学术论文

新的充分条件和哈密尔顿图

赵克文

（琼州大学数学系，海南五指山 572200）

[摘要] 记 δ 和 α 分别表示图 G 的最小度和独立数，1991 年 Faudree 等人得到图 G 不相邻的任意 2 点 x，y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta$ 的 Hamiltonian 结果。1993 年美国乔治亚州立大学的陈冠涛教授深化 Fan 条件并且得到满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任 2 点 x,y 均有 $\max\{d(x),d(y)\}\geqslant n/2$ 的 Hamiltonian 结果。进一步改进 Faudree 等人的条件和综合陈冠涛教授的思路，研究满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任 2 点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta-1$ 下的情况，并得到：若 2 连通 n 阶图 G 的满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任 2 点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta-1$，则 G 是哈密尔顿图或 $G\in\{K_{(n-1)/2,(n+1)/2},K_2^*\vee 3K_{(n-2)/3}\}$。

[关键词] 哈密尔顿图；邻域并；最小度；独立数

[中图分类号] O157.5　　**[文献标识码]** A　　**[文章编号]** 1009－1742（2003）11－0061－04

1 引言

研究的图 $G=(V,E)$ 均是无向、无重边、无环的图，图 G 的最小度和独立数分别用 δ 和 α 表示，C_m 表示 G 的长为 m 的圈，记为 $C_m:x_1x_2\cdots x_mx_1$，记 S,G_1 是 G 的 2 个子图，$N_S(G_1)=\{u\in V(S):v\in V(G_1),uv\in E(G)\}$，$N_G(u)$ 简写为 $N(u)$，$N^+_{C_m}(G_1)=\{x_{i+1}:x_i\in N_{C_m}(G_1)\}$，$N^-_{C_m}(G_1)=\{x_{i-1}:x_i\in N_{C_m}(G_1)\}$。其他定义见文献[1]。

1984 年 Fan[2]得到结果：

定理 1[2] 若 2 连通 n 阶图 G 的距离为 2 的任意 2 点 x,y 均有 $\max\{d(x),d(y)\}\geqslant n/2$，则 G 是哈密尔顿图。

1993 年 Chen[3]再深化 Fan 条件，得到：

定理 2[3] 若 2 连通 n 阶图 G 的满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任 2 点 x，y 均有 $\max\{d(x),d(y)\}\geqslant n/2$，则 G 是哈密尔顿图。

1991 年 Faudree, Gould, Jacobson 和 Lesniak[4]得到邻域并的结果：

定理 3[4] 若 2 连通 n 阶图 G 不相邻的任意 2 点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta$，则 G 是哈密尔顿图。

1991 年尹家洪[5]再考虑距离为 2 的 2 点的邻集并（也称为邻域并），并且得到：

定理 4[5] 若 2 连通 n 阶图 G 的距离为 2 的任意 2 点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta$，则 G 是哈密尔顿图。

笔者进一步深化上面结果，并且得到结果：

定理 5 若 2 连通 n 阶图 G 的满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任 2 点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta-1$，则 G 是哈密尔顿图，或 $G\in\{K_{(n-1)/2,(n+1)/2},K_2^*\vee 3K_{(n-2)/3}\}$（这里 K_2^* 仅是 2 阶图）。

2 几个引理

引理 1 对 2 连通 n 阶图 G，记 C_m 是图 G 的

[收稿日期] 2003－05－12；修回日期 2003－07－08

[基金项目] 海南省高校科研资助项目（Hjkj200326）

[作者简介] 赵克文（1964－），男，海南三亚市人，硕士，琼州大学副教授，兼职海南师范学院数学系副教授

最长圈，G_1 为 $G-C_m$ 的一分支，$x_{i+1},x_{j+1}\in N_{C_m}(G_1)$ 且 $\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_{j-1}\}\cap N_{C_m}(G_1)=\varnothing$，记 $x\in V(G_1)$，$x_{i+1}\in(x)N^+_{C_m}(x)$，则有 $1\leqslant|N(x_{i+1})\cap N(x)|\leqslant\alpha-1$ 及 $|N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})|\leqslant\alpha-1$。

证明 假设有 $|N(x_{i+1})\cap N(x)|\geqslant\alpha$。此时，因 C_m 是图 G 的最长圈，知 x 和 x_{i+1} 在 $G-C_m$ 中没有公共邻点（否则，若 x 和 x_{i+1} 在 $G-C_m$ 中有公共邻点 v，则有圈 $C^*:x_i\,x\,v\,x_{i+1}\,x_{i+2}\cdots\,x_i$ 比 C_m 长，矛盾），所以 x 和 x_{i+1} 的公共邻点全在 C_m 中，即 $|N^+_{C_m}(x)|\geqslant\alpha$，因 C_m 是最长圈，则易知 $N^+_{C_m}(x)\cup\{x\}$ 是独立点集且点数多于 α（否则，若 $x_{i+1},x_{j+1}\in N^+_{C_m}(G_1)$，使 $x_{i+1}x_{j+1}\in E(G)$，则圈 C^*：$x_ixx_jx_{j-1}\cdots\,x_{i+1}x_{j+1}x_{j+2}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾），即独立数 $\geqslant\alpha+1$，与独立数是 α 矛盾。所以，有 $|N(x_{i+1})\cap N(x)|\leqslant\alpha-1$。

假设 $|N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})|\geqslant\alpha$。此时，因 C_m 是最长圈，显然 $N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})$ 没有点在 $G-C_m$ 中（否则，若 $G-C_m$ 中的点 $u\in N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})$，则记 P 为 G_1 中1条两端点分别与 x_i 和 x_j 相邻的路，当 $u\notin V(P)$，则有圈 $C^*:x_iPx_jx_{j-1}\cdots x_{i+1}\,ux_{j+1}\,x_{j+2}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾；当 $u\in V(P)$，因 P 有点与 x_i 相邻，并且 u 与 x_{i+1} 相邻，从而 G_1 中存在1条两端点分别与 x_i 和 x_{i+1} 相邻的路 P^*，则也有圈 $C:x_iP^*\,x_{i+1}\,x_{i+2}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾），所以 $N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})$ 中点全在 C_m 中，即 $|N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})|=|N_{C_m}(x_{i+1})\cap N_{C_m}(x_{j+1})|=|N^-_{C_m}(x_{i+1})\cap N^-_{C_m}(x_{j+1})|$，又 C_m 是最长圈，所以 $N^-_{C_m}(x_{i+1})\cap N^-_{C_m}(x_{j+1})$ 全部点与 G_1 中任取1点组成的点集中没有相邻的两点（如，若 $x_{k-1},x_{h-1}\in N^-_{C_m}(x_{i+1})\cap N^-_{C_m}(x_{j+1})$，使 $x_{k-1}x_{h-1}\in E(G)$：**a.** 当 $x_{k-1}\in\{x_{i+2},x_{i+3},\cdots,x_j\}$，$x_{h-1}\in\{x_{j+2},x_{j+3},\cdots,x_i\}$ 时，记 P 为 G_1 中1条两端点分别与 x_i 和 x_j 相邻的路，则有圈 $C^*:x_iPx_jx_{j-1}\cdots x_kx_{j+1}x_{j+2}\cdots x_{h-1}\,x_{k-1}\,x_{k-2}\cdots x_{i+1}x_hx_{h+1}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾；**b.** 当 $x_{k-1},x_{h-1}\in\{x_{j+2},x_{j+3},\cdots,x_i\}$ 时，不妨认为 $h\geqslant k+1$，则有圈 $C^*:x_iPx_jx_{j-1}\cdots x_{i+1}\,x_kx_{k+1}\cdots x_{h-1}\,x_{k-1}\,x_{k-2}\cdots x_{j+1}x_hx_{h+1}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾），即这样的点一共不少于 $\alpha+1$，与独立数是 α 矛盾。所以 $|N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})|\leqslant\alpha-1$。

引理2 若2连通 n 阶图 G 满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任2点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta-1$，$C_m$ 是最长圈，G_1 为 $G-C_m$ 的一分支，$x_{i+1},x_{j+1}\in N^+_{C_m}(G_1)$，且 $\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_{j-1}\}\cap N_{C_m}(G_1)=\varnothing$，则 $d(x_{i+1},x_{j+1})=2$。

证明 假设 $d(x_{i+1},x_{j+1})\neq2$。因 C_m 是最长圈，易有 $x_{i+1},x_{j+1}\notin E(G)$，则 $d(x_{i+1},x_{j+1})\geqslant3$，记 $x\in V(G_1)$ 且 x 与 C_m 的 x_i 相邻，**a.** 记 $x_k\in\{x_{i+2},x_{i+3},\cdots,x_j\}$ 与 x_{j+1} 相邻，且满足 $\{x_{i+1},x_{j+2},\cdots,x_{k-1}\}\cap N_{C_m}(x_{j+1})=\varnothing$ 的点，因 $d(x_{i+1},x_{j+1})\geqslant3$，所以 x_k 与 x_{i+1},x 均不相邻。**b.** 记 $x_h\in\{x_{j+2},x_{i+3},\cdots,x_i\}$ 与 x_{j+1} 相邻，且满足 $\{x_{h+1},x_{h+2},\cdots,x_i\}\cap N_{C_m}(x_{j+1})=\varnothing$ 的点，因 $d(x_{i+1},x_{j+1})\geqslant3$，所以 x_h 与 x_{i+1} 不相邻，若 x_h 与 x 也不相邻，则 x_h 与 x_{i+1},x 均不相邻。若 x_h 与 x 相邻，因 C_m 是最长圈，则易知 x_{h+1} 与 x_{i+1},x 均不相邻。**c.** 因 C_m 为最长圈，所以若 $\{x_{i+2},x_{i+3},\cdots,x_j\}\setminus\{x_{j-1},x_j\}$ 中的点 x_h 与 x_{j+1} 相邻时，则 x_{h+1} 与 x_{i+1},x 均不相邻（否则，如果 x_{h+1} 与 x_{i+1} 相邻，则记 P 为 G_1 中1条两端点分别与 x_i 和 x_j 相邻的路，有圈 $C^*:x_iPx_jx_{j-1}\cdots x_{h+1}\,x_{i+1}\,x_{i+2}\cdots x_hx_{j+1}\,x_{j+2}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾；因 $\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots x_{j-1}\}\cap N_{C_m}(G_1)=\varnothing$，所以 x_{h+1} 与 x 不相邻）。若 $\{x_{j+1},x_{j+2},\cdots,x_i\}$ 中的点 x_h 与 x_{j+1} 相邻时，则 x_{h-1} 与 x_{i+1},x 均不相邻（否则，如果 x_{h-1} 与 x_{i+1} 相邻，则有圈 $C^*:x_iPx_jx_{j-1}\cdots x_{i+1}\,x_{h-1}\,x_{h-2}\cdots x_{j+1}\,x_hx_{h+1}\cdots x_i$ 比 C_m 长，矛盾；若 x_{h-1} 与 x 相邻，则记 P^* 为 G_1 中1条两端点分别与 x_{h-1} 和 x_j 相邻的路，则有圈 $C^*:x_jPx_{h-1}\,x_{h-2}\cdots x_{j+1}\,x_hx_{h+1}\cdots x_j$ 比 C_m 长，矛盾）；又 $G-C_m$ 中点 v 与 x_{j+1} 相邻时，v 与 x_{i+1}，x 均不相邻，从而 $|N(x_{i+1})\cup N(x)|\leqslant n-|N(x_{j+1})\setminus\{x_{j-1},x_j\}|-|\{x_k,x_{i+1},x,x_{h+1}\}|\leqslant n-\delta-2$，结合引理知，应有 $|N(x_{i+1})\cup N(x)|\geqslant n-\delta-1$，矛盾。若 $\{x_{i+2},x_{i+3},\cdots,x_j\}\setminus\{x_j\}$ 中没有点与 x_{j+1} 相邻时，则 $|N(x_{i+1})\cup N(x)|\leqslant n-N(x_{j+1})\setminus\{x_j\}|-|\{x_{i+1},x,x_{h+1}\}|\leqslant n-\delta-2$，结合引理知，应有 $|N(x_{i+1})\cup N(x)|\geqslant n-\delta-1$，矛盾。

引理3 若2连通 n 阶图 G 的满足 $1\leqslant|N(x)\cap N(y)|\leqslant\alpha-1$ 的不相邻的任2点 x,y 均有 $|N(x)\cup N(y)|\geqslant n-\delta-1$，$C_m$ 是最长圈，G_1 为 $G-C_m$ 的一分支，则 G_1 中与 C_m 中某点相邻的点

u 必与 G_1 中每一点都相邻。

证明　假设 G_1 中点 u 与 x_i 相邻，而 G_1 中有点 v 与 u 不相邻。此时，因 C_m 是最长圈，记 x_{i+1}，$x_{j+1}\in N^+_{C_m}(G_1)$，且 $\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_{j-1}\}\cap N_{C_m}(G_1)=\varnothing$，由引理 1 和引理 2 知，$1\leqslant|N(x_{i+1})\cap N(x_{j+1})|\leqslant\alpha-1$，则 $|N(x_{i+1})\cup N(x_{j+1})\leqslant n-|N_{G-C_m}(u)|-|N^+_{C_m}(u)|-|\{u,v\}|\leqslant n-\delta-2$，与应有 $|N(x_{i+1})\cup N(x_{j+1})|\geqslant n-\delta-1$，矛盾。

3　定理 5 的证明

证明　假设图 G 不是哈密尔顿图，记 C_m 为 G 的一个最长圈，分情况讨论如下：

1) 情况 1　存在 $G-C_m$ 的一分支 G_1，$|N_{C_m}(G_1)|\geqslant3$，此时，断言 $|V(G-C_m)|=1$。

先证明 $|V(G_1)|=1$。假设 $|V(G_1)|\geqslant2$，记 $x_{i+1},x_{j+1},x_{h+1}\in N^+_{C_m}(G_1)$，且 $\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_{j-1},x_{j+1},x_{j+2},\cdots,x_{h-1}\}\cap N(G_1)=\varnothing$，由引理 2 知，则 $d(x_{i+1},x_{j+1})=d(x_{j+1},x_{h+1})=2$。由引理 3 知，若 G_1 中 2 点 u,v 与 C_m 中 2 点相邻，则 $uv\in E(G)$，因 C_m 是最长圈，所以显然 $x_{h+2}\notin N^+_{C_m}(G_1)$，又 $|V(G_1)|\geqslant2$，在引理 3 之下，x_{h+1} 与 x_{i+1},x_{j+1} 均不相邻，从而 $|N(x_{i+1})\cup N(x_{j+1})|\leqslant n-|V(G_1)|-|N^+_{C_m}(G_1)|-|\{x_{h+2}\}|<n-\delta-1$，矛盾。

再证 $G-C_m$ 的分支数是 1。因为若 $G-C_m$ 的分支数 $\geqslant2$，则记 $G-C_m$ 的另一分支为 G_2，和 $v\in V(G_2)$，因 C_m 为最长圈，则 v 不能与 $N^+_{C_m}(G_1)$ 中 2 点相邻，这样就有 v 与 x_{i+1},x_{j+1} 或 x_{i+1},x_{h+1} 均不相邻（认为 v 与 x_{i+1},x_{j+1} 均不相邻），则 $|N(x_{i+1})\cup N(x_{j+1})\leqslant n-|V(G_1)|-|N^+_{C_m}(G_1)|-|\{v\}|\leqslant n-\delta-2$，矛盾。

说明断言正确，记 $G-C_m=\{u\}$。

a. 子情况 1.1　若 C_m 上有连接的 2 点 x_h，$x_{h+1}\notin N_{C_m}(u)$ 及间隔的 $x_i,x_{i+2}\in N_{C_m}(u)$。

此时可找到这样的 3 点 $x_j,x_{j+1}\notin N_{C_m}(u)$，而 $x_{j+2}\in N_{C_m}(u)$，因 C_m 为最长圈，所以 x_{j+1} 与 x_{i+1},u 均不相邻，从而 $|N(x_{i+1})\cup N(u)|\leqslant n-|N^+_{C_m}(u)|-|\{u\}|-|\{x_{j+1}\}|\leqslant n-\delta-2$，矛盾。

b. 子情况 1.2　对 $N_{C_m}(u)$ 中任 2 点 x_ix_{i+r}，均有 $r\geqslant3$。

此时，记 $x_{i+1},x_{j+1},x_{h+1}\in N^+_{C_m}(G_1)$，且 $\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_{j-1},x_{j+1},x_{j+2},\cdots,x_{h-1}\}\cap N_{C_m}(G_1)=\varnothing$，则 $d(x_{i+1},x_{j+1})=d(x_{j+1},x_{h+1})=2$。则 $|N(x_{i+1})\cup N(x_{j+1})\leqslant n-|N^+_{C_m}(u)|-|\{u\}|\leqslant n-\delta$，知 $N^-_{C_m}(u)$ 中每一点均和与 x_{i+1}，x_{j+1} 之一相邻，即记 x_{i-1} 与 x_{i+1},x_{j+1} 之一相邻；同样由 $|N(x_{j-1})\cup N(x_{h-1})|\leqslant n-|N^-_{C_m}(u)|-|\{u\}|\leqslant n-\delta$，知 x_{i-2} 与 x_{j-1},x_{h-1} 之一相邻，从而易有比 C_m 长的圈，矛盾。

c. 子情况 1.3　除子情况 1.1 和子情况 1.2 外的情况。

此时，必有这样的情况：$x_1,x_3,\cdots,x_{n-2}$（或 $x_2,x_4,\cdots,x_{n-1}$）每点与 u 均相邻，又因 C_{n-1} 是最长圈，所以 C_{n-1} 上没有连接的 2 点与 u 均相邻，以及 $N^+_{C_m}(u)$ 中没有相邻的 2 点。从而 $G=K_{(n-1)/2,(n+1)/2}$。

2) 情况 2　对 $G-C_m$ 的任一分支 G_1，均有 $|N_{C_m}(G_1)|=2$，则断言 $G-C_m$ 的分支数 $=1$。

这是因为若 $G-C_m$ 的分支数 $\geqslant2$，记 $G_i(i=1、2)$ 是 $G-C_m$ 的 2 个分支，记 $N_{C_m}(G_1)=\{x_1,x_i\}$，因 C_m 是最长圈，所以 G_2 中的点至多与 x_2，x_{i+1} 之一相邻（否则，若 G_2 中有 2 点与 x_2,x_{i+1} 分别相邻，则记 P^1 为 G_1 中 1 条两端点分别与 x_1 和 x_i 相邻的路，P^2 为 G_2 中 1 条两端点分别与 x_2 和 x_{i+1} 相邻的路，则有圈 $C^*:x_1P^1x_ix_{i-1}\cdots x_2P^2x_{i+1}x_{i+2}\cdots x_j$ 比 C_m 长，矛盾），可认为 G_2 中的点与 x_2 均不相邻，记 $u\in V(G_1)$，$x_2\in N^+_{C_m}(u)$，从而 $|N(x_2)\cup N(u)|\leqslant n-|V(G_2)|-|\{u,x_2,x_{i+1}\}|$，又因 $|N_{C_m}(G_2)|=2$，显然有 $|V(G_2)|\geqslant\delta-1$，所以 $|N(x_2)\cup N(u)|\leqslant n-\delta-2$，矛盾。

其后记 $G-C_m=G_1$，由 $n-\delta-1\leqslant|N(x_2)\cup N(x_{i+1})\leqslant n-|V(G_1)|-|\{x_2,x_{i+1}\}|$，知 $|V(G_1)|=\delta-1$。因 $|N_{C_m}(G_1)|=2$，即 G_1 中每点和 C_m 上至多 2 点相邻，知 G_1 中每点都与 G_1 中其余点全相邻（否则，将有 1 点的度数 $\leqslant\delta-1$，矛盾），从而 $G[V(G_1)]$ 是完全子图。

记 $V_1=\{x_2,x_3,\cdots,x_{i-1}\}$，$V_2=\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_m\}$，$V_3=V(G_1)$。

显然，因 $G[V(G_1)]$ 是完全子图，且 $|V(G_1)|=\delta-1$，若 $|\{x_{i+1},x_{i+2},\cdots,x_m\}|>\delta-1$，则因 C_m

是最长圈，显然 x_2 与 $\{x_{i+1}, x_{i+2}, \cdots, x_{i+\delta-1}\}$ 中的点均不相邻，x_{i-1} 与 $\{x_{m-(\delta-2)}, x_{m-(\delta-3)}, \cdots, x_m\}$ 中的点均不相邻，记 $u \in V(G_1)$ 与 x_1 相邻，以及由 $|N(x_2) \cup N(u)| \leqslant n - |\{x_{i+1}, x_{i+2}, \cdots, x_{\delta-1}\}| - |\{x_2, u\}| \leqslant n - \delta$，知 $\{x_{i+\delta}, x_{i+\delta+1}, \cdots, x_m\}$ 中的点与 x_2 均相邻；类似有 $\{x_{i+1}, x_{i+2}, \cdots, x_{m-(\delta-1)}\}$ 中的点与 x_{i-1} 均相邻；此时，将有 $\{x_{i+1}, x_{i+2}, \cdots, x_m\}$ 中的 2 点 x_h, x_{h+r} 与 x_2, x_{i-1} 分别相邻，且 $r \leqslant |V(G_1)|$，则易有比 C_m 长的圈 $x_1 G_1 x_i x_{i+1} \cdots x_h x_2 x_3 \cdots x_{i-1} x_{h+r} x_{h+r+1} \cdots x_1$，或 $x_1 G_1 x_i x_{i+1} \cdots x_h x_{i-1} x_{i-2} \cdots x_2 x_{h+r} x_{h+r+1} \cdots x_1$，矛盾。

从而，只能有 $|\{x_2, x_3, \cdots, x_{i-1}\}| = \delta - 1$ 和 $|\{x_{i+1}, x_{i+2}, \cdots, x_m\}| = \delta - 1$。类似上面知 $G[V_1]$ 是完全子图，且 $G[V_2]$ 也是完全子图。显然，因 $|V_k| = \delta - 1, (k = 1,2,3)$，知 V_k 每一点与 x_1, x_i 均相邻，这样就有 $G \in K_2^* \vee 3K_{(n-2)/3}$（这里 K_2^* 为二阶图）。

至此，完成定理的证明。

4 结语

在诸学者研究[2~5]的基础上，笔者进一步深化得到：若 2 连通 n 阶图 G 的满足 $1 \leqslant |N(x) \cap N(y)| \leqslant \alpha - 1$ 的不相邻的任 2 点 x, y 均有 $|N(x) \cup N(y)| \geqslant n - \delta - 1$，则 G 是哈密尔顿图，或 $G \in \{K_{(n-1)/2,(n+1)/2}, K_2^* \vee 3K_{(n-2)/3}\}$，$K_2^*$ 仅是 2 阶图。

图论已在信息工程技术方面的应用做了一些尝试[1,6]，在信息智能化管理系统方面图论的应用已产生一定的影响。互联网络有三大要素：节点间互联拓扑（包括连接通路）、开关元件和控制方式，而连接通路就是图的哈密尔顿圈结构等。这方面 Efe 给出一类图的工作[7]，最近樊建席等研究 BC 图的哈密尔顿圈和路结构等并提出一个猜想[8]。这些研究是比上面 2 类特殊图更为一般又符合一些著名条件的图的一类圈结构。下一步将进一步研究图论，并在信息科学上开展应用研究工作。

笔者谨以此文祝贺琼州大学数学与信息科学研究所成立！

参考文献

[1] Swamy M N S, Thulasiraman K. 图论、网络与算法 [M]. 北京：高等教育出版社，1988

[2] Fan G H. New sufficient conditions for cycles in graphs [J]. J Combin Theory Ser B 1984, 37: 221~227

[3] Chen G T. Hamiltonian graphs involving neighborhood intersections [J]. Discrete Math 1993, 112: 253~258

[4] Faudree R J, Gould R J, Jacobson M S, et al. Neighborhood unions and highly hamilton graphs [J]. Ars Combinatoria, 1991, 31: 139~148

[5] 尹家洪，邻集并与 hamiltonian 性 [J]，东南大学学报，1991，21：21~25

[6] 吴启迪. 多变量系统的图论方法 [M]. 上海：同济大学出版社，1995

[7] Efe. A variation on the hypercube with diameter [J]. IEEE Trans on Computers, 1991, (11): 1312~1316

[8] 樊建席，何力勤. BC 互连网络及其性质 [J]. 计算机学报，2003，(1)：84~90

A New Sufficient Conditions and Hamiltonian graphs

Zhao Kewen

(*Department of Mathematics, Qiongzhou University, Wuzhishan, Hainan* 572200, *China*)

[**Abstract**] Let G be a simple graph, δ and α be minimum degree and independence number of G, respectively, Faudree et al showed, in 1991, the Hamiltonian result with condition $|N(x) \cup N(y)| \geqslant n - \delta$. In 1993, Chen further considered the Hamiltonian with condition $\max\{d(x), d(y)\} \geqslant n/2$ for each pair of non-adjacent vertices x, y with $1 \leqslant |N(x) \cap N(y)| \leqslant \alpha - 1$. In this paper a sufficient condition for a graph to be Hamiltonian graph is shown and the following result is obtained: let G be a 2-connected graph of order n, *if* $|N(x) \cup N(y)| \geqslant n - \delta - 1$ for each pair of non-adjacent vertices x, y with $1 \leqslant |N(x) \cap N(y)| \leqslant \alpha - 1$, then G is Hamiltonian or $G \in \{K_{(n-1)/2,(n+1)/2}, K_2^* \vee 3K_{(n-2)/3}\}$. This result generalizes some results in Hamiltonian graphs.

[**Key words**] Hamiltonian graph; neighborhood union conditions; minimum degree; independence number