

## 振动驱动的微型机器人非完整约束补偿的定位方法

Kostas Vlachos<sup>1a</sup>, Dimitris Papadimitriou<sup>1</sup>, Evangelos Papadopoulos<sup>1\*</sup>

**摘要:** 本文提出了一种微型移动机器人非完整约束补偿的定位方法, 推导了相关公式并进行了实际操作。该移动机器人由两台振动型直流微型电机驱动。本文所描述的开环法和闭环法增加了微型机器人平台侧向净位移的能力, 这是通过执行若干重复步骤来实现的, 这些步骤与期望位置、速度和时间相关。仿真和试验结果验证了所述方法的有效性。

**关键词:** 微型机器人, 振动微电机, 非完整驱动规划, 非完整约束补偿

### 1 前言

近年来, 微型机械手和微型机器人的设计和制造成为一个重要的研究领域。潜在的应用领域包括显微外科、微制造技术和微装配 [1]。几种微型驱动技术得到了发展, 这些技术的发展大多是基于智能材料的, 如压电陶瓷和形状记忆合金。最常用的微型定位运动机理是利用压电致动器实现的黏滑运动原理 [2]。该原理已运用于文献 [3] 中的 MINIMAN 微型机器人。这些平台能够实现 200 nm 以内的定位精度, 并提供高达每秒几毫米的速度。黏滑运动原理的变体——冲击驱动原理已被用于 3 自由度的微型机器人平台 Avalon, 其步长约为 3  $\mu\text{m}$ , 速度达 1  $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$  [4]。另一种不同的运动机理是基于压电管的, 这种运动机理已被用于 Nano Walker 微型机器人 [5]。该微型机器人的第一个原型样机最小步长约为 30 nm, 最大的速度为 200  $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ 。MiCRoN 也许是微型机器人平台最

先进的例子, 它使用了压电陶瓷和一个集成微型操纵器 [6]。

由于压电陶瓷可以提供所需的定位精度和驱动响应, 它似乎是比较受欢迎的微型定位智能材料, 但它常常需要复功率单元, 而这些装置通常是极其昂贵而且笨重的, 不能方便地自由操作。可以安装在板子上的小型压电驱动器和放大器是定制的, 因此不能进行经济有效的设计 [7]。Vartholomeos 和 Papadopoulos [8] 开发了一台新颖、简单且自主的微型机器人。该机器人由两台振动电机驱动, 可以进行平移和旋转滑动, 具有微米级的定位精度, 速度可达 1.5  $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ 。该机器人的所有部件, 包括驱动单元, 价格低且都是现成的。尽管仅使用两台微型电机极大地简化微型机器人的设计, 但它仍然具有移动机器人特有的非完整约束特性。过去的三十年间, 学者们已就非完整路径规划开展了大量的研究, 大多针对轮式机器人。该领域的一些研究例子可参考文献 [9–14]。

本文首次聚焦于在非完整约束下由两台振动直流微型电机驱动的移动微型机器人补偿定位方法的构想和实际实施。更具体地说, 本文的贡献包括: ①基于开环法的定位方法构造; ②基于闭环法的两种定位方法构造; ③在原型微型机器人上对所提方法的实施, 以及它们的试验验证。下文的结构如下: 第 2 节简述了微型机器人平台, 第 3 节研究了所提的定位方法, 第 4 节和第 5 节分别开展了仿真和试验验证。

### 2 微型机器人简介

本节对移动微型机器人进行简要介绍。更详细的微型

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering, National Technical University of Athens, 15780 Zografou, Athens, Greece. <sup>a</sup>Present address: Department of Computer Science and Engineering, University of Ioannina, P.O. Box 1186, 45110 Ioannina, Greece. \*Correspondence author. E-mail: egpapado@central.ntua.gr  
Received 11 March 2015; received in revised form 20 March 2015; accepted 25 March 2015

© The Author(s) 2015. Published by Engineering Sciences Press. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

引用本文: Kostas Vlachos, Dimitris Papadimitriou, Evangelos Papadopoulos. Vibration-Driven Microrobot Positioning Methodologies for Nonholonomic Constraint Compensation. *Engineering*, DOI 10.15302/J-ENG-2015016

机器人动力学、设计和创新驱动原理见文献 [8]。

## 2.1 运动原理

笔者采用如图 1 所示的简化模型来说明微型机器人的运动原理。该简化模型为 1 自由度、质量为  $M$  的移动平台，其运动机理电机是通过  $O$  驱动偏心质量块  $m$  来实现的。质量块  $m$  旋转了  $360^\circ$  时，就完成了—个运行周期。

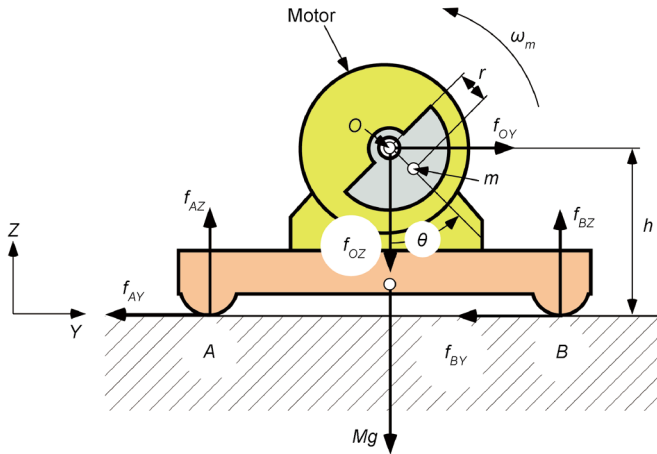


图 1. 偏心旋转质量为  $m$  的简化 1 自由度平台。图中， $m$  位于偏心部分质量中心，产生旋转轴的位移  $r$ 。

将作用在旋转质量上的重力和向心力在  $Y$  轴和  $Z$  轴分解，有

$$\begin{aligned} f_{OY} &= mr\omega_m^2 \sin\theta \\ f_{OZ} &= -mg - mr\omega_m^2 \cos\theta \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) 中， $\omega_m$  是驱动 (电机) 速度； $\theta$  是偏心质量的旋转角度； $g$  是重力加速度； $r$  是旋转质量  $m$  的偏心距。在驱动速度临界值  $\omega_{critical}$  以上时，驱动力克服摩擦力，就产生了运动。笔者对简化平台的运动方程进行了数值仿真，结果如图 2 所示。

很显然，偏心质量块  $m$  逆时针旋转时，平台朝  $Y$  轴正向产生净位移。采用解析法分析表明，平台在一个运行周期内的运动步距可以任意小，这依赖于驱动速度  $\omega$  [8]。实际上，运动精度受到电子驱动模块以及沿平面运动表面的未知不均匀分布的摩擦系数  $\mu$  的限制。

## 2.2 平台动力分析

上述驱动原理被用于图 3 所示的 2 自由度微型机器人的设计和实现中。微型机器人安装了一个针，其尖端代表末端执行器。表 1 列出了该微型机器人的物理参数。

基于牛顿 - 欧拉方程得到用矩阵表示的平台动力学方程：

$$M\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{R} \sum_i {}^b \mathbf{f}_i, \quad i = \{A, B, C, D, E\} \quad (2a)$$

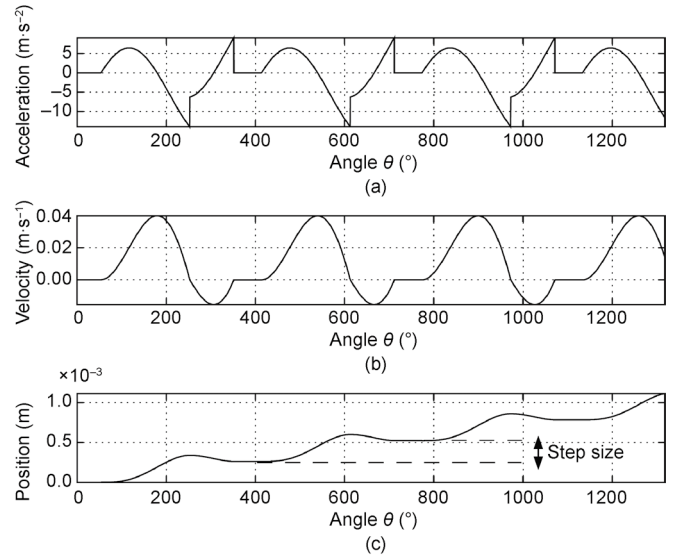


图 2. 1 自由度运动仿真结果举例。

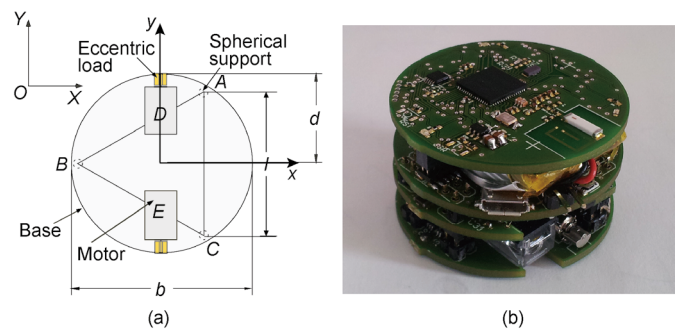


图 3. (a) 底部设计；(b) 原型。

表 1. 微型机器人的物理参数

Parameter	Value
Microrobot mass, $M$	0.1 kg
Microrobot diameter, $b$	0.05 m
Microrobot height, $H$	0.045 m
Motor eccentric mass, $m$	0.00021 kg
Motor axis height, $h$	0.003 m
Eccentricity of the rotating mass, $r$	0.00177 m

$$\begin{aligned} {}^b \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}_p + {}^b \boldsymbol{\omega}_p \times {}^b \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_p &= \sum_i ({}^b \mathbf{r}_i \times {}^b \mathbf{f}_i) + \sum_j {}^b \mathbf{n}_j \\ i &= \{A, B, C, D, E\}, \quad j = \{D, E\} \end{aligned} \quad (2b)$$

式 (2) 中， $b$  表示本体固连坐标系； $\mathbf{R}$  是坐标  $b$  相对于惯性系  $O$  的旋转变换矩阵； $\boldsymbol{\omega}_p$  是平台角速度； ${}^b \mathbf{I}$  是惯性矩阵； $\mathbf{v} = [dx/dt, dy/dt, dz/dt]^T$ ，是其质心相对于惯性系  $O$  的速度；矢量  ${}^b \mathbf{f}_i$  包括平台 3 个接触点的反作用力，和两台直流电机产生的驱动力， $i = \{A, B, C, D, E\}$ 。电机产生的驱动力矩用  ${}^b \mathbf{n}_j$  表示， $j = \{D, E\}$ 。由于微型机器人做

的是平面运动，分析中简化了方程。

电机偏心载荷旋转时，电机产生的驱动力为：

$$\left. \begin{aligned} {}^b f_{jx} &= (mr\ddot{\theta} \cos\theta - mr\dot{\theta}^2 \sin\theta) \sin\varphi_j \\ {}^b f_{jz} &= -mg - mr\ddot{\theta} \sin\theta - mr\dot{\theta}^2 \cos\theta \end{aligned} \right\}, \quad j = \{D, E\} \quad (3)$$

式(3)中， $\varphi_j$ 是电机轴与图3(a)中所示平台X轴前视主直径的夹角。对于采用两台电机的情况，夹角 $\varphi_j \in \{90^\circ, -90^\circ\}$ 。

### 3 定位方法

平台基本运动能力的仿真和试验表明，微型机器人平台可以前后运动，也可以对角运动；还可以顺时针或逆时针旋转[15]。图4描绘了平台可能的运动情况。图中， $\omega_D$ 和 $\omega_E$ 是驱动器D和E的旋转速度，上标“+”和“-”分别表示速度的正负。和轮式移动机器人不同，当只有一个微型电机驱动时，微型机器人平台对角运动，而不旋转(图4)。这是振动微型电机的驱动力和作用在平台上的摩擦力相互作用的结果。

$\omega_D^+/\omega_E^-$	$\omega_D^-/\omega_E^+$	$\omega_D^+/0$	$0/\omega_E^+$	$\omega_D^-/0$	$0/\omega_E^-$	$\omega_D^+/\omega_E^+$	$\omega_D^-/\omega_E^-$
↑	↓	↗	↘	↙	↖	↻	↻

图4. 微型机器人平台的可能运动方向。

此外，由于存在非完整约束，平台沿着平行于连接两台电机的Y轴运动是不可能的。这将是微型操纵过程中的一个限制，因为平台向前运动会产生一个小的侧向寄生误差。具体地说，由于未建模动力学，平台可能从径向向侧向发生很小的偏移，即 $\Delta y$ 。因为平台不能通过侧向移动来更正这个寄生效应，所以必须开发一种定位校正的方法。这个方法的好处就是能够增强平台运动的灵活性，因为它可能实现更复杂的运动轨迹，而不仅仅是点到点的运动。

接下来，通过执行复杂(复合)运动，重点是推导平台侧向净位移( $\Delta y$ )方法。为了这个目标，笔者检测了两个不同的方法：①使用开环法得到了净位移；②开发了闭环法。

#### 3.1 开环法

开环法不用增加硬件或复杂性就可以完成定位校正，因此先研究开环法。这个方法是通过研究微型机器人平台运动特性而开发的。第一步是从理论上推导可以导致机器人侧向净位移的运动序列。试验后，笔者推断最有

效的方法是分成两个对称阶段执行V形运动。运动的第一部分是在左侧电机正向旋转时实现的。运动的第二部分只有右侧电机以正向角速度旋转，如图5(a)所示。

接下来开发了使侧向净位移与电机角速度和运行时间相关的功能。为此，进行了大量仿真，不同的驱动器角速度和运行时间作为模型的输入参数，输出结果就是净位移。作为模型输入参数的角速度应在 $800\sim 1200 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $7640\sim 11460 \text{ r}\cdot\text{min}^{-1}$ )的范围内，增量为 $50 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ 。

所选定的角速度范围保证了最终驱动力足够克服摩擦力，并不会发生平台垂直轴和尖端的静力平衡损失[8]。由于笔者对大约 $100\sim 900 \mu\text{m}$ 的小量侧向位移感兴趣，选择了相应的运动时长，即每个电机的运行时间。根据仿真数据得出了图6的3D图表。

图6中，运动时长 $t_{\text{total}}$ 为侧向净位移 $\Delta y$ 的函数，也是角速度的估量。它等于两台电机角速度的乘积，即 $\Omega$ ，对应图5(a)中角速度演替的灰色区域。

正如预期，角速度增加时，侧向位移所需时间减少。同时，位移增加时，达到此位移的时间也增多。采用多

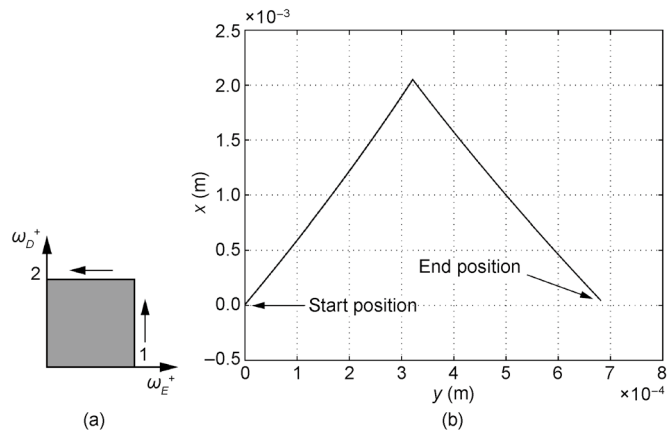


图5. (a) 侧向位移角速度演替；(b) 平台仿真结果运动。

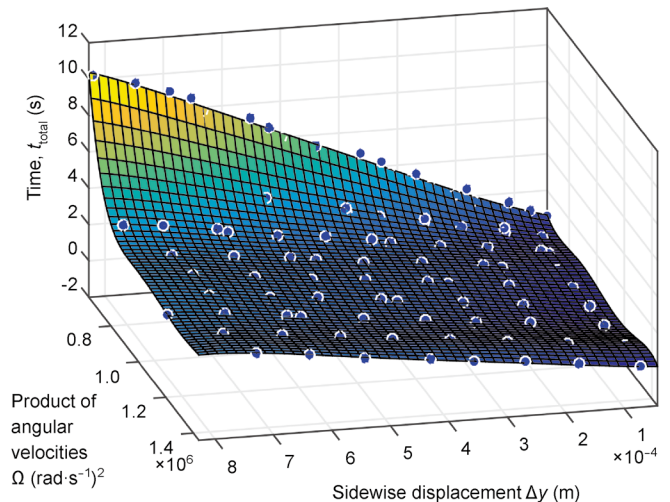


图6. 适用于开环仿真结果的多项式。



项式函数进行数据拟合，有

$$\begin{aligned}
 t_{\text{total}} = & 0.6512 + 0.8236\Delta\hat{y} - 0.07561\hat{\Omega} + 0.001831\Delta\hat{y}^2 \\
 & + 0.08696\Delta\hat{y}\hat{\Omega} - 0.04703\hat{\Omega}^2 - 0.009252\Delta\hat{y}^3 \\
 & - 0.02044\Delta\hat{y}^2\hat{\Omega} + 0.3342\Delta\hat{y}\hat{\Omega}^2 - 0.2334\hat{\Omega}^3 \\
 & + 0.00205\Delta\hat{y}^4 + 0.047\Delta\hat{y}^3\hat{\Omega} - 0.05282\Delta\hat{y}^2\hat{\Omega}^2 \\
 & - 0.7599\Delta\hat{y}\hat{\Omega}^3 + 0.4065\hat{\Omega}^4 + 0.0001092\Delta\hat{y}^5 \\
 & - 0.01833\Delta\hat{y}^4\hat{\Omega} + 0.01103\Delta\hat{y}^3\hat{\Omega}^2 + 0.01725\Delta\hat{y}^2\hat{\Omega}^3 \\
 & + 0.288\Delta\hat{y}\hat{\Omega}^4 - 0.1416\hat{\Omega}^5
 \end{aligned} \quad (4a)$$

$t_{\text{total}}$  的输入变量为

$$\begin{aligned}
 \Delta\hat{y} &= |\Delta y - \Delta y_{\text{mean}}| / \Delta y_{\text{std}} \\
 \hat{\Omega} &= |\Omega - \Omega_{\text{mean}}| / \Omega_{\text{std}}
 \end{aligned} \quad (4b)$$

式(4b)中，下标“mean”和“std”分别代表平均值和标准差 ( $\Delta y_{\text{mean}} = 1.815 \times 10^{-4} \text{ m}$ ,  $\Delta y_{\text{std}} = 2.509 \times 10^{-4} \text{ m}$ ,  $\Omega_{\text{mean}} = 9.57 \times 10^5 \text{ (rad}\cdot\text{s}^{-1})^2$ ,  $\Omega_{\text{std}} = 2.617 \times 10^5 \text{ (rad}\cdot\text{s}^{-1})^2$ )。

### 3.2 闭环法

闭环法是一种实现所需运动的简单直接的方法。但是，仿真结果和试验表明了这种方法实施的局限性：由于无动力学模型，出现了X轴和Y轴的寄生位移。因此，笔者开发出两种不同算法来实现闭环法的设计。两种方法都是以跟踪微型机器人末端执行器运动、微型电机运行时控制其角速度系统的存在为基础，计划用配备摄像机的显微镜来追踪微型机器人上针尖的运动，如图7所示。每个图像被传输到电脑上，并立即用图像处理算法来处理。根据提取出的针尖的位置，每个电机所需的角速度就会通过无线链路发送到微型机器人的处理单元。

#### 3.2.1 算法 CL1

开发的算法分为两部分。第一部分包括图8所示的V形运动。在总的侧向位移的前半部分，只有左侧电机

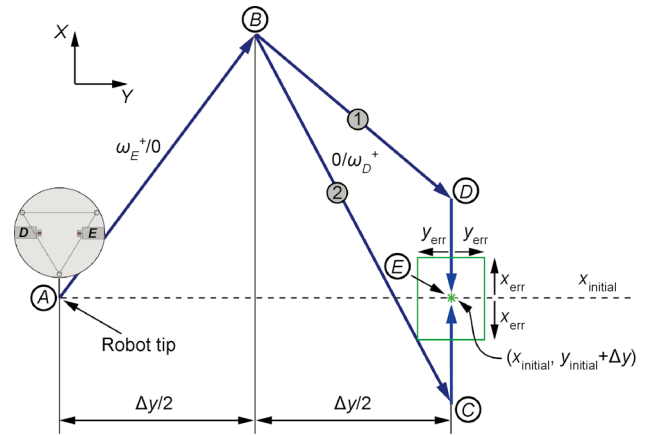


图8. CL1 算法原理图。

正向旋转，平台沿对角移动。机器人达到总侧向位移的一半时(图8中B点)，右侧电机开始单独运行，也是正向旋转，直到机器人在用户规定的误差范围内达到所需侧向位移(图8中E点)。例如，该部分运动结束时，如果X轴存在寄生位移，那么机器人针尖到达显微镜探测的D点或C点，而不是E点，根据寄生位移的正负，设置机器人向前或向后移动。图8描述了这个步骤。

因此，这个方法用快捷的单步执行实现了侧向位移，从而在原始X轴上对寄生位移进行了修正。这个定位方法中，运动的总时长没有预先设定，但是它是机器人所需侧向位移大小以及与X轴平行位置修正的函数。

#### 3.2.2 算法 CL2

CL1和CL2算法的主要区别是，后者在机器人X轴运动时存在一定的局限性。侧向净位移不是一步实现的(V运动)，而是根据总的侧向位移和两个周期公差的多V循环来实现的。尽管如此，平台被约束的只能沿着X轴移动。

更具体地说，总侧向位移的前半部分，左侧电机正向旋转运行，平台沿对角移动。机器人达到所需侧向位移一半时，即图9中B点，右侧电机开始单独运行，平台向着目标对角移动，即图9中的E点。但是，和第一种算法不同，在达到所需Y位移之前，没有命令平台继续。平台在用户规定的误差容限  $x_{\text{err}}$  范围内靠近初始X轴时，即图9中C点，就重新计算实现初始目标所需的新位移，并朝向预先设定的位移，E点，执行类似的V形运动。重复这个过程，通过在所需预设侧向位移方向进行很多单个的V形运动，直到平台达到自定义规范所需的位移。图9描述了这个过程的例子。

这个方法的特点是，平台运动只在正向(或负向)X轴受限制。这在细胞操纵时是最有利的，因为它能通过任意一点用针尖穿入，从而避免了细胞损坏。这个方

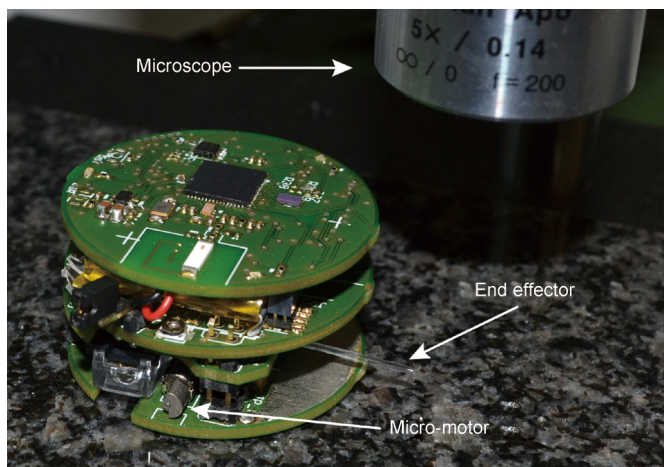


图7. 显微镜下的微型机器人。

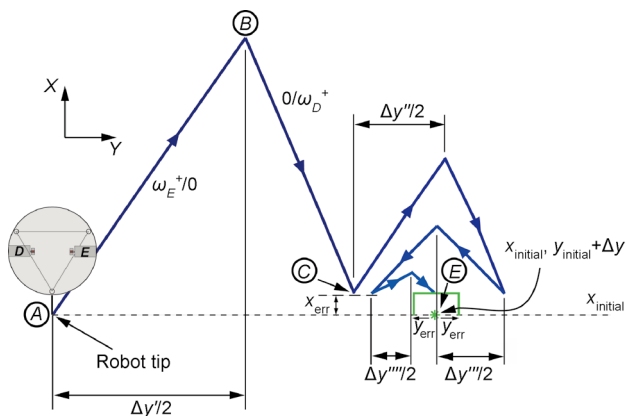


图 9. CL2 算法原理图。

法中，没有预设运动总时长，而是取决于用户设定的净位移大小和公差。

## 4 仿真结果

仿真的目标是用预先设定的电机角速度，按照之前所述的算法，实现所需的侧向位移。所有仿真实施的固定积分步长为 0.00001 s。

### 4.1 开环法

假设平台向前移动时，修正其寄生位移所需的侧向净位移为  $\Delta y = 600 \mu\text{m}$ ；笔者想用  $1050 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  的制动器角速度实现这个位移，也就是  $\Omega = 1050^2 (\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})^2$ 。把这些参数代入式 (4)，考虑到  $\Delta y$  和  $\Omega$  系数为标准化的，计算运动的总时长约为  $t_{\text{total}} = 2.0095 \text{ s}$ 。这个时间意味着，左边的电机运行 1.00475 s，右侧电机运行另一个 1.00475 s，如图 10 所示。从图 10 中可以看出，平台可以达到足够接近  $600 \mu\text{m}$  的侧位移。 $X$  轴的定位误差是  $27.71 \mu\text{m}$ ， $Y$  轴误差为  $51.67 \mu\text{m}$  (8.6% 误差)。

### 4.2 闭环法

CL2 算法中，平台在到达终点前，会执行若干 V 形运动。仿真模型的输入变量包括总的侧向位移、角速度和自定义误差容限。图 11 显示了  $400 \mu\text{m}$  侧向净位移的仿真结果。制动器设置旋转速度为  $800 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ，最终  $Y$  和  $X$  位置公差与所需的  $\Delta y$  和初始  $X$  分别设置为  $10 \mu\text{m}$ 。图 11 为微型机器人平台的运动路径。

运动总时长为 5.225 s，一方面是因为侧向位移量级大，另一方面因为根据算法，平台为实现最终的  $\Delta y$ ，进行了三次明显的 V 形运动。从仿真结果可以看出，尽管平台受限不能向  $-X$  方向运动，但由于动力学特性，它确实向  $-X$  方向轻微移动，这对结果影响不大。运动结束时，平台成功进入预定区域内。

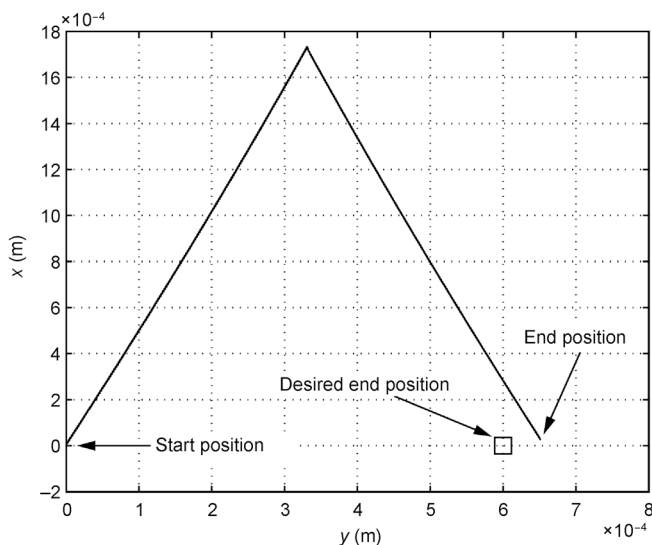


图 10. 微型机器人平台路径 (开环法)。

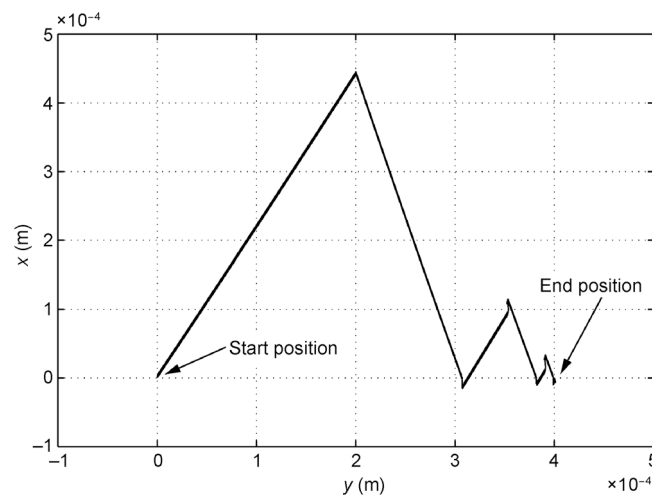


图 11. 微型机器人平台路径 (闭环法)。

## 5 试验

本节给出并讨论了试验结果。一共进行了 3 个试验，第一个试验使用开环法，后两次试验使用闭环法 CL1 和 CL2。

### 5.1 开环法

此试验中，机器人平台执行第 3 节所述的 V 形运动。步骤的第一阶段，左侧的电机正方向旋转。运动后半部分，只有右侧电机以正角速度旋转。运动的特定顺序导致机器人平台尖端净位移靠向平台右侧，如图 12 所示。

图 13 描述了微型机器人沿  $X$  轴和  $Y$  轴的运动轨迹。每个步骤持续 2 s，沿  $Y$  轴位移为  $1250 \mu\text{m}$ 。

但是，沿  $X$  轴的寄生运动共计  $50 \mu\text{m}$ 。使用下面介绍的闭环法，可以纠正这种不理想的运动。

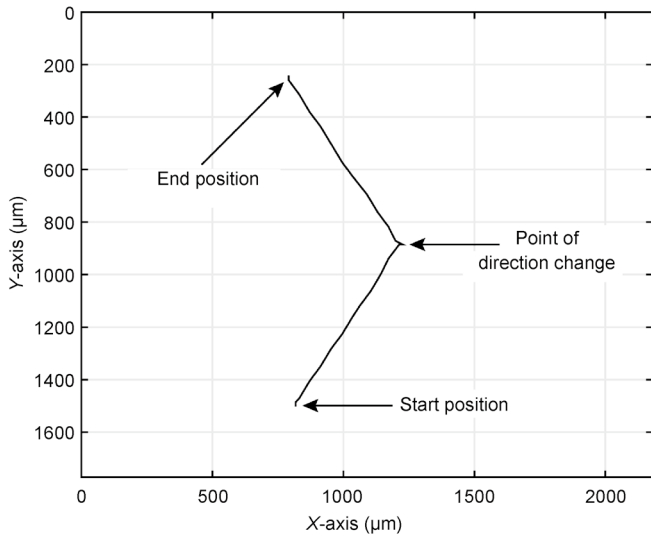


图 12. 使用开环法的末端器路径。

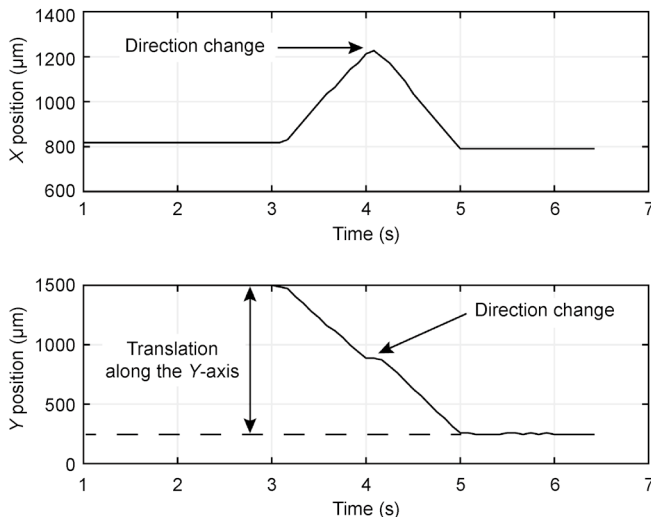


图 13. 使用开环法末端器沿 X 轴和 Y 轴轨迹。

## 5.2 闭环法

下面的试验中，微型机器人平台按照第 3 节中描述的闭环法 CL1 算法产生的作用进行移动。微型机器人平台的运动由录像显微镜捕捉，使用的是联盟视觉技术的马林 F146B 摄影机（图 7）。平台的位置采用 Matlab 图像处理算法在线提取，并以 12 Hz 的频率供给闭环系统。

平台尖端初始位置为  $X_{\text{start}} = 1071 \mu\text{m}$ ,  $y_{\text{start}} = 550 \mu\text{m}$ ，最新要求的位置是  $X_{\text{des}} = 1071 \mu\text{m}$ ,  $Y_{\text{des}} = 65 \mu\text{m}$ 。图 14 给出了试验结果。这个图显示，根据 CL1 算法（图 8），平台在到达要求位置  $Y_{\text{des}}$  前，在第一阶段执行了 V 形运动。因为沿 X 轴有寄生位移，机器人在到达  $X_{\text{des}}$  位置前，设置其向前运动。运动持续 3.664 s。Y 轴的定位误差为  $35 \mu\text{m}$ （7.2% 误差），X 轴为  $6 \mu\text{m}$ ，这标志着对开环法的很大改进。Y 轴的误差主要是由于平台向前运动发生的寄生位移。运用闭环轨迹控制算法提高了工艺要求，可以进一步减少

误差。

最后一个试验给出了闭环法 CL2 算法的结果。机器人位置还是由摄像显微镜提供。平台尖端开始位置在  $X_{\text{start}} = 750 \mu\text{m}$ ,  $Y_{\text{start}} = 1080 \mu\text{m}$ ，新的要求位置为  $X_{\text{des}} = 750 \mu\text{m}$ ,  $Y_{\text{des}} = 280 \mu\text{m}$ 。图 15 描绘了所得结果，并显示在执行了两个连贯的 V 形运动后，达到了要求终点。X 轴定位误差为  $4 \mu\text{m}$ ，Y 轴为  $13 \mu\text{m}$ （1.6% 误差），意即 CL2 闭环算法定位结果比 CL1 算法好。

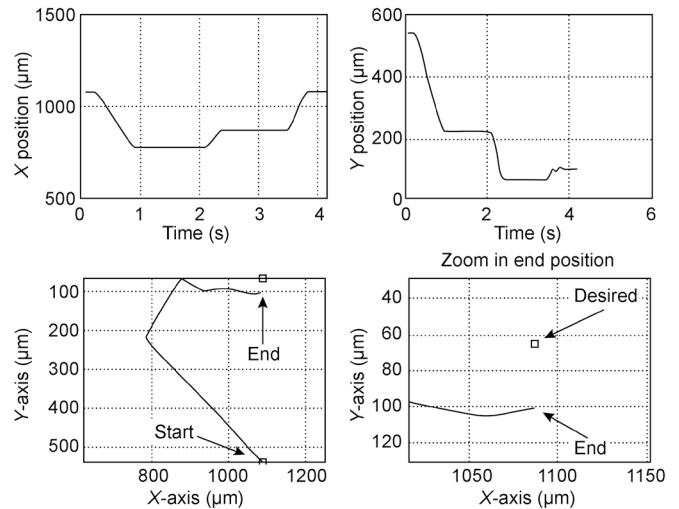


图 14. 末端器路径，使用闭环法 CL1 算法沿 X 轴和 Y 轴轨迹。

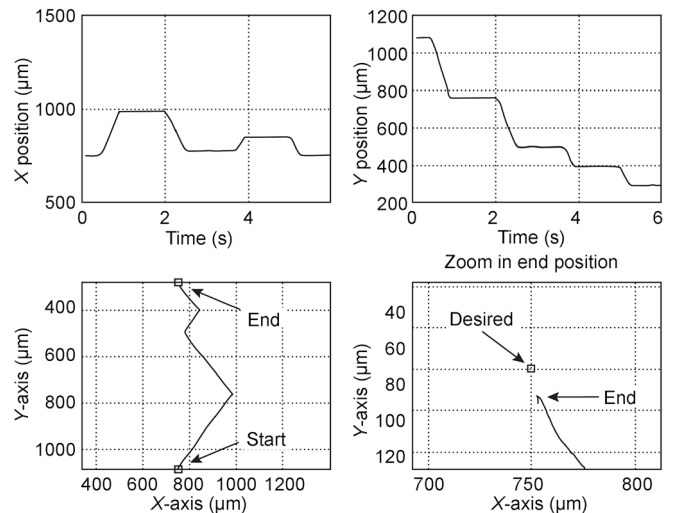


图 15. 末端器路径，使用闭环法 CL2 算法沿 X 轴和 Y 轴轨迹。

## 6 结论

本文提出了由两台振动直流微型电机驱动的移动微型机器人的非完整约束补偿定位算法的构想和实际实施。所提出的方法包括基于开环和闭环的方法，并能产生微型机器人平台的侧向净位移。这是通过若干重复步骤的执行来实现的，这些步骤是通过与期望位置、速度和时

间相关的步骤来实现的。仿真和试验结果展示了所提算法的性能。结果显示，闭环法比开环法好很多，CL2 闭环算法比 CL1 算法的效果好。

## 致谢

特此感谢 A. Nikolakakis 和 C. Dimitropoulos 对完成这些试验的帮助。

## Compliance with ethics guidelines

Kostas Vlachos, Dimitris Papadimitriou, and Evangelos Papadopoulos declare that they have no conflict of interest or financial conflicts to disclose.

## References

1. A. Kortschack, A. Shirinov, T. Trüper, S. Fatikow. Development of mobile versatile nanohandling microrobots: Design, driving principles, haptic control. *Robotica*, 2005, 23(4): 419–434
2. J. M. Breguet, R. Clavel. Stick and slip actuators: Design, control, performances and applications. In: *Proceedings of the 1998 Int. Symposium on Micro-mechatronics and Human Science (MHS)*. Nagoya: IEEE, 1998, 89–95
3. F. Schmoekkel, S. Fatikow. Smart flexible microrobots for scanning electron microscope (SEM) applications. *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, 2000, 11(3): 191–198
4. B. Roland, Z. Wolfgang, C. Alain. Inertial drives for micro- and nanorobots: Analytical study. In: L. E. Parker, eds. *Proceedings of SPIE Photonics East '95: Proc. Microrobotics and Micromechanical Systems Symposium*, vol 2593. Philadelphia, 1995: 89–97
5. S. Martel, et al. Three-legged wireless miniature robots for mass-scale operations at the sub-atomic scale. In: *Proceedings of 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*. Seoul: IEEE, 2001: 3423–3428
6. J. Brufau, et al. MICRON: Small autonomous robot for cell manipulation applications. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation*. IEEE, 2005: 844–849
7. M. Karpelson, G. Y. Wei, R. J. Wood. Driving high voltage piezoelectric actuators in microrobotic applications. *Sens. Actuators A Phys.*, 2012, 4(176): 78–89
8. P. Vartholomeos, E. Papadopoulos. Dynamics, design and simulation of a novel microrobotic platform employing vibration microactuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 2006, 128(1): 122–133
9. R. W. Brockett. Control theory and singular Riemannian geometry. In: P. Hilton, G. Young, eds. *New Directions in Applied Mathematics*. New York: Springer-Verlag, 1981: 11–27
10. J. P. Laumond. Feasible trajectories for mobile robots with kinematic and environment constraints. In: *Proceedings of an International Conference on Intelligent Autonomous Systems*, 1986: 346–354
11. J. Barraquand, J. C. Latombe. On nonholonomic mobile robots and optimal maneuvering. In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control*. Albany: IEEE, 1989: 340–347
12. J. A. Reeds, L. A. Shepp. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards. *Pac. J. Math.*, 1990, 145(2): 367–393
13. L. Gurvits, Z. Li. Smooth time-periodic feedback solutions for nonholonomic motion planning. In: Z. Li, J. F. Canny, eds. *Nonholonomic Motion Planning*. New York: Springer, 1993: 53–108
14. R. M. Murray, S. S. Sastry. Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1993, 38(5): 700–716
15. K. Vlachos, P. Vartholomeos, E. Papadopoulos. A haptic tele-manipulation environment for a vibration-driven micromechatronic device. In: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Systems*. Zurich: IEEE, 2007: 1–6