

火灾事故的灰色 - 马尔可夫模型预测研究

毛占利¹, 朱毅¹, 杨伯忠¹, 朱磊²

(1. 中国人民武装警察部队学院, 河北 廊坊 065000; 2. 郑州市公安消防支队, 郑州 450000)

[摘要] 鉴于火灾事故的发生受多种复杂因素的影响, 并且具有较大的随机性和波动性的特点, 笔者等将灰色模型和马尔可夫模型相结合, 建立火灾事故的灰色 - 马尔可夫模型, 利用灰色模型的灰色性和马尔可夫模型的随机性来体现各自的优点, 并运用该模型对全国农村火灾事故进行预测。实际应用表明, 灰色 - 马尔可夫模型的预测精度明显高于灰色模型的预测精度, 完全能满足预测精度的要求, 可以较好地用于火灾事故的预测。

[关键词] 灰色模型; 马尔可夫模型; 火灾事故; 预测

[中图分类号] TU998; X913 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009 - 1742(2010)01 - 0098 - 04

1 前言

火灾事故的预测对于研究火灾事故的发生规律, 分析未来几年火灾事故的发展趋势, 以及消防部门合理制定相应的防控火措施, 提前做好规划和决策, 尽量减少火灾事故特别是重特大火灾事故的发生, 都具有十分重要的现实意义。国内外对于火灾事故的预测进行了大量的研究, 提出了一些预测方法, 现行的预测方法主要有: 数学统计法、神经网络预测法、灰色理论预测法、马尔可夫预测法等^[1~4], 每种方法都有其优点, 也不可避免地会有一些缺陷, 由于火灾事故的发生是非常复杂的, 受很多不确定的复杂因素的影响, 很多影响因素不确定, 难以量化, 因此灰色理论预测法在近年得到了广泛的应用, 但对灰色模型来说, 对于波动性较大的数列拟合精度较差, 预测精度较低, 不能满足实际预测的需要, 必须提高其预测精度, 而马尔可夫预测理论是根据系统状态之间的转移概率来预测系统的发展趋势的, 它与系统现在的状态有关, 而与系统的过去状态无关, 能够揭示系统受各种复杂因素影响的随机性, 适应于随机波动性较大的问题的预测。因此, 笔者尝试将灰色系统理论和马尔可夫模型结合起来用于

火灾事故的预测, 充分发挥各自的优点, 避免各自的缺陷, 首先运用灰色理论模型来预测火灾事故发生的趋势, 其次运用马尔可夫模型对预测结果进行优化, 提高模型的预测精度, 使预测结果更可靠, 更精确。

2 预测模型的建立

2.1 灰色预测 GM(1,1) 模型^[5]

设原始数据序列

$$x^{(0)}(t) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

对 $x^{(0)}(t)$ 做一次累加生成 (记做 1-AGO), 即利用公式

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

求得一次累加生成数列为:

$$x^{(1)}(k) = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (3)$$

建立 GM(1,1) 模型的白化微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(k) = b \quad (4)$$

[收稿日期] 2008 - 04 - 28

[作者简介] 毛占利 (1982 -), 男, 河南濮阳市人, 中国人民武装警察部队学院讲师, 主要从事消防工程专业的教学和科研工作; E-mail: maozhanli@yahoo.com.cn

设 $u = (a, b)^T$, 用最小二乘法求解参数的估计值, $\hat{u} = (\hat{a}, \hat{b})^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$, 其中

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y_N = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix},$$

$$z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)}{2}$$

$$k = 2, 3, 4, \dots, n$$

求得 GM(1,1) 方程的解为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (5)$$

将上式作一次累减还原即得 $x^{(0)}(k)$ 序列的估计值:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^a) \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} \quad (6)$$

式中系数 a 为发展系数, 反映了所测数据序列的发展趋势, b 为灰作用量, 反映了所测数据大小的变化关系, 该预测模型反映的是一种指数关系, 预测的几何图形是一条较为平滑的曲线, 对随机波动性较大的数据序列进行预测时, 预测值精度不高, 因此需要对它的预测结果进行修正。

2.2 马尔可夫链预测模型^[6]

马尔可夫链的预测是一种预测事件发生概率的方法, 它是根据某些变量的目前状态预测在未来某一特定时期内可能出现的状态的一种方法。预测模型分为如下几个步骤:

2.2.1 状态的划分

状态的转移规律是马尔可夫链预测未来发展变化的关键, 首先需对具有马尔可夫链特点的数据序列进行状态的划分, 在划分状态时, 根据实际情况的不同, 可以划分出不同的状态, 划分的状态越多, 预测精度越高, 但划分的状态过多, 也会影响出现在各状态的样本个数过少。

把数据序列划分为 n 个状态, 任一状态记为 $\otimes_j = [\otimes_{j-}, \otimes_{j+}]$, 各状态区间都是左开右闭区间, $\otimes_{j-} = x^{(0)}(j) + a_j$, $\otimes_{j+} = x^{(0)}(j) + b_j$ 。

2.2.2 计算转移概率并建立转移概率矩阵

$$P_{ij}(k) = \frac{n_{ij}(k)}{n_i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

求得状态转移概率矩阵

$$P(k) = \begin{bmatrix} P_{11}^{(k)} & P_{12}^{(k)} & \dots & P_{1n}^{(k)} \\ P_{21}^{(k)} & P_{22}^{(k)} & \dots & P_{2n}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1}^{(k)} & P_{n2}^{(k)} & \dots & P_{nn}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $\sum_{j=1}^n P_{ij}^{(k)} = 1$, 状态转移概率矩阵 $P(k)$ 描述了系统各状态之间的转移规律;

$P_{ij}^{(k)}$ 为在数据序列中, 由状态 i 经过 k 步转移到状态 j 的概率; $n_{ij}(k)$ 为数据序列中由状态 i 经过 k 步转移到状态 j 的样本个数; n_i 为数据序列中处于状态 i 的样本个数。

2.2.3 编制预测表格

选取离预测时间最近的 j 个时刻, 按离预测时间的远近, 转移步数分别定为 $1, 2, 3, \dots, j$ 。在转移步数所对应的转移矩阵中, 取原始状态所对应的行向量, 组成新的矩阵, 对该矩阵的列向量求和, 其和最大的列向量的状态即为系统随机值的预测转向状态。

2.2.4 计算预测值

确定了预测对象最有可能的状态转移, 也就确定了预测值变动的灰区间, 取灰区间的中间值作为最后的预测值。

$$\hat{y}(j) = \frac{\otimes_{j-} + \otimes_{j+}}{2} = x^{(0)}(j) + \frac{a_j + b_j}{2} \quad (9)$$

3 火灾事故的灰色 - 马尔可夫预测^[7]

以我国 1997—2004 年全国农村火灾事故为例, 来验证所建模型的预测精度和可靠性, 原始数据见表 1^[8]。

3.1 建立 GM(1,1) 模型

经计算得 $a = -0.0997$, $b = 44204.4$, 则 $x^{(0)}(k)$ 序列的估计值

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^a) \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} =$$

$$46332.4e^{0.0997k}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

根据公式 (10) 计算出 1997—2004 年全国农村火灾事故的预测值, 见表 1。

3.2 状态划分

根据预测值的相对误差对状态进行划分, 划分标准见表 1, 将状态值划分为 4 个区间, 取 \otimes_1 , \otimes_2 , \otimes_3 , \otimes_4 的状态界限为 $(-22, -12]$, $(-12, -4]$, $(-4, 4]$, $(4, 12]$ 。

表1 1997—2004年全国农村火灾事故实际值与预测值

Table 1 Actual value and prediction value of country's fire accidents from 1997 to 2004

年份	实际起数	预测值	相对误差/%	状态
1997	44 895	44 895	0	3
1998	42 127	51 189.8	-21.51	1
1999	51 559	56 556.5	-9.69	2
2000	68 018	62 485.9	8.13	4
2001	72 372	69 036.9	4.61	4
2002	86 330	76 274.7	11.65	4
2003	79 772	84 271.3	-5.64	2
2004	87 551	93 106.2	-6.35	2

3.3 计算转移概率并建立转移概率矩阵

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$P(2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$P(3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P(4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.4 编制预测表格

由于将状态划分为4个,所以选择离预报时刻最近的四年编制预报表,其转移步数分别定为1,2,3,4,得到新的转移概率矩阵(见表2)。

表2 状态预测表

Table 2 State Prediction

年份	初始状态	转移步数	状态1	状态2	状态3	状态4
2004	2	1	0	1/3	0	2/3
2003	2	2	0	0	0	1
2002	4	3	0	1	0	0
2001	4	4	0	1	0	0
合计			0	7/3	0	5/3

3.5 计算结果与分析

从表2可以看出2005年全国农村的火灾情况

处于状态2的概率为最大,故2005年的全国农村火灾起数的预测值与实际值误差最有可能转向状态2,根据式(10)计算出来的GM(1,1)预测值为102 867.5,所以用马尔可夫模型修正的值为102 867.5 × (1 - 0.08) = 94 638,而2005年实际起数为86 540,GM(1,1)预测值的相对误差为-18.87%,而修正后的相对误差为-9.36%,相对误差减小了一半,因此精度得到了明显的提高。同理运用灰色-马尔可夫模型对1998—2004年全国农村火灾情况进行预测,预测结果见表3。

表3 预测结果比较

Table 3 Comparison of prediction result

年份	实际起数	GM(1,1)预测值	相对误差/%	状态	灰色-马尔可夫模型预测值	相对误差/%
1998	42 127	51 189.8	-21.51	1	42 487.53	-0.86
1999	51 559	56 556.5	-9.69	2	52 031.98	-0.92
2000	68 018	62 485.9	8.13	4	67 484.77	0.78
2001	72 372	69 036.9	4.61	4	74 559.85	-3.02
2002	86 330	76 274.7	11.65	4	82 376.68	4.57
2003	79 772	84 271.3	-5.64	2	77 529.6	2.81
2004	87 551	93 106.2	-6.35	2	85 657.7	2.16

从表3可以看出,灰色-马尔可夫模型预测的相对误差要远远小于灰色GM(1,1)模型预测的相对误差,灰色GM(1,1)模型预测的相对误差的绝对平均值为9.65%,而灰色-马尔可夫模型预测的相对误差的绝对平均值为2.16%;从图1也可以看出,灰色GM(1,1)模型预测值的拟合曲线比较平稳、光滑,而灰色-马尔可夫模型的预测值与实际值的拟合曲线则非常接近,能较好地反映数据之间的波动性。很明显,灰色-马尔可夫模型的预测精度要比灰色GM(1,1)模型的预测精度高很多,把灰色

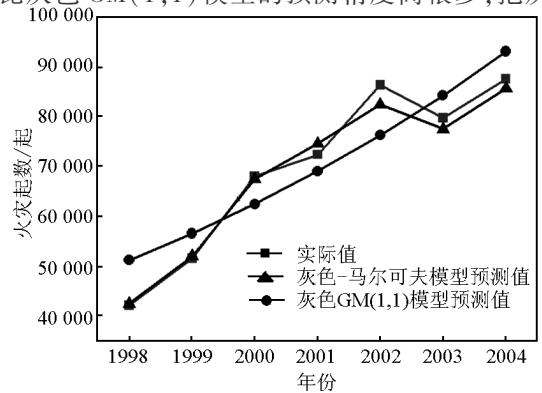


图1 两种预测模型预测值与实际值的比较

Fig. 1 Comparison between prediction value and actual value

GM(1,1)模型和马尔可夫模型结合起来组成灰色-马尔可夫模型进行预测是可靠的,可行的,预测结果也更符合实际情况,能够较好地用于火灾事故的预测。

4 结语

1) 灰色-马尔可夫模型把灰色 GM(1,1)模型和马尔可夫模型两者的优点有效地结合在一起,用灰色 GM(1,1)模型来预测火灾事故的整体发展趋势,描述数据之间的宏观发展规律,用马尔可夫模型来处理数据之间的波动性,寻求数据之间的微观波动规律,充分发挥各自的优点,克服彼此的缺点。该模型比单纯的灰色 GM(1,1)模型的预测精度要高很多,预测结果更可靠。

2) 通过对全国农村火灾事故的预测,可知,用灰色-马尔可夫模型来预测随机波动性较大的数据是可行的、合理的,预测效果良好,灰色-马尔可夫模型不仅可以对火灾事故的起数进行预测,同样可以对火灾四项指标中的其他三项指标——死亡人数、受伤人数、经济损失进行预测,预测结果可为消

防部门对于人员、装备、资金的投入等决策提供一定的参考。

参考文献

- [1] 郑双忠,邓云峰,蒋清华. 基于火灾统计灾情数据的城市火灾风险分析[J]. 中国安全生产科学技术, 2006, 1(3): 15-18
- [2] 周长春,陈勇刚. 基于人工神经网络的城市火灾事故的预测方法[J]. 中国安全科学学报, 2005, 15(5): 21-23
- [3] 陈子锦,王福亮,陆守香. 灰色预测模型 GM(1,1)的适用性分析及在火灾风险预测中的应用[J]. 中国工程科学, 2007, 9(5): 91-94
- [4] 姜学鹏,徐志胜,冷彬. 火灾预测的模糊马尔柯夫模型[J]. 灾害学, 2006, 21(3): 27-32
- [5] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002
- [6] 樊平毅. 随机过程理论与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005
- [7] 陈勇刚,任海峰. 灰色马尔可夫模型在航空事故征候预测中的应用[J]. 西安科技大学学报, 2007, 27(2): 328-332
- [8] 公安部消防局. 中国消防年鉴[M]. 北京: 中国人事出版社, 2006

Forecast of fire accidents based on Grey-Markov model

Mao Zhanli¹, Zhu Yi¹, Yang Bozhong¹, Zhu Lei²

(1. Chinese People's Armed Police Force Academy, Langfang, Hebei 065000, China;

2. Zhengzhou Municipal Fire Brigade, Zhengzhou 450000, China)

[Abstract] The occurrence of fire accidents is influenced by many complex factors, and it has the characteristics of random and fluctuation, so grey model and Markov model are combined together to establish a new Grey-Markov model in this paper. The paper adopts grey model and Markov model to show grey feature and random separately, at last the model is used to predict fire accidents in countryside. The result shows the forecast precision of Grey-Markov model is higher than the forecast precision of grey model, the model can satisfy the demand in forecast precision, and it can be used for fire accidents forecast.

[Key words] Grey model; Markov model; fire accidents; forecast