2005 年 2 月
第 7 卷第 2 期

中国工程科学
Engineering Science

Feb. 2005
Vol.7 No.2

学术论文

基于动态多指标灰色关联决策模型的研究

党耀国，刘思峰，刘　斌，陶　勇
（南京航空航天大学经济与管理学院，南京　210016）

［摘要］　针对动态多指标系统的决策特点，对指标数据初始化处理时，利用"奖优罚劣"原则，提出了一种易于计算且实用的［－1，1］线性变换算子，用此方法寻求各时段的正、负理想方案，建立一种新的基于动态多指标灰色关联分析决策模型，在模型中充分考虑了各指标在系统中的成长特性，将此特性用于灰色关联分析，为动态多目标决策问题提供了一种科学、实用的方法，并利用现有的实例来证实此方法的科学性与可行性。

［关键词］　灰色关联分析；多指标决策；模型
［中图分类号］ N94　　［文献标识码］ A　　［文章编号］ 1009－1742（2005）02－0069－04

1　引言

近年来，国内外许多学者致力于多目标决策（MADM，multiple attribute decision making）问题的研究，如文献[1，2]就较全面地介绍了 MADM 的理论和方法，目前 MADM 问题的研究主要集中在解决具有多个指标、有限个方案的静态决策问题，关于动态决策和评估问题的研究近几年相继有一些文献[3~5]，但在已有的文献中，大多是将较成熟的静态多指标决策理论和方法移植到动态决策问题上。由于在工程技术系统、社会、经济、管理中存在众多多时段的综合决策与评价问题，这类问题实际上是在决策空间和目标空间的基础上，又增加了一个时间空间，是具有时间、指标、方案的三维决策排序问题。在对这一类问题的决策时，由于指标集中，有些指标具有不同的量纲，对它们难以进行直接比较，因而需要对原始决策矩阵进行初始化处理。由于初始化处理方法较多，使用不同的初始化处理方法可能会得出不同的评价结果。而现有的对决策矩阵处理都是采用在［0，1］区间上的线性变换法，这种方法存在只奖不罚的不足[4]。由于在实际中有时某事物的积极因素与消极因素之间可能相互抵消，这种现象在实际生产和社会生活中是大量存在的，因此有必要在对决策矩阵进行变换时，把规范化决策矩阵中的数值从［0，1］扩充到［－1，1］上。笔者利用 Vague 思想[6~8]和集对分析理论的思想[9，10]，提出了一种易于计算且实用的［－1，1］线性变换算子，该变换把规范化决策矩阵的数据从［0，1］区间上拓展到［－1，1］上，利用此方法得到规范化决策矩阵，利用规范化决策矩阵寻求各时段的正、负理想方案，并在此基础上建立了一种新的基于动态多指标灰色关联分析决策模型。

2　原理与方法

设动态多指标决策问题有 n 个被评估对象或拟定的决策方案组成决策方案集 S_i，m 个评价指标或属性组成指标集 A，$A=\{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$；方案 S_i 在 t 时段（阶段）（$t=1, 2, \cdots, T$）对指标 A_j 的属性值为 $x_{ij}(t)$（$i=1, 2, \cdots, n$，$j=1, 2,$

［收稿日期］　2003－11－10；修回日期　2003－12－29
［基金项目］　国家教育部博士点基金资助项目（20020287001）；江苏省自然科学基金重点资助项目（BK2003211）
［作者简介］　党耀国（1964－），男，河南驻马店市人，南京航空航天大学教授，博士研究生

…, m)，则 t 时段方案集 S 对指标集 A 的决策矩阵为

$$\boldsymbol{X}(t)=\begin{bmatrix}x_{11}(t) & x_{12}(t) & \cdots & x_{1m}(t)\\ x_{21}(t) & x_{22}(t) & \cdots & x_{2m}(t)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ x_{n1}(t) & x_{n2}(t) & \cdots & x_{nm}(t)\end{bmatrix}。$$

指标属性集 $A=\{A_1, A_2,\cdots, A_m\}$ 一般情况下可分为 3 种类型，即效益型、成本型和区间型指标（固定型可视为区间型的特例）。效益型指标是其值越大越好；成本型指标是其值越小越好；区间型指标是其值落在某一特定区间 $[A, B]$ 为最好。

令，$\Omega=\bigcup_{i=1}^{3}\Omega_i$，且 $\Omega_i\cap\Omega_j=\varnothing$，$i, j=1, 2, 3$，$i\neq j$，其中 Ω_1 为效益型指标集，Ω_2 为成本型指标集，Ω_3 为区间型指标集。

2.1 决策矩阵规范化处理方法

由于指标集中的指标具有不同的量纲，在决策时，它们难以进行直接比较，因而需要对原始决策矩阵进行初始化处理。初始化处理方法较多[11]，如均值化变换、始点零象化变换，初值化变换、百分比变换、归一化变换、级差最大值化变换、区间值化变换等等，使用不同的初始化变换处理方法可能会导致评价结果的不同，而现有的对决策矩阵处理都是采用的 [0, 1] 区间线性变换法，这种方法存在只奖不罚的不足。因此，笔者利用 Vague 思想和集对分析的理论思想，把 [0, 1] 区间上的线性变换拓展到 [−1, 1] 上的线性变换，提出了一种易于计算且实用的 [−1, 1] 线性变换算子，而且也弥补了文献 [5] 中提到的不足，其基本思想是对于评价对象的指标值如果优于平均水平时，赋予 0 ~ 1 的正值，如果劣于平均水平时，赋予 0 ~ −1 的负值，具体做法为

首先令 $Z_j(t)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{ij}(t)$，$j=1, 2, \cdots, m$，$t=1, 2, \cdots, T$。

若 A_j 为效益型指标，则

$$r_{ij}(t)=[x_{ij}(t)-z_j(t)]/[\max(\max_j\{x_{ij}(t)\}-z_j(t), z_j(t)-\min_j\{x_{ij}(t)\})]; \quad (1)$$

若 A_j 为成本型指标，则

$$r_{ij}(t)=[z_j(t)-x_{ij}(t)]/[\max(\max_j\{x_{ij}(t)\}-z_j(t), z_j(t)-\min_j\{x_{ij}(t)\})]; \quad (2)$$

若 A_j 为 $[A, B]$ 区间型指标（包括固定型指标，此时 $A=B$），则

$$r_{ij}(t)=\begin{cases}1-\dfrac{2(A-x_{ij}(t))}{A-\min_j(x_{ij}(t)\}} & x_{ij}(t)<A,\\ 1-\dfrac{2(x_{ij}(t)-B)}{\max_j\{x_{ij}(t)\}-B} & x_{ij}(t)>B,\\ 1 & x_{ij}(t)\in[A,B]。\end{cases} \quad (3)$$

以上变换称为 [−1, 1] 线性变换算子。

通过此线性变换算子对决策矩阵 $\boldsymbol{X}(t)=(x_{ij})$ 进行规范化变换，则规范化决策矩阵 $\boldsymbol{R}(t)=(\gamma_{ij})$，$\boldsymbol{R}(t)=(\gamma_{ij})$ 中的元素都是无量纲的，并且所有的元素均符合奖优罚劣的标准及 Vague 思想，而对任意的 $\gamma_{ij}(t)\in[-1,1]$，($i=1, 2, \cdots, n$，$j=1,2, \cdots, m$，$t=1, 2, \cdots, T$)，由于规范化决策矩阵中的元素无量纲，因此它们之间可以进行直接比较；并且由规范化决策矩阵容易求得理想方案和负理想方案。理想方案中各元素都是正值，负理想方案中各元素都是负值，这种方法所得到的理想方案和负理想方案与人们在实际中的思维印象是一致的。

2.2 灰色关联度分析

定义 设 $r_j^+(t)=\max\{r_{ij}(t)\ 1\leqslant i\leqslant n\}$

$$r_j^-(t)=\min\{r_{ij}(t)\ 1\leqslant i\leqslant n\}$$
$$(j=1, 2, \cdots, m),$$

则称方案

$$S^+(t)=\{r_1^+(t), r_2^+(t), \cdots, r_m^+(t)\} \quad (4)$$

与方案

$$S^-(t)=\{r_1^-(t), r_2^-(t), \cdots, r_m^-(t)\} \quad (5)$$

分别为 t 时段（$t=1, 2, \cdots, T$）决策的理想方案和负理想方案。

显然，理想方案与负理想方案都不存在，若理想方案存在，就直接选择理想方案作为选择对象，无需挑选。若负理想方案存在，由于它是所有方案中是最坏的，因而可以直接从方案集中删除。

设通过 Delphi 调查法或 AHP 法确定了每个指标的权重向量为

$$w=(w_1, w_2,\cdots, w_m),\ w_j>0$$
$$(j=1, 2, \cdots, m), \sum_{j=1}^{m}w_j=1。$$

由灰色关联分析方法可知[12]，在 t 时段第 i 方案与理想方案 $S^+(t)$ 关于指标 $A_j(t)$ 的关联系数为

$$\xi_{ij}^+(t)=[\min_i\min_j|r_{ij}(t)-r_j^+(t)|+$$

$$\rho\max_i\max_j|r_{ij}(t)-r_j^+(t)|]/[|r_{ij}(t)-r_j^+(t)|+\rho\max_i\max_j|r_{ij}(t)-r_j^+(t)|],$$

$$(i=1,2,\cdots,n,j=1,2,\cdots,m)\quad(6)$$

在 t 时段第 i 方案与负理想方案 $S^-(t)$ 关于指标 $A_j(t)$ 的关联系数为

$$\xi_{ij}^-(t)=[\min_i\min_j|r_{ij}(t)-r_j^-(t)|+\rho\max_i\max_j|r_{ij}(t)-r_j^-(t)|]/[|r_{ij}(t)-r_j^-(t)|+\rho\max_i\max_j|r_{ij}(t)-r_j^-(t)|],$$

$$(i=1,2,\cdots,n,j=1,2,\cdots,m)\quad(7)$$

式中，ρ 为分辨系数，$\rho\in[0,1]$，一般取 $\rho=0.5$。

在 t 时段，第 i 方案 S_i 与理想方案 $S^+(t)$ 和负理想方案 $S^-(t)$ 的关联度分别为

$$\gamma_i^+(t)=\sum_{j=1}^m w_j\xi_{ij}^+(t),$$

$$(i=1,2,\cdots,n,t=1,2,\cdots,T)\quad(8)$$

$$\gamma_i^-(t)=\sum_{j=1}^m w_j\xi_{ij}^-(t),$$

$$(i=1,2,\cdots,n,t=1,2,\cdots,T)\quad(9)$$

2.3 建立动态多指标决策优化模型

$\gamma_i^+(t)$ 越大，决策方案 S_i 与理想方案 $S^+(t)$ 越接近，方案则越佳；$\gamma_i^-(t)$ 的意义恰好相反。因此，决策方案应该距理想方案最近，而同时又距负理想方案最远。假设决策方案 S_i 以优属度 u_i 从属于理想方案 $S^+(t)$，那么决策方案 S_i 以 $1-u_i$ 从属于负理想 $S^-(t)$，为确定优属度 u_i，建立如下优化模型：

$$\min F(\boldsymbol{u})=\min\sum_{t=1}^T\{[(1-u_i)\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^+(t)]^2+[u_i\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^-(t)]^2\},\quad(10)$$

其中 $\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 为系统的最优解向量；$\boldsymbol{v}$ 为决策方案各时段的权重向量，其中 $\boldsymbol{v}=(v(1),v(2),\cdots,v(T))$，$v(t)>0\ (t=1,2,\cdots,T)$，$\sum_{t=1}^T\boldsymbol{v}(t)=1$。

令 $\dfrac{\partial F}{\partial u_i}=0$，得

$$\frac{\partial F}{\partial u_i}=2\sum_{t=1}^T(1-u_i)(\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^+(t))(-\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^+(t))+2\sum_{t=1}^T u_i(\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^-(t))\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^-(t)=0,$$

故

$$u_i=\Big(\sum_{t=1}^T(\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^+(t))^2\Big)\Big/\Big(\sum_{t=1}^T(\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^+(t))^2+\sum_{t=1}^T(\boldsymbol{v}(t)\gamma_i^-(t))^2\Big)$$

$$(i=1,2,\cdots,n)。\quad(11)$$

由于 u_i 表示决策方案 S_i 优属于理想方案 $S^+(t)$ 的程度，u_i 越大，决策方案 S_i 越优，反之，u_i 越小，决策方案 S_i 越差。

3 应用实例

投资银行欲对某 4 家企业 A_1，A_2，A_3，A_4 进行投资，选取 5 项指标进行决策，分别为投资净产值率，投资销售率，投资成本率，投资利税率，环境污染程度。投资银行对这 4 家企业 A_1，A_2，A_3，A_4 进行了考察，具体数据见文献[3]，文献[3]根据 Delphi 调查法，按照专家们的意见确定了各指标的权重向量为 $\boldsymbol{w}=(0.241,0.225,0.239,0.217,0.078)$，3 个时段的权重向量为 $\boldsymbol{v}=(0.329,0.326,0.345)$。

首先计算它们各时段的规范化决策矩阵：

$$\boldsymbol{R}(1)=\begin{bmatrix}-0.2384 & -0.4337 & 0.0571 & 0.5438 & -0.931\\ 0.8609 & 0.8439 & -0.6857 & -0.0877 & -0.6551\\ -1 & -1 & -0.3714 & 0.5438 & 1\\ 0.3774 & 0.5898 & 1 & -1 & 0.5862\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{R}(2)=\begin{bmatrix}1 & 1 & -0.4545 & 0.6417 & -1\\ -0.1111 & -0.5510 & -0.25 & 1 & 0.5757\\ -0.3333 & -0.2244 & -0.2954 & -0.9701 & 0.8181\\ -0.5556 & -0.2244 & 1 & -0.6716 & -0.3939\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{R}(3)=\begin{bmatrix}-0.9823 & -0.2631 & -0.4453 & 0.625 & -0.1578\\ 1 & 1 & -0.9159 & 0 & 0.4736\\ 0.1150 & -0.8421 & 0.3613 & -1 & 0.6842\\ -0.1327 & 0.1052 & 1 & 0.375 & -1\end{bmatrix}。$$

在第一时段，理想方案 $S^+(1)$ 和负理想方案 $S^-(1)$ 分别为

$S^+(1)=\{0.8609,0.8439,1,0.5438,1\}$，

$S^-(1)=\{-1,-1,-0.6857,-1,-0.931\}$。

因而在第一时段，所有方案 S_i 与理想方案 $S^+(1)$ 和负理想方案 $S^-(1)$ 的灰色关联度分别为

$\gamma_1^+(1)=0.5734$，$\gamma_2^+(1)=0.7129$，

$\gamma_3^+(1)=0.5534$，$\gamma_4^+(1)=0.7158$；

$\gamma_1^-(1)=0.5731$，$\gamma_2^-(1)=0.5709$，

$\gamma_3^-(1)=0.7558$，$\gamma^4(1)=0.5187$。

同理，可计算在第二、第三时段所有方案 S_i 与理想方案和负理想方案的灰色关联度分别为

$\gamma_1^+(2)=0.7396$，$\gamma_2^+(2)=0.5708$，

$\gamma_3^+(2)=0.4386$，$\gamma_4^+(2)=0.5336$，

$$\gamma_1^-(2) = 0.7049,\ \gamma_2^-(2) = 0.7006,$$
$$\gamma_3^-(2) = 0.8234,\ \gamma_4^-(2) = 0.7510;$$
$$\gamma_1^+(3) = 0.5356,\ \gamma_2^+(3) = 0.7449,$$
$$\gamma_3^+(3) = 0.5115,\ \gamma_4^+(3) = 0.6719,$$
$$\gamma_1^-(3) = 0.6695,\ \gamma_2^-(3) = 0.5374,$$
$$\gamma_3^-((3) = 0.6897,\ \gamma_4^-(3) = 0.4952。$$

由式（11）可得各方案关于3个时段的综合排序最优决策向量为：

$$\boldsymbol{u} = (0.4743,\ 0.5610,\ 0.3079,\ 0.5422)。$$

由优化模型及排序原则可知，这4家企业的排序为 A_2，A_4，A_1，A_3。结果与文献［3］的相同，但分辨程度更高，它清晰地反映了与平均水平的差距，物理概念也更加清晰。

4 结论

笔者通过研究动态多指标系统的决策特点，利用Vague思想和集对分析的理论思想，提出了一种易于计算且实用的［-1，1］线性变换算子，利用此方法寻求各时段的正、负理想方案，建立了一种新的基于动态多指标灰色关联分析决策模型，在模型中充分考虑了各指标在系统中的成长特性，将此特性用于灰色关联分析，决策结果较为客观可靠，且易于在计算机上实现。此方法为解决动态多指标决策问题提供了一条新的途经。

参考文献

［1］ Hwang C L，Yoon K S. Multiple Attribute Decision Making Method and Application［M］. New York: Springer-Vellag，1981

［2］ 宜家骥. 多目标决策［M］. 长沙：湖南科学技术出版社，1989

［3］ 刘家学. 时序多指标决策的灰色关联分析法［J］. 运筹与管理，1997，6(3)：6～10

［4］ 戴文战，邹立华，王建章，等. 一种基于奖优罚劣原则的多阶段多目标决策模型［J］. 系统工程理论与实践，2000，20(6)：32～36

［5］ 王坚强. "奖优罚劣"的动态多指标灰色关联度模型研究［J］. 系统工程与电子技术，2002，24(3)：39～41

［6］ 张新华. 基于SPA的同异反科研管理理论及应用［J］. 科研管理，1998，19(1)：8～11

［7］ 汪培庄. 模糊集合论及其应用［M］. 上海：上海科学技术出版社，1983

［8］ 傅国耀.［-1，1］上的模糊集及其在集对分析中的应用［J］. 科技通报，1999，15(2)：91～93

［9］ 赵克勤. 集对分析及其初步应用［M］. 杭州：浙江科学技术出版社，2000

［10］ 张 斌. 多目标决策的模糊集对分析方法［J］. 系统工程理论与实践，1997，17(12)：108～114

［11］ 刘思峰，党耀国，方志耕. 灰色系统理论及其应用（第三版）［M］. 北京：科学出版社，2004

［12］ 邓聚龙. 灰色系统基本方法［M］. 武汉：华中理工大学出版社，1987

Study on Grey Incidence Decision Model of the Dynamic Multiple-attribute

Dang Yaoguo，Liu Sifeng，Liu Bin，Tao Yong

(*College of Economics and Management*，*Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*，*Nanjing* 210016，*China*)

[**Abstract**] Based on the decision character of the dynamic multiple-attribute system，in initializing the attribute data，a new linear changing operator in [− 1， 1]，which is easy to compute and be applied，is proposed. By this method to find the positive and negative ideal precept of each period，a new grey incidence decision model of the dynamic multi-attribute is established. In this model，the developing character of each attribute in the system is fully consider，and applied to grey incidence analysis. All of the above provide a scientific and applied decision method for the dynamic multiple − attribute decision problems. Lastly，this method is demonstrated to be scientific and effective with a practical example.

[**Key words**] grey incidence analysis；multi-attribute decision；model