学术论文

可靠性工程中参数的一种估计方法

韩　明
（中国人民大学统计学系，北京　100872；浙江海洋学院数学系，浙江舟山　316004）

[摘要]　提出了可靠性工程中参数的一种估计方法——新Bayes估计法，给出了失效概率、失效率的新Bayes估计的定义及其新Bayes估计。最后，结合实际问题的数据，进行了具体计算和分析，结果表明所提出的新Bayes估计法有效、可行，便于工程技术人员在工程中应用。

[关键词]　可靠性工程；参数估计；新Bayes估计；失效概率
[中图分类号]　TP114.3；O213.2　[文献标识码]　A　[文章编号]　1009-1742（2003）03-0051-06

1　引言

关于可靠性工程中的参数估计，近年来用Bayes方法取得了一些进展。特别是，自提出多层先验分布的想法[1]和先验分布的构造方法[2]以来，Bayes方法在可靠性数据的处理上取得了一些进展。但用Bayes方法得到的结果有时要涉及数值积分，数值积分计算有时即使借助计算机，实际计算也是相当困难的，这在一定程度上制约了Bayes方法在工程中的应用。笔者提出的产品可靠性参数的一种估计方法——新Bayes估计法，实质上是Bayes估计的一种推广，不用进行数值积分，容易实现计算，便于工程实际使用。

在可靠性试验中，常会得到各种截尾数据。对某产品进行 m 次定时截尾试验，截尾时间为 t_i，$t_1 < t_2 < \cdots < t_m$，相应试验样品数为 n_i，若试验的结果是 n_i 个样品中有 r_i 个失效，$r_i = 0, 1, 2, \cdots, n_i$，$i = 1, 2, \cdots, m$，则称 (r_i, n_i, t_i) 为此定时截尾试验获得的结果。

2　参数的新Bayes估计定义

2.1　p_i 的新Bayes估计的定义

在文献[3]中，提出了产品可靠性数据的一种处理方法——配分布曲线法，是在无失效数据的情况下提出这方法（关于无失效数据的研究情况，见文献[4]），但该方法也适用于有失效数据的情况。配分布曲线法的关键是给出时刻 t_i 处的失效概率 $p_i = P\{T < t_i\}$ 的估计。

取失效概率 p_i 的共轭先验分布——Beta分布作为 p_i 的先验分布，其密度函数为

$$\pi(p_i \mid a,b) = p_i^{a-1}(1-p_i)^{b-1}/\mathrm{B}(a,b)。\quad(1)$$

其中　$0 < p_i < 1$，$\mathrm{B}(a,b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1}\mathrm{d}t$ 为Beta函数。

文献[2]中提出先验分布的构造方法——减函数法。若根据先验信息知道所研究产品的失效概率小的可能性大，或者失效概率大的可能性小，按文献[2]，应选择 a 和 b 使 $\pi(p_i \mid a, b)$ 为 p_i 的减函数，为此求 $\pi(p_i \mid a, b)$ 对 p_i 的一阶导数：

$$\frac{\mathrm{d}\pi(p_i \mid a,b)}{\mathrm{d}p_i} = \frac{A}{\mathrm{B}(a,b)} p_i^{a-2}(1-p_i)^{b-2} \cdot [(a-1)(1-p_i) - (b-1)p_i]。$$

由于 $a > 0, b > 0, 0 < p_i < 1$，所以当 $0 < a < 1, b > 1$ 时有，$\frac{\mathrm{d}\pi(p_i \mid a, b)}{\mathrm{d}p_i} < 0$，即此时 $\pi(p_i \mid a, b)$ 为 p_i 的减函数。

考虑到Beta分布的性质，在 $0 < a < 1$ 的条

[收稿日期]　2002-09-23；修回日期　2002-11-11
[基金项目]　浙江省自然科学基金资助项目（100026），浙江省“一五一”人才工程基金资助项目（992071）
[作者简介]　韩　明（1961-），男，吉林四平市人，浙江海洋学院副教授，中国人民大学博士研究生

件下，b 越大，Beta 分布的密度函数的尾部越细，从 Bayes 估计的稳健性看[5]，尾部越细的先验分布常使 Bayes 估计的稳健性差，因此 b 应有一个界限，设 b 的上界为 $c(c>1$ 为常数)。由此可确定超参数 a，b 的范围为 $0<a<1$，$1<b<c$。

定义1 称 $\hat{p}_i=\iint\limits_{D_1}\hat{p}_i(a,b)\pi(a,b)\mathrm{d}a\mathrm{d}b$ 为失效概率 p_i 的新 Bayes 估计，$i=1,2,\cdots,m$。当 a，b 为已知的常数时，$\hat{p}_i=\hat{p}_i(a,b)$。其中：$D_1=\{(a,b):0<a<1,1<b<c\}$，$c>1$ 为常数，$\pi(a,b)$ 为 a 和 b 在区域 D_1 上的密度函数（区域 D_1 由超参数 a 和 b 的取值范围构成），$\hat{p}_i(a,b)$ 为 p_i 的 Bayes 估计。

从定义1可以看出，p_i 的新 Bayes 估计 $\hat{p}_i$ 是 $\hat{p}_i(a,b)$ 的数学期望，即 $\hat{p}_i=E[\hat{p}_i(a,b)]$。

p_i 的新 Bayes 估计是通常意义下 p_i 的 Bayes 估计的一种推广，这种推广实质上是把先验分布中的 a，b 从已知的常数推广到了取值在区域 $D_1=\{(a,b):0<a<1,1<b<c\}$ 上的变量。

2.2 λ 的新 Bayes 估计的定义

设某产品的寿命服从指数分布，其密度函数为

$$f(t)=\lambda\exp(-\lambda t),$$

其中 $t>0$，$\lambda>0$，λ 为指数分布的失效率。

若失效率 λ 的先验分布为 Gamma 分布——Gamma (a,b)，其密度函数为

$$\pi(\lambda\mid a,b)=b^a\lambda^{a-1}\exp(-b\lambda)/\Gamma(a),\quad 0<\lambda<\infty,\ a>0,\ b>0。\tag{2}$$

其中 $\Gamma(a)=\int_0^{\infty}t^{a-1}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$ 为 Gamma 函数，a 和 b 为超参数。

若根据先验信息知道所研究产品的失效率小的可能性大，或者失效率大的可能性小，按文献[2]应选择 a 和 b 使 $\pi(\lambda\mid a,b)$ 为 λ 的减函数。从式(2)求出 $\pi(\lambda\mid a,b)$ 对 λ 的一阶导数为

$$\frac{\mathrm{d}\pi(\lambda\mid a,b)}{\mathrm{d}\lambda}=[b^a\lambda^{a-2}\exp(-b\lambda)/\Gamma(a)]\cdot[(a-1)-b\lambda]。$$

由于 $\lambda>0$，$a>0$，$b>0$，当 $0<a<1$ 与 $b>0$ 时，$\frac{\mathrm{d}\pi(\lambda\mid a,b)}{\mathrm{d}\lambda}<0$，即 $\pi(\lambda\mid a,b)$ 为 λ 的减函数。

从 Bayes 估计的稳健性看[5]，尾部越细的先验分布会使 Bayes 估计的稳健性差，因此 b 不宜过大，设 b 的上界为 $c(c>0$ 为常数)，这样可以确定超参数 a 与 b 的范围为 $0<a<1$，$0<b<c$。

定义2 称 $\hat{\lambda}=\iint\limits_{D_2}\hat{\lambda}(a,b)\pi(a,b)\mathrm{d}a\mathrm{d}b$ 为失效率 λ 的新 Bayes 估计。当 a 和 b 为已知常数时，$\hat{\lambda}=\hat{\lambda}(a,b)$。其中 $D_2=\{(a,b):0<a<1,0<b<c\}$，$c>0$ 为常数，$\pi(a,b)$ 为 a 和 b 在区域 D_2 上的密度函数，$\hat{\lambda}(a,b)$ 为 λ 的 Bayes 估计（用超参数 a 与 b 表示的）。

从定义2可以看出，λ 的新 Bayes 估计 $\hat{\lambda}$ 是 $\hat{\lambda}(a,b)$ 的数学期望，即 $\hat{\lambda}=E[\hat{\lambda}(a,b)]$。

λ 的新 Bayes 估计是通常意义下 λ 的 Bayes 估计的一种推广，这种推广实质上是把先验分布中的 a 与 b 从已知常数推广到了区域 $D_2=\{(a,b):0<a<1,0<b<c\}$ 上变量。

3 参数的新 Bayes 估计

3.1 p_i 的新 Bayes 估计

定理1 对某产品进行 m 次定时截尾试验，此定时截尾试验获得的结果为 (r_i,n_i,t_i)，$i=1,2,\cdots,m$，记 $e_i=r_1+r_2+\cdots+r_i$，$s_i=n_1+n_2+\cdots+n_i$，若 p_i 的先验密度 $\pi(p_i\mid a,b)$ 由式(1)给出，则

1）在平方损失下，p_i 的 Bayes 估计为

$$\hat{p}_i(a,b)=\frac{a+e_i}{a+b+s_i};$$

2）若 a 和 b 的先验分布为区域 D_1 上的均匀分布，p_i 的新 Bayes 估计为

$$\hat{p}_i=\frac{1}{(c-1)}\{[g(s_i,c)-g(s_i,1)]+e_i[p(s_i,c]-p(s_i,1)]\},$$

其中：

$$g(s_i,c)=q(s_i,c)/2-(s_i+c)p(s_i,c),$$

$$q(s_i,c)=(s_i+1+c)^2[\ln(s_i+1+c)-0.5]-(s_i+c)^2[\ln(s_i+c)-0.5],$$

$$p(s_i,c)=(s_i+1+c)[\ln(s_i+1+c)-1]-(s_i+c)[\ln(s_i+c)-1]。$$

证明 1）对某产品进行 m 次定时截尾试验，此定时截尾试验获得的结果为 (r_i,n_i,t_i)，$i=1,2,\cdots,m$，记 $e_i=r_1+r_2+\cdots+r_i$，$s_i=n_1+n_2+\cdots+n_i$。若在第 i 次定时截尾试验中，结果有 r_i 个样品失效，$r_i=0,1,2,\cdots,n_i$，则 p_i 的似然函数为

$$L(r_i\mid p_i)=C_{s_i}^{e_i}p_i^{e_i}(1-p_i)^{s_i-e_i},0<p_i<1。$$

若 p_i 的先验密度 $\pi(p_i \mid a, b)$ 由式(1)给出，根据 Bayes 定理，则 p_i 的后验密度为

$$h(p_i \mid r_i) = \frac{\pi(p_i \mid a,b)L(r_i \mid p_i)}{\int_0^1 \pi(p_i \mid a,b)L(r_i \mid p_i)\mathrm{d}p_i} =$$

$$\frac{p_i^{a+e_i-1}(1-p_i)^{b+s_i-e_i-1}}{\int_0^1 p_i^{a+e_i-1}(1-p_i)^{b+s_i-e_i-1}\mathrm{d}p_i} =$$

$$\frac{p_i^{a+e_i-1}(1-p_i)^{b+s_i-e_i-1}}{\mathrm{B}(a+e_i, b+s_i-e_i)},$$

其中 $0 < p_i < 1$。

则在二次方损失下，p_i 的 Bayes 估计为

$$\hat{p}_i(a,b) = \int_0^1 p_i h(p_i \mid r_i)\mathrm{d}p_i =$$

$$\frac{\int_0^1 p_i^{(a+e_i+1)-1}(1-p_i)^{b+s_i-e_i-1}\mathrm{d}a}{\mathrm{B}(a+e_i, b+s_i-e_i)} = \frac{a+e_i}{a+b+s_i}$$

2）若 a 和 b 的先验分布为区域 D_1 上的均匀分布，根据定义1，则 p_i 的新 Bayes 估计为

$$\hat{p}_i = \iint_{D_1} \hat{p}_i(a,b)\pi(a,b)\mathrm{d}a\mathrm{d}b =$$

$$\frac{1}{(c-1)}\int_0^1\int_1^c \frac{a+e_i}{a+b+s_i}\mathrm{d}b\mathrm{d}a =$$

$$\frac{1}{(c-1)}\int_0^1 (a+e_i)\int_1^c \left[\frac{\mathrm{d}b}{a+b+s_i}\right]\mathrm{d}a =$$

$$\frac{1}{(c-1)}\left\{\left[\int_0^1 a\ln(a+c+s_i)\mathrm{d}a - \int_0^1 a\ln(a+1+s_i)\mathrm{d}a\right] + e_i\left[\int_0^1 \ln(a+c+s_i)\mathrm{d}a - \int_0^1 \ln(a+1+s_i)\mathrm{d}a\right]\right\} =$$

$$\{[g(s_i,c) - g(s_i,1)] + e_i[p(s_i,c) - p(s_i,1)]\}/(c-1),$$

其中

$$g(s_i, c) = q(s_i, c)/2 - (s_i + c)p(s_i,c),$$

$$q(s_i, c) = (s_i+1+c)^2[\ln(s_i+1+c) - 0.5] - (s_i+c)^2[\ln(s_i+c) - 0.5],$$

$$p(s_i, c) = (s_i+1+c)[\ln(s_i+1+c) - 1] - (s_i+c)[\ln(s_i+c) - 1]。$$

3.2 λ 的新 Bayes 估计

定理2 对寿命服从指数分布的产品进行 m 次定时截尾试验，此定时截尾试验获得的结果为 (r_i, n_i, t_i)，$i = 1, 2, \cdots, m$，若 λ 的先验密度 $\pi(\lambda \mid a, b)$ 由式(2)给出，则：

1）在二次方损失下，λ 的 Bayes 估计为

$$\hat{\lambda}(a,b) = \left(a + \sum_{i=1}^m r_i\right)\Big/\left(b + \sum_{i=1}^m n_i t_i\right),$$

2）若 a 和 b 的先验分布为区间 D_2 上的均匀分布，λ 的新 Bayes 估计为

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{2c}\left(1 + 2\sum_{i=1}^m r_i\right)\cdot \ln\left(\left(c + \sum_{i=1}^m n_i t_i\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^m n_i t_i\right)\right)。$$

证明 1）对寿命服从指数分布的产品进行 m 次定时截尾试验，若在第 i 次定时截尾试验中，有 X_i 个样品失效，根据文献［6］，则 X_i 服从参数为 $n_i t_i \lambda$ 的 Poisson 分布，则有

$$p\{X_i = r_i\} = ((n_i t_i \lambda)^{r_i}/(r_i)!)\exp(-n_i t_i \lambda),$$

其中 $r_i = 0, 1, 2, \cdots, n_i$，$i = 1, 2, \cdots, m$。

则 λ 的似然函数为（每次试验是相互独立的）

$$L(r_i \mid \lambda) = p\{X_1 = r_1, X_2 = r_2, \cdots, X_m = r_m\} = \prod_{i=1}^m p\{X_i = r_i\} =$$

$$\left\{\exp\left[-\left(\sum_{i=1}^m n_i t_i\right)\lambda\right]\right\}\left\{\prod_{i=1}^m (n_i t_i \lambda)^{r_i}/(r_i)!\right\} =$$

$$\left\{\prod_{i=1}^m (n_i t_i \lambda)^{r_i}\Big/(r_i)!\right\}\exp(-M\lambda),$$

其中 $M = \sum_{i=1}^m n_i t_i$。

若 λ 的先验密度 $\pi(\lambda \mid a,b)$ 由式(2)给出，记 $r = \sum_{i=1}^m r_i$，根据 Bayes 定理，则 λ 的后验密度为

$$h(\lambda \mid r_i) = \frac{\pi(\lambda \mid a,b)L(r_i \mid \lambda)}{\int_0^\infty \pi(\lambda \mid a,b)L(r_i \mid \lambda)\mathrm{d}\lambda} =$$

$$\frac{\lambda^{(a+r)-1}\exp[-(b+M)\lambda]}{\int_0^\infty \lambda^{(a+r)-1}\exp[-(b+M)\lambda]d\lambda} =$$

$$\frac{(b+M)^{a+r}\lambda^{(a+r)-1}\exp[-(b+M)\lambda]}{\int_0^\infty [(b+M)\lambda]^{(a+r)-1}\exp[-(b+M)\lambda]\mathrm{d}[(b+M)\lambda]} =$$

$$\frac{(b+M)^{a+r}\lambda^{(a+r)-1}\exp[-(b+M)\lambda]}{\Gamma(a+r)},$$

其中 $0 < \lambda < \infty$，$\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1}\exp(-t)\mathrm{d}t$ 为 Gamma 函数。

则在二次方损失下，λ 的 Bayes 估计为

$$\hat{\lambda}(a,b) = \int_0^\infty \lambda h(\lambda \mid M)\mathrm{d}\lambda = \frac{(b+M)^{a+r}}{\Gamma(a+r)}\cdot$$

$$\int_0^\infty \lambda^{(a+r+1)-1}\exp\left[-(b+M)\lambda\right]d\lambda =$$

$$\frac{(b+M)^{a+r}\Gamma(a+r+1)}{(b+M)^{a+r+1}\Gamma(a+r)} = \frac{a+r}{b+M} =$$

$$\left(a+\sum_{i=1}^{m} r_i\right)\Big/\left(b+\sum_{i=1}^{m} n_i t_i\right)。$$

2) 若 a 和 b 的先验分布为区间 D_2 上的均匀分布，根据定义 2，则 λ 的新 Bayes 估计为

$$\hat{\lambda} = \iint_{D_2} \hat{\lambda}(a,b)\pi(a,b)\mathrm{d}a\mathrm{d}b =$$

$$\frac{1}{c}\int_0^c\int_0^1 \frac{a+r}{b+M}\mathrm{d}a\mathrm{d}b =$$

$$\frac{1}{c}\int_0^1 (a+r)\mathrm{d}a\int_0^c \frac{\mathrm{d}b}{b+M} =$$

$$\frac{(1+2r)}{2c}\ln\left(\frac{c+M}{M}\right) =$$

$$\frac{1}{2c}\left(1+2\sum_{i=1}^{m} r_i\right)\ln\left(\left(c+\sum_{i=1}^{m} n_i t_i\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{m} n_i t_i\right)\right)。$$

4 数值例

4.1 某型发动机试验数据的处理

对 35 台某型发动机进行定时截尾试验，获得的试验数据见表 1。

表 1 某型发动机的试验数据

Table 1 Test data of some engine

i	1	2	3	4	5	6	7	8
t_i/h	56	124	337	478	609	815	1 156	1 480
n_i	2	3	3	5	4	5	6	5
r_i	0	0	0	1	0	1	2	1
e_i	0	0	0	1	1	2	4	5
s_i	2	5	8	13	17	22	28	35

根据表 1、定理 1，经计算得到 p_i 的新 Bayes 估计 $\hat{p}_i$ ($2\leqslant c\leqslant 8$)，其结果列于表 2。

表 2 p_i 的新 Bayes 估计 $\hat{p}_i$ 的计算结果

Table 2 Result for new Bayesian estimate $\hat{p}_i$ of p_i

c	i							
	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0.120 993	0.069 959	0.049 247	0.099 703	0.078 753	0.104 052	0.149 935	0.148 606
3	0.109 141	0.065 656	0.047 037	0.096 594	0.076 788	0.101 973	0.147 517	0.146 651
4	0.099 888	0.061 983	0.045 069	0.093 729	0.074 947	0.100 000	0.145 200	0.144 763
5	0.092 406	0.058 799	0.043 303	0.091 076	0.073 219	0.098 125	0.142 977	0.142 938
6	0.086 195	0.056 004	0.041 706	0.088 611	0.071 591	0.096 339	0.140 842	0.141 172
7	0.080 936	0.053 526	0.040 253	0.086 313	0.070 055	0.094 637	0.138 788	0.139 463
8	0.076 409	0.051 309	0.038 923	0.084 164	0.068 602	0.093 011	0.136 812	0.137 807
极差	0.044 584	0.018 650	0.010 324	0.015 539	0.010 151	0.011 041	0.013 123	0.010 799

从表 2 可以看出，对不同的 $c(2\leqslant c\leqslant 8)$，$\hat{p}_i$ 的最大极差 < 4.5 %，因此，对不同的 $c(2\leqslant c\leqslant 8)$，$p_i$ 的新 Bayes 估计 $\hat{p}_i$ 是稳健的。

设该发动机的寿命服从 Weibull 分布，根据文献[3]，可以给出了 Weibull 中分布参数 m 和 η 的加权最小二乘估计如下：

$$\hat{m} = \frac{1}{\hat{\sigma}},\quad \hat{\eta} = \exp(\hat{\mu})。\tag{3}$$

其中：$\hat{\mu} = \dfrac{BC-AD}{B-A^2}$，$\hat{\sigma} = \dfrac{D-AC}{B-A^2}$，$A = \sum_{i=1}^{m}\omega_i x_i$，$B = \sum_{i=1}^{m}\omega_x x_i^2$，$x_i = \ln\left(\dfrac{1}{1-\hat{p}_i}\right)$，$C = \sum_{i=1}^{m}\omega_i y_i$，$D = \sum_{i=1}^{m}\omega_i x_i y_i$，$y_i = \ln t_i$，$\hat{p}_i$ 是 p_i 的新 Bayes 估计 ($i = 1, 2, \cdots, m$)，由定理 2 给出 $\omega_i = n_i t_i\Big/\left(\sum_{j=1}^{m} n_j t_j\right)$ 为权重。

由此可得可靠度的估计为

$$\hat{R}(t) = \exp\left\{-(t/\hat{\eta})^{\hat{m}}\right\}。\tag{4}$$

根据表 2 和式 (3)，计算得参数 m 和 η 的加权最小二乘估计 ($2\leqslant c\leqslant 8$)，结果列于表 3。

根据表 3、式 (4)，可得可靠度的估计 ($2\leqslant c\leqslant 8$)，其结果列于表 4。

表 3　m 和 η 的加权最小二乘估计

Table 3　Weighted least squared estimate of m and η

c	2	3	4	5	6	7	8	极差
$\hat{m}$	0.505 967	0.511 826	0.517 477	0.522 921	0.528 165	0.533 218	0.538 092	0.032 125
$\hat{\eta}$	54 902.16	54 748.74	54 592.52	54 441.68	54 300.03	54 169.16	54 049.51	852.65

表 4　可靠度估计 $\hat{R}(t)$

Table 4　Estimate $\hat{R}(t)$ of the reliability

c	t / h						
	100	300	600	900	1 200	1 500	1 800
2	0.959 732	0.930849	0.903 246	0.882 557	0.865 449	0.850 629	0.837 434
3	0.961 110	0.932763	0.905 521	0.885 030	0.868 048	0.853 313	0.840 175
4	0.962 390	0.934554	0.907 657	0.887 358	0.870 497	0.855 844	0.842 764
5	0.963 584	0.936234	0.909 669	0.889 554	0.872 812	0.858 240	0.845 216
6	0.964 698	0.937812	0.911 567	0.891 631	0.875 006	0.860 513	0.847 545
7	0.965 742	0.939299	0.913 362	0.893 602	0.877 090	0.862 676	0.849 763
8	0.966 720	0.940703	0.915 064	0.895 474	0.879 074	0.864 738	0.851 880
极差	0.006 989	0.009854	0.011 818	0.012 917	0.013 625	0.014 109	0.014 446

从表 3、表 4 的结果看，对不同 c（$2\leqslant c\leqslant 8$），虽然 m 和 η 的加权最小二乘估计 $\hat{m}$ 和 $\hat{\eta}$ 有些波动，但可靠度的估计的最大极差 < 1.45 %，因此，可靠度的估计是稳健的。建议 c 在 $2\leqslant c\leqslant 8$ 居中取值，可取 $c = 5$。

4.2　某型电子元件试验数据的处理

对 41 个某型电子元件进行定时截尾试验，获得的试验数据见表 5。

设该型电子元件的寿命服从指数分布，根据表 5 和定理 2，计算的失效率的新 Bayes 估计 $\hat{\lambda}$ 结果列于表 6（$20\leqslant c\leqslant 5\ 000$）。

从表 6 的结果看，对不同的 c（$20\leqslant c\leqslant 5\ 000$），极差为 0.130×10^{-4}，因此失效率的新 Bayes 估计 $\hat{\lambda}$ 是稳健的。根据表 6，可靠度估计见表 7，对不同 c（$20\leqslant c\leqslant 5\ 000$），最大极差为 0.015 08，因此可靠度的估计是稳健的。建议 c 在 $20\leqslant c\leqslant 5\ 000$ 居中附近取值，如 $c = 2\ 500$。

表 5　某型电子元件的试验数据

Table 5　Test data of some electron organ

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_i/ h	102	149	237	452	607	891	1 024	1 258	1 447
n_i	3	2	4	5	7	5	6	4	5
r_i	0	0	0	1	1	0	2	0	1

表 6　失效率的新 Bayes 估计 $\hat{\lambda}$

Table 6　New Bayesian estimate $\hat{\lambda}$ of the failure rate

c	20	100	300	600	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	极差
$\hat{\lambda}/\times 10^{-4}$	1.778	1.776	1.770	1.761	1.750	1.723	1.697	1.672	1.648	0.130

5　结语

根据定理 1、定理 2，不进行数值积分就可得到失效概率、失效率的新 Bayes 估计结果，便于在工程中实际使用。通过两个数值例，可以看到常数 c 的确定方法，使相应的参数估计是稳健的。

笔者推广了参数估计中的 Bayes 估计法，提出的可靠性参数的一种方法——新 Bayes 估计法，新

表7 可靠度估计 $\hat{R}(t)$

Table 7 Estimate $\hat{R}(t)$ of the reliability

c	t_i/h							
	100	300	500	700	900	1 100	1 300	1 500
20	0.982 38	0.948 06	0.914 94	0.882 97	0.852 13	0.822 36	0.793 63	0.765 90
100	0.982 40	0.948 12	0.915 03	0.883 10	0.852 28	0.822 54	0.793 84	0.766 13
300	0.982 46	0.948 29	0.915 30	0.883 47	0.852 74	0.823 08	0.794 45	0.766 82
6 600	0.982 54	0.948 54	0.915 72	0.884 03	0.853 43	0.823 90	0.795 38	0.767 86
1 000	0.982 65	0.948 85	0.916 22	0.884 71	0.854 28	0.824 89	0.796 52	0.769 13
2 000	0.982 92	0.949 62	0.917 46	0.886 38	0.856 36	0.827 35	0.799 33	0.772 25
3 000	0.983 17	0.950 35	0.918 65	0.888 00	0.858 36	0.829 72	0.802 03	0.775 27
4 000	0.983 42	0.951 08	0.919 80	0.889 55	0.860 30	0.832 00	0.804 64	0.778 18
5 000	0.983 66	0.951 76	0.920 90	0.891 05	0.862 16	0.834 20	0.807 16	0.780 98
极差	0.001 28	0.003 70	0.005 96	0.008 08	0.010 03	0.011 84	0.013 53	0.015 08

Bayes估计法，实质上是在通常意义下的Bayes估计的一种推广，这种推广实质上是把先验分布中的 a，b 从已知的常数推广到了区域 D（由超参数 a 和 b 的取值范围构成）上的变量。

新Bayes估计法不仅适用于可靠性参数的估计，而且还适用于其他参数估计问题。

致谢：感谢张尧庭教授的指导和鼓励。

参考文献

[1] Lindley D V, Smith A F M. Bayes estimaters for the linear model [J], J Roy Statist Soc (Ser B), 1972, 34: 1～41

[2] 韩 明，多层先验分布的构造及其应用 [J]，运筹与管理，1997，6(3)：31～40

[3] 茆诗松，罗朝斌. 无失效数据的可靠性分析 [J]，数理统计与应用概率，1989，4 (4)：489～506

[4] 韩 明. 无失效数据的可靠性分析 [M]，北京：中国统计出版社，1999

[5] Berger J O. Statistical decision theory and bayesian analysis [M]. New York: Springer-Verlag. 1985

[6] 茆诗松，王玲玲. 可靠性统计 [M]，上海：华东师范大学出版社，1984

An Estimate Method of Parametric in Reliability Engineering

Han Ming

(*Department of Statistics*, *Renmin University of China*, *Beijing* 100872, *China*; *Department of Mathematics*, *Zhejiang Ocean University*, *Zhoushan*, *Zhejiang* 316004, *China*)

[**Abstract**] In this paper, the Bayesian method, an estimate method for parameter in reliability engineering is put forward. The author gives definition of the new Bayesian estimate for failure probability and failure rate, and shows the estimate of the failure probability and the failure rate by new Bayesian method. Finally, calculations are performed regarding to practical problems, which show that the new Bayesian method is feasible, easy to operate, and convenient to use for engineers and technicians in fieldwork.

[**Key words**] reliability engineering; parameter estimate; new Bayesian estimate; failure probability