

学术论文

# 晶体硅太阳电池最大功率下负载的函数表达

丁金磊<sup>1</sup>, 程晓舫<sup>1</sup>, 余世杰<sup>2</sup>, 何慧若<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学热科学和能源工程系, 合肥 230027;  
2. 中山大学电力电子及控制技术研究所, 珠海 519082)

**[摘要]** 从实际的晶体硅太阳电池电路基本方程出发, 推导出晶体硅太阳电池最大功率下负载的函数表达。与传统的电工电路不同, 太阳电池电路最大功率点下的负载大于太阳电池内阻, 并随着温度的升高, 其比值逐渐降低。实验结果与理论吻合。

**[关键词]** 晶体硅太阳电池; 最大功率; 负载

**[中图分类号]** TM615

**[文献标识码]** A

**[文章编号]** 1009-1742(2005)06-0045-05

## 1 引言

对晶体硅太阳电池的应用来说, 最关心的问题莫过于在不同的太阳光照和电池工作温度等外部条件下, 怎样通过调节电路负载取得最大功率。

目前的方法是通过最大功率跟踪(MPPT)<sup>[1]</sup>来取得太阳电池的最大功率输出。显然, 这种方法属于实验层面, 并且在确定最大功率的过程中, 需要对采集信号进行多次比较, 来回振荡, 以最终确定最大功率工作点。

作者从晶体硅太阳电池电路基本方程出发, 推导出电池电路最大功率条件下负载的数学表述, 并结合某晶体硅太阳电池的实验数据, 求得最大功率下的电路负载和太阳电池内阻<sup>[2]</sup>的数值, 实验验证了理论推导的正确性和有效性。

## 2 晶体硅太阳电池基本方程

晶体硅太阳电池电路电流方程<sup>[3]</sup>为

$$I = m\phi - I_0(e^x - 1) \quad (1)$$

其中  $x$  为晶体硅太阳电池参数, 其数学表述为

$$x = \frac{qI(R_L + R_S)}{AkT} \quad (2)$$

定义

$$x_0 = \frac{qI_0(R_L + R_S)}{AkT} \quad (3)$$

上述定义在后面的叙述中将被引用。

于是, 晶体硅太阳电池电路中的负载功率为

$$P = I^2 R_L \quad (4)$$

分别写出式(1), 式(2), 式(4)的全微分:

$$dI = m d\phi - I_0 e^x dx \quad (5)$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dI}{I} + \frac{dR_L + dR_S}{R_L + R_S} - \frac{dT}{T} \quad (6)$$

$$dP = I^2 dR_L + 2IR_L dI \quad (7)$$

将式(5), 式(6)代入式(7), 得到以晶体硅太阳电池电路三个基本元素——光照强度  $\phi$ , 电路负载电阻  $R_L$  和电池工作温度  $T$ —所表示的关于晶体硅太阳电池功率  $P$  的全微分<sup>[2]</sup>方程式:

$$\begin{aligned} dP &= \frac{2mIL_L}{x_0 e^x + 1} d\phi + I^2 \left( 1 - \frac{2R_L}{R_L + R_s} \cdot \frac{x_0 e^x}{x_0 e^x + 1} \right) \\ &\quad dR_L + \frac{2IR_L}{x_0 e^x + 1} \left[ \frac{Ix_0 e^x}{T} - (e^x - 1) \cdot \right. \\ &\quad \left. \frac{dI_0}{dT} - \frac{Ix_0 e^x}{R_L + R_s} \cdot \frac{dR_s}{dT} \right] dT \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)是晶体硅太阳电池电路功率基本问题的讨论式。

[收稿日期] 2004-07-12; 修回日期

[基金项目] 国家自然科学(青年)基金资助项目(59006487)

[作者简介] 丁金磊(1980-), 男, 安徽庐江县人, 中国科学技术大学热科学和能源工程系博士研究生

### 3 最大功率的数学表述

#### 3.1 电工电路中最大功率数学表述

理想电工电路由一个恒压源  $E$  和一个负载  $R_L$  组成, 如图 1 所示。实际电工电路中由于电源内阻  $R_S$  不为零, 其电路如图 2 所示。理想电工电路中不存在最大功率问题, 实际电工电路达到最大功率输出所满足的数学表述为:  $\frac{\partial P}{\partial R_L} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 P}{\partial R_L^2} < 0$ ; 物理条件为:  $R_L = R_S$ 。

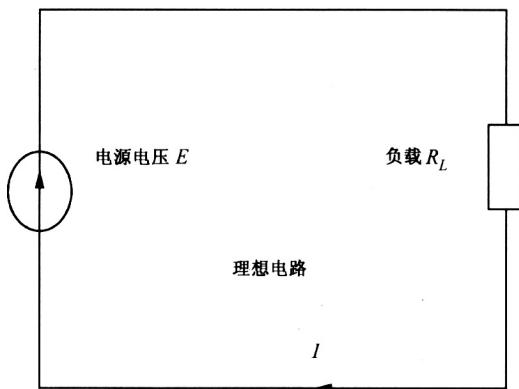


图 1 理想的电工电路

Fig.1 Ideal electronic circuit

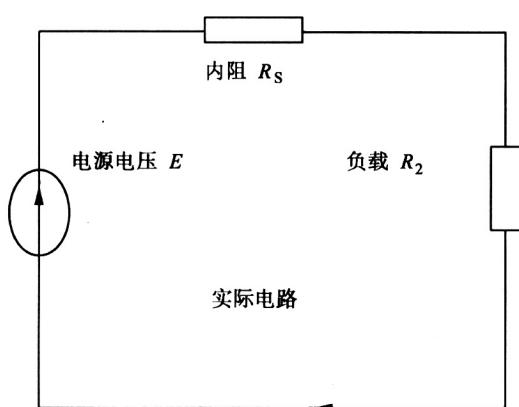


图 2 实际的电工电路

Fig.2 Actual electronic circuit

#### 3.2 晶体硅太阳电池最大功率的数学表述

晶体硅太阳电池输出功率  $P$  对电路负载电阻  $R_L$  的偏微分为,

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = I^2 \left( 1 - \frac{2R_L}{R_L + R_S} \times \frac{x_0 e^x}{x_0 e^x + 1} \right) \quad (9)$$

为获得输出功率  $P$  随电路负载电阻  $R_L$  变化出现的

极值, 令,

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = 0 \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (9), 得到极值功率下的负载电阻  $R_L$  应满足的物理条件为,

$$\begin{cases} \frac{R_L}{R_S} = \frac{x_0 e^{x_m} + 1}{x_0 e^{x_m} - 1} \\ x_m = \frac{qI_m(R_L + R_S)}{AkT} \end{cases} \quad (11)$$

为了确定式 (11) 是否为极大值条件, 还必须求得功率  $P$  对负载  $R_L$  的二阶导数:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial R_L^2} &= \frac{-2I^2 x_0 e^x}{(R_L + R_S)^2 (x_0 e^x + 1)^3} \times \\ &\quad \{ (x + 1)R_L + (x_0 e^x + 1) \times \\ &\quad [2x_0 e^x + R_L + R_S + 1] \} \end{aligned} \quad (12)$$

显然,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial R_L^2} < 0 \quad (13)$$

因此当  $\frac{\partial P}{\partial R_L} = 0$  时, 输出功率为最大值, 式 (11) 为最大功率下负载条件的数学表述。

由于负载电阻  $R_L$  和串联内阻  $R_S$  均为正值, 则

$$\frac{R_L}{R_S} > 0 \quad (14)$$

即

$$\frac{x_0 e^{x_m} + 1}{x_0 e^{x_m} - 1} > 0 \quad (15)$$

满足上式的情况只有下列两种:

$$\begin{cases} x_0 e^{x_m} + 1 > 0 \\ x_0 e^{x_m} - 1 > 0 \end{cases} \quad (16)$$

或

$$\begin{cases} x_0 e^{x_m} + 1 < 0 \\ x_0 e^{x_m} - 1 < 0 \end{cases} \quad (17)$$

而  $x_0$ ,  $x$  均为正值, 显然式 (17) 不成立, 由此可得

$$\frac{R_L}{R_S} = \frac{x_0 e^{x_m} + 1}{x_0 e^{x_m} - 1} > 1 \quad (18)$$

可见, 晶体硅太阳电池电路最大功率下负载与电源内阻的数学表述和传统的电工电路是不同的。

## 4 实验验证

### 4.1 参数确定

为了验证式(18), 需要就实验数据确定如下参数:

1) 最大功率下的负载电阻  $R_L$

$$R_L = \frac{V_m^2}{P_m} \quad (19)$$

2) 太阳电池的内阻  $R_S^{[2]}$

$$R_S = R_0 \exp(B * T) = 0.01224 * \exp(0.00122 * T) \quad (20)$$

3) 半导体反向饱和电流  $I_0$  在多数情况下如式(21)所示的近似条件可以得到满足,

$$\exp\left(\frac{qV_{OC}}{AkT}\right) \gg 1 \quad (21)$$

对式(1)进行变换并近似认为

$$I_{SC} = m\phi \quad (22)$$

半导体反向饱和电流  $I_0$  可写为

$$I_0 = \frac{I_{SC}}{\exp\left(\frac{qV_{OC}}{AkT}\right)} = I_{SC} \exp\left(-\frac{qV_{OV}}{AkT}\right) \quad (23)$$

4) 二极管理想因子  $A$  由半导体理论知道, 反向饱和电流  $I_0$  由半导体  $P-N$  结自身属性决定, 并且受到电池工作温度  $T$  的影响。当太阳电池工作温度  $T$  固定的情况下, 半导体反向饱和电流  $I_0$  亦保持常数, 不会随日照强度  $\phi$  的改变而变化<sup>[4]</sup>,

$$I_0 = K \exp\left(-\frac{E_g}{\gamma kT}\right) \quad (24)$$

$\gamma$  介于 1~2 之间, 代表了反向电流由 3 部分组成, 顶层和基区的复合扩散电流以及势垒区的复合电流。

太阳电池的工作温度固定为  $T$  时, 取 2 条不同日照强度下的太阳电池  $I-V$  特性曲线, 分别为: 曲线 1, 日照强度  $\phi_1$  下的短路电流为  $I_{SC1}$ , 开路电压为  $V_{OC1}$ ; 曲线 2, 日照强度  $\phi_2$  下的短路电流为  $I_{SC2}$ , 开路电压为  $V_{OC2}$ 。对于曲线 1 和曲线 2, 半导体反向饱和电流  $I_0$  分别为,

$$I_{01} = I_{SC1} \exp\left(-\frac{qV_{OC1}}{AkT}\right) \quad (25)$$

$$I_{02} = I_{SC2} \exp\left(-\frac{qV_{OC2}}{AkT}\right) \quad (26)$$

联立式(25)和式(26), 并且知  $I_{01} = I_{02}$ , 可以解得二极管理想因子  $A$  为

$$A = \frac{q(V_{OC1} - V_{OC2})}{kT \ln\left(\frac{I_{SC1}}{I_{SC2}}\right)} \quad (27)$$

#### 4.2 电池内部参数的实验测定

图 3 为硅太阳电池在不同照度下的  $I-V$  特性曲线。引用峰值照度附近的两条  $I-V$  特性曲线, 其相关测量值如表 1 所示。由式(26)计算得到二极管理想因子  $A = 1.49$ 。

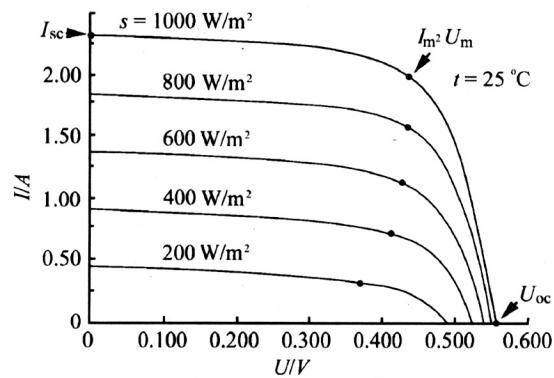


图 3 不同照度太阳电池  $I-V$  特性曲线

Fig.3 Solar cell  $I-V$  characteristic in different  $\phi$

表 1 硅太阳电池不同照度  $I-V$  曲线参数

Table 1  $I-V$  characteristic data in different  $T$

$\phi / \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	$T / ^\circ\text{C}$	$V_{OC} / \text{mV}$	$I_{SC} / \text{A}$
1 000	25	554.3	2.334
800	25	545.7	1.863

引用一组晶体硅太阳能电池数据, 图 4 和图 5 为该太阳能电池在不同温度条件下  $I-V$  和  $P-V$  特性曲线。由图 4 可以得到短路电流  $I_{CS} = 2.334 \text{ A}$ , 由图 5 读出  $P_m$ ,  $V_m$  值, 并计算  $I_0$ ,  $R_S$  及  $R_L$ , 列于表 2。

表 2 太阳电池实验及计算数据

Table 2 Experimental and calculation data of the Silicon solar cell

$T / ^\circ\text{C}$	$I_m / \text{A}$	$V_m / \text{mV}$	$V_{OC} / \text{mV}$	$I_0 / 10^{-6} \text{ A}$	$R_S / \text{m}\Omega$	$R_L / \Omega$
20	1.999	442.1	572.8	0.5775	17.499	0.221
30	1.986	419.1	549.9	1.7179	17.714	0.211
40	1.971	400.7	531.5	4.2619	17.932	0.203
50	1.954	374.3	503.9	12.4749	18.152	0.192
60	1.938	356.5	486.1	27.2268	18.375	0.184
70	1.926	315.9	442.1	102.8790	18.600	0.164

#### 4.3 最大功率负载—照度—温度关系表

最大功率条件下电路负载与太阳电池串联内阻之比值的理论计算及实验测量结果列于表 3, 其理论计算与实验测量之比较见图 6。从表 3 和图 6 中

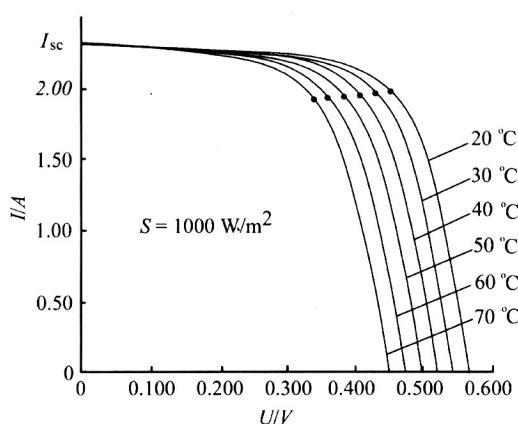


图 4 不同温度太阳电池伏安特性曲线

Fig.4 Solar cell  $I - V$  characteristic in different  $T$ 

可以得出以下结论：a. 理论结果和实验数据均指出太阳电池电路中最大功率下的负载大于内阻，此比值关系明显不同于传统的电工电路；b. 实验测量值验证了式（18）建立的理论关系，两者符合得

很好；c. 理论与实验均表明，随着温度的升高，太阳电池最大功率下的电路负载与电池内阻之比值将会逐渐减小。

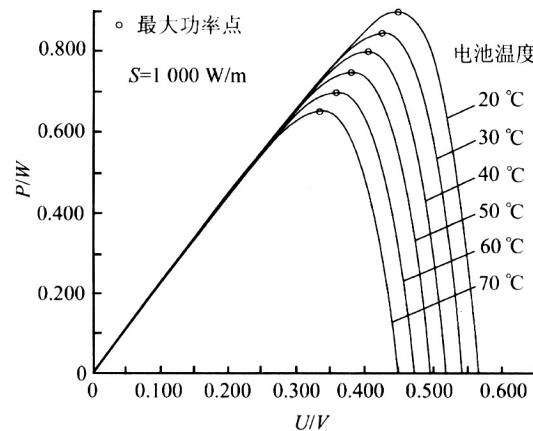
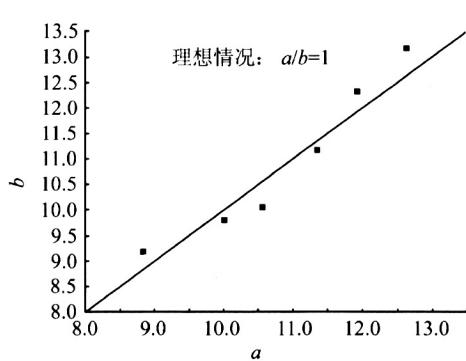


图 5 不同温度太阳电池功率特性曲线

Fig.5 Solar cell  $P - V$  characteristic in different  $T$ 表 3 不同温度下最大功率时比值  $R_L/R_S$  实验测量及理论计算关系表Table 3 Theoretic and experimental relation of  $R_L/R_S$  at maximum power point in different  $T$ 

$T/^\circ\text{C}$	$x_0/10^{-6}$	$e^{x_m}$	$R_L/\Omega$	$R_S/\text{m}\Omega$	$a = R_L/R_S$	$b = \frac{x_0 e^{x_m} + 1}{x_0 e^{x_m} - 1}$	$a/b$
20	3.660	318 080.6	0.221	17.499	12.638	13.174	0.959
30	1.009	116 583.9	0.211	17.714	11.913	12.331	0.966
40	2.344	510 35.8	0.203	17.932	11.337	11.189	1.013
50	6.302	193 73.9	0.192	18.152	10.553	10.049	1.050
60	128.725	953 3.9	0.184	18.375	10.011	9.801	1.021
70	426.219	291 9.7	0.164	18.600	8.818	9.182	0.960

图 6 不同温度下最大功率点  $R_L/R_S$  理论计算与实验测量之比较Fig.6 Compare of theoretic and experimental  $R_L/R_S$  at maximum power point in different  $T$ 

## 5 结论

从实际太阳电池电流方程出发，理论推导出最大输出功率下  $R_L/R_S$  比值的函数关系，并由实验数据对上述函数关系进行了验证，理论与实验符合得很好。

与传统的电工电路最大功率下电路负载等于电源内阻有所不同，太阳电池电路最大功率下的负载数值大于电池内阻数值，这一现象在实验数据中有反映，作者则从理论上给出了严格证明。

符号表：

A: 二极管理想因子

I: 电流, A

V: 电压, V

$k$ : 玻尔兹曼常数

$m$ : 光电转换系数,  $\text{m}^2/\text{V}$

$P$ : 功率,  $\text{W}$

$q$ : 电子电荷常数

$R$ : 电阻,  $\Omega$

$T$ : 温度,  $\text{K}$

$\alpha$ : 导体的电阻温度系数,  $\text{k}^{-1}$

$\phi$ : 光照强度,  $\text{W}\cdot\text{m}^2$

$E_g$ : 禁带宽度,  $\text{eV}$

下标:

$L$ : 外部负载电阻标识

$S$ : 晶体硅太阳电池串联内阻标识

$m$ : 最大输出功率时电路参量标识

$sc$ : 太阳电池短路电流标识

$oc$ : 太阳电池开路电压标识

$0$ :  $p-n$  结反向饱和电流; 某温度下的电阻值

## 参考文献

- [1] Enslin J H R, Wolf M S, Snyman D B, Swiegers W. Integrated photovoltaic maximum power point tracking converter [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1997, 44 (6): 769~773
- [2] 程晓舫, 李 坚, 余世杰. 晶体硅太阳电池串联内阻的函数形式 [J]. 太阳能学报, 2004, 25 (3): 345~349
- [3] Singh V N, Singh R P. A method for the measurement of solar cell series resistance [J]. J. Phys D, 1983, 10: 1823~1825
- [4] 刘恩科, 等. 光电池及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1989. 103
- [5] 余世杰, 何慧若译. 太阳能的光伏利用 [M]. 合肥: 合肥工业大学, 1991. 11~17

## Theoretic Expression of Silicon Solar Cell Load Resistance at Maximum Power Point

Ding Jinlei<sup>1</sup>, Cheng Xiaofang<sup>1</sup>, Yu Shijie<sup>2</sup>, He Huiruo<sup>2</sup>

(1. Department of Thermal Science and Energy Engineering of University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China; 2 Institute of Power Electronics and Control Technology, Sun Yat-sen University, Zhuhai, Guangdong 519082, China)

**[Abstract]** Based on the equation of silicon solar cell current intensity, the theoretic expression of silicon solar cell load resistance at maximum power point is deduced. Not consistent with the normal electronical circuit, the load resistance is larger than the series resistance. And the ratio descends along with the ascendance of temperature. The experimental results agree with the theoretical predicts well.

**[Key words]** silicon solar cell; maximum power; load resistance