中产生较小动张力的激励加速度进行研究，对提升机的进一步研究与设计具有一定的理论与实用意义。

2) 考虑提升机驱动系统的可实现性应选择相对简单的函数作为激励，在目前提升机驱动系统容易产生的激励加速度曲线中  $a(t) = \frac{a_0}{2} (1 - \cos \frac{\pi t}{T_0})$ ,  $a(t) = \frac{v_0}{2} \frac{\pi}{T_0} \sin \frac{\pi t}{T_0}$  能满足提升容器的加速度和加速度变化率响应函数连续，没有突变的舒适性基本要求，同时钢丝绳系中动张力系数相对较小，钢绳中产生的动载也较小，是首选的激励加、减速度信号。

## 参考文献

- [1] Hankus J. New version of criterion of winding rope contraction [J]. Archives of Mining Sciences, 1996, (4): 531~542
- [2] Zarudzki J. The optimal choice of mining hoisting process parameters [J]. Archives of Mining Sciences, 1995, (1): 134~144
- [3] 梁兆正. 矿井提升系统动力学问题及动态设计方法的研究 [D]. 北京: 中国矿业大学, 1996. 64~76
- [4] 潘英. 竖井提升机在紧急制动过程中钢丝绳的动张力 [J]. 中国矿业学院学报, 1982, (3): 52~70
- [5] 朱昌明. 电梯振动的舒适性评价方法 [J]. 建筑机械化, 1988, 66(6): 29~32
- [6] 彭佑多. 液压提升机的乘坐舒适性分析 [J]. 煤炭学报, 2001, 26(1): 87~90
- [7] 倪振华. 振荡力学 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989. 328~359
- [8] 刘德顺. 冲击机械系统动力学理论与应用 [R]. 北京: 中国地质大学研究生院, 1998. 56~60
- [9] 刘德顺, 彭佑多, 李夕兵, 等. 冲击活塞动态反演设计与试验研究 [J]. 机械工程学报, 1998, 34(3): 82~89
- [10] 陆金甫, 关治. 偏微分方程数值解法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1985. 50~132

## Inverse Analysis and Design of the Rational Acceleration of Mine Winder Rope System

Peng Youduo<sup>1,2</sup>, Liu Deshun<sup>1</sup>, Zhu Pingyu<sup>1</sup>, Zhang Yongzhong<sup>2</sup>, Guo Yingfu<sup>1</sup>

(1. Xiangtan Polytechnic University, Xiangtan, Hunan 411201, Chian;

2. Mechanical and Electrical Engineering College of CUMT, Xuzhou, Jiangsu 221008, Chian)

[Abstract] The prompting acceleration of hoisting rope system determines the winders'sitting comfort and the dynamic load in hoisting rope. The over dynamic load is the main factor which leads slipping or breaking out of hoisting rope. Based on the condition that the hoisting rope. Be regarded as the continuous flexible rod, and the equation of hoisting rope system, by the characteristic lines numerical value analyzing method and taking the ride comfort of hoisting cage and the little dynamic oscillation of hoisting rope as the aim, the rational acceleration curve of rope system is brought out in this paper, and it can provide reference for further study and design of mine winders.

[Key words] hoisting rope system; prompting acceleration; ride comfort ableness; dynamic tensile force; inverse design

(cont. from p. 63)

[Abstract] According to comprehensive analysis of river closure risk, a summary of two kinds of reasonable risk variables and models characteristic of high drop and high flow velocity in river closure project are presented. This paper also puts forward the specific methods and procedures to calculate river closure risk probability by means of the data surveyed in practice and stochastic simulation method with an illustrating case study made on the data surveyed in practice. The calculation results tentatively indicate the consistency of the two models and some rules of risk probability. Based on the case study and, evaluation and treatment of river closure risk are further analyzed. A suggestion of reasonable risk severity is given that lays a basic foundation for risk decision of river closure scheme.

[Key words] river closure by end dumping; scheme of river closure; standard of river closure; risk probability; risk severity