



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Engineering

journal homepage: www.elsevier.com/locate/eng



Research
Intelligent Manufacturing—Article

从计算机辅助设计到人辅助设计——一种等几何拓扑优化方法

王英俊^a, 肖蜜^b, 夏兆辉^b, 李培根^b, 高亮^{b,*}

^a National Engineering Research Center of Novel Equipment for Polymer Processing, The Key Laboratory of Polymer Processing Engineering of the Ministry of Education, Guangdong Provincial Key Laboratory of Technique and Equipment for Macromolecular Advanced Manufacturing, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China

^b State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 16 March 2022

Revised 25 May 2022

Accepted 4 July 2022

Available online 29 August 2022

关键词

人辅助设计

CAD/CAE 一体化

等几何分析

结构优化

等几何拓扑优化

摘要

本文提出了一种新的设计模式——人辅助设计,以取代传统的计算机辅助设计。在人辅助设计中,计算机可以通过一种新的等几何拓扑优化自动完成整个产品设计,而人类仅需协助轻微修改设计以满足要求。文中提出了一种嵌入域等几何拓扑优化用于设计具有不规则设计域的复杂模型,并且可以基于分层等几何拓扑优化结果自动生成优化结果的可编辑几何模型。测试了三个算例以验证所提出的等几何拓扑优化模式,包括一个具有规则设计域的3D悬臂梁,一个具有不规则设计域的汽车零件和一个具有多尺度结构的MBB梁。结果表明,所提出的等几何拓扑优化模式可以自动生成高质量的优化模型。因此,该技术具有成为革命性技术的巨大潜力,可以将当前设计模式由计算机辅助设计转变为人辅助设计。

© 2022 THE AUTHORS. Published by Elsevier LTD on behalf of Chinese Academy of Engineering and Higher Education Press Limited Company. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. 引言

有限元方法(FEM)是计算机辅助工程(CAE)的计算核心,起源于20世纪50年代和60年代,然而,值得注意的是,为有限元方法提供几何模型的计算机辅助设计(CAD)的出现比有限元方法晚了十年。经过近半个世纪的发展,CAD和CAE技术不断成熟。如今,各种商业CAD和CAE软件相继涌现,如Catia、Unigraphics NX(UG)、Creo、Nastran、Abaqus和ANSYS。

该类软件的出现为工程师带来了许多强大的新工具。随着互联网的发展,CAD/CAE已经迁移到了云端,因此,强大的设计工具现在在全球范围内都可使用,并已成

为工程领域不可或缺的一部分。然而,在整个产品设计过程中,人仍然起着主导作用,计算机只是帮助人们设计的辅助工具。在这种设计模式下,人们使用各种工具来设计和分析产品,以实现设计要求,包括几何形状和结构性能。设计几何形状,需要使用CAD建模工具(SolidWorks、Catia、Creo等),该工具具有自己的几何表示,如边界表示(B-rep)和构造实体几何(CSG)[1]。分析结构性能,需要使用CAE分析工具(ANSYS、Abaqus、Nastran等),该工具由离散单元表示,这与CAD建模系统中的表示形式存在显著差异。因此,人们必须手动在CAD建模和CAE分析之间转换模型,这有可能占用复杂模型总设计时间的80%以上[2]。此外,当前产品设计严

* Corresponding author.

E-mail address: gaoliang@mail.hust.edu.cn (L. Gao).

重依赖于人类经验。因此，产品必须经过迭代设计，直到获得最终设计为止[图1(a)]。这种迭代设计过程耗时且难以实现由设计师经验决定的设计质量，以达到最优性能。为减轻产品设计中的人力负担，需要解决两个问题：①如何减少人类与CAD和CAE模型的交互需求；②如何让计算机自动生成高质量的产品设计。

有两种方法可用于减少人类与CAD和CAE模型的交互需求。一种方法是软件集成，例如，SolidWorks集成了COMSOL的分析模块[3]。另一种方法是采用数据交换接口，如Catia和Abaqus之间的数据接口。不幸的是，CAD和CAE模型仍然在上述方面存在差异。为了采用相同几何表达来统一CAD和CAE模型，Hughes等[4]在2005年提出了等几何分析(IGA)方法，其中几何和分析模型由相同的数学表示描述。与有限元法相比，等几何分析具有更高的准确性和效率，并且现在被广泛用于振动、声学、疲劳、流-固耦合以及形状和尺寸优化领域[5-8]。因此，在本次工作中，将采用IGA方法来集成CAD和CAE模型。

为了通过计算机自动生成高质量的产品设计，必须使用智能结构优化方法。在结构优化领域中，拓扑优化旨在给定约束条件[9]（如应力和位移[10-11]）下通过计算找到设计域中最佳材料分。借助拓扑优化，设计师可以自

动获得高性能设计方案，而无需丰富的知识和经验。由于拓扑优化中CAD和CAE模型具有不同的几何表示，优化结果必须重构以生成CAD模型，该部分非常复杂和耗时。为了解决这个问题，在拓扑优化中采用等几何分析代替有限元，产生了等几何拓扑优化。

等几何拓扑优化的概念最初是由Seo等[12]提出的，他们使用样条曲面和裁剪曲线构建了一个复杂的设计域，而无需使用面片拼接技术。从那时起，等几何拓扑优化的一些分支迅速发展，包括基于密度和基于水平集的等几何拓扑优化。固体各向同性惩罚(SIMP)是一种流行且典型的基于密度的方法，易于实现。基于SIMP的等几何拓扑优化已经引起了相当多的研究关注。Kumar和Parthasarathy[13]引入了B样条有限元来构建密度函数和进行结构分析。Hassani等[14]在拓扑优化中采用等几何分析而不是有限元法，其中材料密度由非均匀有理B样条(NURBS)基函数进行插值，并且可以在整个设计域内视为连续。Qian[15]将设计空间限制在B样条空间中，并将任意形状的设计域嵌入矩形域中，其中B样条用于构建密度场。Xie等[16]使用截断分层B样条来局部细化网格，并显著降低了等几何拓扑优化中的计算成本。多材料和多尺度问题也可以在等几何拓扑优化框架内得到解决。为了获得多

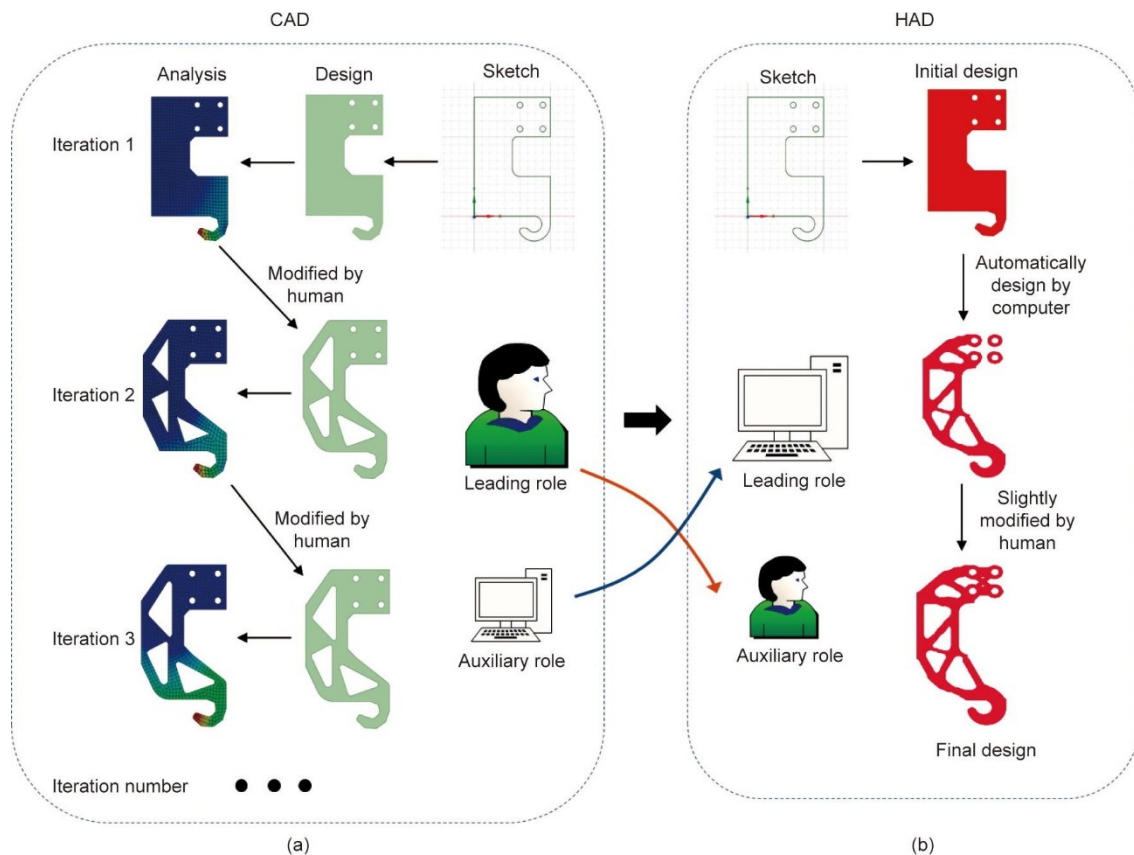


图1. CAD和HAD的工作流程示例。(a) CAD；(b) HAD。HAD：辅助设计。

材料结构, Taheri 和 Suresh [17]提出了一种新的基于密度的等几何拓扑优化, 其中利用NURBS构建了精确的几何模型。Gao等[18]引入了基于NURBS的多材料插值(NMMI)模型, 并开发了一种多材料等几何拓扑优化(MITO)方法。Wang等[19]研究了一种多尺度等几何拓扑优化, 以构建具有晶格填充的多孔结构。Lieu和Lee [20–21]提出了将新型多分辨率方案添加到等几何拓扑优化中, 并成功应用于多材料问题, 这种方法能以较低计算成本获得高分辨率的设计。

与基于SIMP的等几何拓扑优化不同, 基于水平集的等几何拓扑优化利用高维水平集函数来实现结构几何的隐式描述。Shojaee等[22]结合了基于径向基函数的水平集方法和等几何分析用于拓扑优化。然后, Wang和Benson [23]提出了一种创新的等几何拓扑优化方法, 通过将水平集函数与NURBS形状函数插值, 使用相同的NURBS基函数集成CAD、CAE和拓扑优化模型。此外, Wang和Benson [24]在基于水平集的等几何拓扑优化框架中引入了快速点多边形算法和裁剪单元, 以实现更高的精度和效率。Ghasemi等[25]实现了一种新颖的用于弯曲电材料的设计方法, 其中将等几何分析与水平集和点密度映射技术相结合。随后, Ghasemi等[26]进一步将该方法扩展到弯曲电复合材料的多材料水平集拓扑优化中, 成功地处理了耦合问题和微结构。Lee等[27]开发了一种具有NURBS曲线和水平集双重进化的等几何拓扑形状优化方法, 其中隐式水平集函数确保了NURBS曲线的拓扑变化。

尽管等几何拓扑优化在集成CAD建模、CAE分析和结构优化方面具有巨大潜力, 但它仍受到等几何分析和拓扑优化瓶颈的限制, 即如何处理具有不规则几何形状的复杂模型以及如何自动生成可编辑的CAD模型以获取拓扑优化结果。为了突破传统等几何拓扑优化对于不规则几何形状的限制, 本文在此基础上提出了一种基于嵌入域方法的复杂设计域新型等几何拓扑优化方法, 可以在规则嵌入域中实现不规则模型的等几何分析。为了获得等几何拓扑优化结果的可编辑CAD模型, 本文开发了一种自动化生成方法, 使用标准CAD操作逐层构建NURBS曲面, 其中每层的轮廓直接由建模、分析和拓扑优化中所使用的相同控制点表示。

基于本文提出的新型等几何拓扑优化, 本文提出了一种基于新型等几何拓扑优化的人辅助设计(HAD)新设计模式。在HAD中, 计算机发挥主导作用, 可以自动完成整个产品设计, 达到高质量; 人类只需要稍微修改设计以满足要求[图1(b)]。类似于智能家居[28]、智能工厂[29]和自动驾驶[30]等革命性智能技术, 极大地减少了人

类操作, 并逐渐改变了人类所扮演的主导角色, HAD是一种具有巨大潜力的智能设计模式, 有望在下一工业革命中取代CAD。

为了进一步描述HAD及其背后的理论, 本文的剩余部分组织如下: 第2节总结了基于NURBS的等几何拓扑优化; 第3节介绍了基于等几何拓扑优化的HAD及其实现方式; 第4节讨论了三个数值例子, 以展示HAD在宏观和多尺度结构中的应用; 最后, 第5节讨论了结论和未来工作。

2. 基于NURBS的等几何拓扑优化概述

在等几何分析中, 使用相同的NURBS函数表示CAD和CAE模型。一个标准的NURBS曲线包括在 ξ 轴上的节点向量、基函数 R_i^p (其中 p 和 n 分别表示基函数的阶数和数量; i 是基函数的索引)、相应的控制点 P_i , 可以表示为如下形式:

$$\text{Curve}(\xi) = \sum_{i=1}^n R_i^p(\xi) P_i \quad (1)$$

需要强调的是, 基函数 R_i^p 是由一系列正权重因子 ω_i 和递归的B样条基函数 N_i^p 定义的, 如下所示:

$$R_i^p(\xi) = \frac{N_i^p(\xi) \omega_i}{\sum_{i=1}^n N_i^p(\xi) \omega_i} \quad (2)$$

通过在 η 轴和 ζ 轴中添加节点向量, 可以从公式(1)中获得高维情况, 可以表示如下:

$$\text{Surface}(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij}^{p,q}(\xi, \eta) P_{ij} \quad (3)$$

$$\text{Solid}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l R_{ijk}^{p,q,r}(\xi, \eta, \zeta) P_{ijk}$$

式中, m 、 j 和 q 分别是 η 方向基函数的数量、索引和次数; l 、 k 和 r 分别是 ζ 方向基函数的数量、索引和次数。

对于线性各向同性弹性问题, 采用Galerkin方法表示的平衡方程可以写成以下形式:

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}^h)^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^h) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \mathbf{v}^h d\Omega + \int_{\Gamma_N} \mathbf{h} \mathbf{v}^h d\Gamma_N \quad (4)$$

式中, Ω 和 Γ_N 分别表示设计域和其Neumann边界; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 是应变向量, \mathbf{E} 是弹性张量矩阵; \mathbf{f} 和 \mathbf{h} 分别代表体积力和预设的边界牵引力向量; \mathbf{u}^h 是试验解位移, \mathbf{v}^h 是权重, 其中上标 h 表示 \mathbf{u}^h 和 \mathbf{v}^h 属于 H^1 空间。g表示预设的边界位移向量。考虑一个包含所有NURBS基函数的集合 \mathcal{A} 和一个包含在Dirichlet边界上等于0的基函数的子集 \mathcal{B} , 为了求解公式(4), 试验解位移 \mathbf{u}^h 和权重 \mathbf{v}^h 的第 i 个单元应该由控制变量的基函数插值得到。

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^h = \sum_{j \in \mathcal{A} \cup \mathcal{B}} R_j \mathbf{g}_i + \sum_{i \in \mathcal{B}} R_i \mathbf{d}_i \\ \mathbf{v}_i^h = \sum_{j \in \mathcal{A} \cup \mathcal{B}} R_j \mathbf{e}_i \end{cases} \quad (5)$$

式中, \mathbf{e} 是满足所有 $\mathbf{v}^h \in H^1$ 的任意值; \mathbf{g} 和 \mathbf{d} 分别表示狄利克雷边界的位移和其他位移。将公式 (4) 代入公式 (3) 中, Galerkin 形式可以写成更紧凑的矩阵形式, 如下所示:

$$\mathbf{Kd} = \mathbf{F} \quad (6)$$

式中, 单元的刚度矩阵 \mathbf{K} 和载荷向量 \mathbf{F} 可以表示为:

$$\begin{cases} K_{ij} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(R_i)^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}(R_j) d\Omega \\ F_j = \int_{\Omega} \mathbf{f} R_j d\Omega + \int_{\Gamma_N} \mathbf{h} R_j d\Gamma_N \end{cases} \quad (7)$$

这里以经典的最小柔顺度问题为例给出等几何拓扑优化数学模型。基于 NURBS 的密度场的最小柔顺度问题的表述如下:

$$\begin{aligned} & \text{find } \rho_{i,j,k} (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,m; k=1,2,\dots,l) \\ & \text{min } J(\mathbf{u}, \rho) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})^T \mathbf{E}(\rho) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega \\ & \text{s.t. } \begin{cases} G(\rho) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \rho(\xi, \eta, \zeta) v_0 d\Omega - V_0 \leq 0 \\ \mathbf{a}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}) = L(\delta \mathbf{u}), \mathbf{u}|_{\Gamma_N} = \mathbf{g}, \forall \delta \mathbf{u} \in H(\Omega) \\ 0 \leq \rho_{i,j,k} \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

式中, ρ 表示控制点的密度; $J(\cdot)$ 是目标函数; $G(\rho)$ 是体积约束; v_0 是单元的体积分, V_0 表示最大允许材料; $\mathbf{a}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}) = L(\delta \mathbf{u})$ 表示平衡方程的双线性形式, 其中 $\delta \mathbf{u}$ 是在运动可允许空间 $H(\Omega)$ 中的虚拟位移场, \mathbf{a} 是应变能, L 是外部载荷所作的功。与经典的 SIMP 基于拓扑优化相比, 等几何拓扑优化中的密度函数 ρ 是由公式 9 所示的控制点 NURBS 基函数插值得到, 其形式与公式 (1) 和公式 (3) 类似。

$$\rho(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l R_{i,j,k}^{p,q,r}(\xi, \eta, \zeta) \Phi_{i,j,k} \quad (9)$$

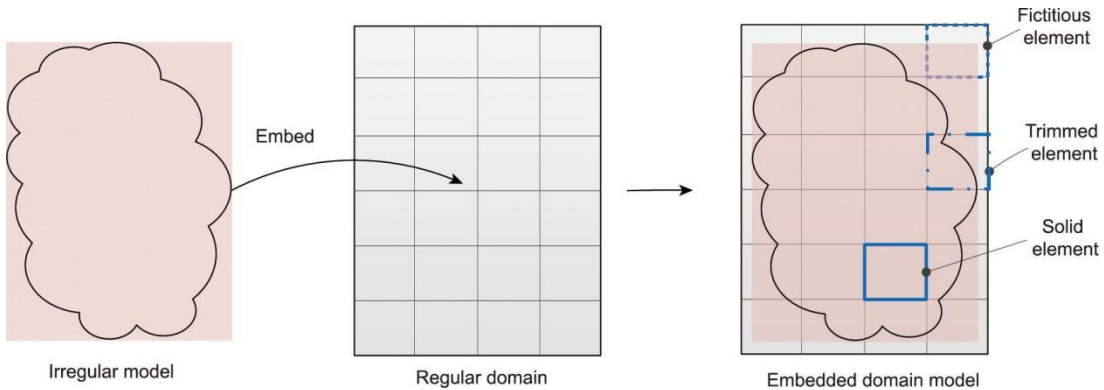


图 2. 嵌入域模型示例。

在公式 (9) 中, $\Phi_{i,j,k}$ 是控制点的密度。然后, 可以通过计算目标和约束函数相对于控制点密度的导数来获得公式 (8) 中目标和约束函数的灵敏度, 设计变量通过优化方法进行更新, 如最优性准则 (OC) [31] 和移动渐近线法 (MMA) [32]。如果满足收敛条件, 则可以得到优化后的构型。

3. 基于等几何拓扑优化的人辅助设计

3.1. 面向复杂设计域的等几何拓扑优化

为了与 CAD 建模系统兼容, 等几何拓扑优化应该使用 NURBS。然而, 在处理具有复杂初始设计域或几何约束的工程模型时, NURBS 的张量积表示阻碍了等几何拓扑优化 [24]。这个问题的根本原因是使用完整的 NURBS 面片来表示复杂的几何模型非常困难, 且由于 CAD 模型的 B-rep, CAD 建模系统中不存在三维样条体, 这使得适合等几何分析的模型难以获得。值得注意的是, 独立于分析网格的连续密度插值技术已经被用来构建不规则设计域的密度场 [33–34], 并具有实现复杂设计域等几何拓扑优化的潜力。然而, 该类方法分离了密度场和物理场。为了更好地解决这个问题, 一种新的用于实现复杂模型分析的等几何分析方法最近被提了出来 [35]。这种等几何分析基于嵌入域, 并能够分析任意几何形状的复杂模型。在本节中, 将介绍嵌入域等几何分析的两个关键问题: ① 如何在嵌入域中识别单元类型; ② 如何完成裁剪单元的数值积分。

在基于嵌入域的等几何分析中, 不规则模型可以被嵌入规则域中, 从而可以使用简单的非匹配结构网格来近似解场, 避免生成贴合边界的网格。如图 2 所示, 嵌入域的单元分为三种类型: ① 虚拟单元、② 实体单元和 ③ 裁剪单元。

通过计算嵌入域网格顶点到 CAD 模型边界的有向最小距离 [如图 3 (a) 中由 d_I 和 d_J 表示的点 I 和点 J 的有向最

小距离值], 可以得到所有顶点的有向最小距离, 并可将该距离用作构建CAD模型隐式表示的水平集函数值。在隐式表示中, CAD模型边界由零水平集等值面表示。在本文中, CAD模型中顶点的有向最小距离(即水平集函数值)被定义为正值, 而CAD模型外的顶点的有向最小距离被定义为负值。因此, 根据以下判定规则, 嵌入域网格的单元可以分为实体单元、裁剪单元和虚拟单元, 如图3(b)所示: ①如果所有顶点的有向最小距离都是正的, 则该单元是实体单元; ②如果顶点的有向最小距离既有正值又有负值, 则该单元是裁剪单元; ③如果所有顶点的有向最小距离都是负的, 则该单元是虚拟单元。文献[35]中提出了一种高效的单元分类方法, 该方法只需计算裁剪单元顶点的水平集函数值即可实现。

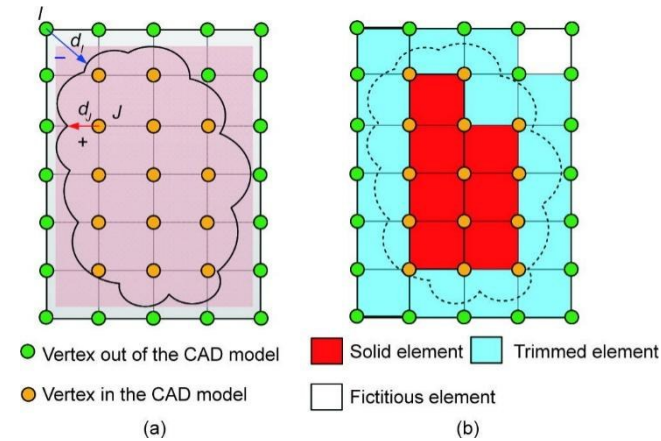


图3. 顶点有向最小距离与单元分类。(a) 顶点有向最小距离; (b) 嵌入域网格单元分类。

基于上述的隐式表示, 可以通过对裁剪单元实体域中的积分高斯点来实现数值积分。使用顶点的水平集函数值, 可以通过插值计算高斯点的水平集值, 具体如下:

$$\phi = \sum_A N_A \phi_A \quad (10)$$

式中, ϕ 是高斯点的水平集函数值, N_A 和 ϕ_A 分别是对应嵌入式域单元的第 A 个顶点的形状函数和水平集函数值(注意, 由于仅计算了嵌入域网格顶点的有向最小距离, 因此本文使用了线性插值; 当使用更多点计算有向最小距离时, 可以使用更准确的插值规则)。如果水平集函数值不是负数, 则应保留属于实体域的高斯点。否则, 该高斯点位于虚拟域中, 应予以移除。为了增加积分的精度, 采用了自适应细分方法, 将裁剪单元细分为4个子单元(二维问题)或八个子单元(三维问题), 以增加高斯点的数量。这种细分方法可以进行多层级细分, 直到积分精度满足要求。该方法已成功应用于处理等几何分析中被裁剪单元的积分[36–37]。图4显示了嵌入域高斯点生成的示例。

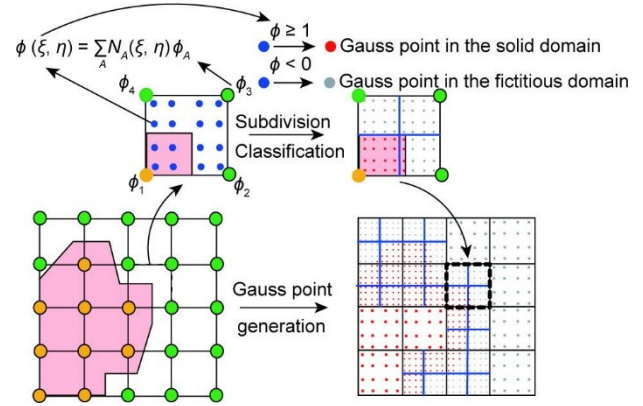


图4. 嵌入域高斯点生成示例。

基于以上的单元分类和裁剪单元积分, 可以在嵌入域中分析不规则几何的复杂模型。使用基于嵌入域的等几何分析, 可以以简单规则域相关的方式实现复杂的设计域的等几何拓扑优化。

3.2. 等几何拓扑优化结果可编辑模型的自动生成

在完成复杂设计域的等几何拓扑优化后, 需要生成设计结果的CAD模型。由于拓扑优化的结果模型通常需要进一步编辑以适应下游应用[如制造、原型制作、验证和(设计)探索[38]], 工业界需要拓扑优化结果的可编辑CAD模型。本文提出了一种基于等几何拓扑优化可编辑模型的自动生成方法, 创新地将基于B-rep的CAD构造方法与等几何拓扑优化相结合, 生成可选择和可编辑的等几何拓扑优化结果的B-rep表达CAD模型。

为了充分利用等几何拓扑优化中统一几何表示优势, 设计变量被用作控制点的高维坐标。因此, 二维问题中的等几何拓扑优化结果由三维NURBS曲面表示[如 $S(x, y, \rho)$], 其中前两个维度对应于设计域的二维坐标, 第三个维度表示设计变量的值。在三维等几何拓扑优化问题中, 结果由四维超曲面表示[如 $HS(x, y, z, \rho)$]. 接下来, 从超曲面中逐层提取一系列NURBS曲面, 例如, 提取一系列 $S(x, y, \rho) = HS(x, y, z = z_\beta, \rho)$, 其中 z_β 是第 β 层控制点的 z 坐标(提取也可以在 x 或 y 方向上实现)。通过这种方式, 三维等几何拓扑优化结果可以由多层NURBS曲面表示。

受到几种成熟的几何算法(如面/平面相交算法、曲面蒙皮算法和平面裁剪算法)以及Costa等[39–40]的后处理方法的启发, 三类几何算法和后处理过程被整合到同一个系统中来处理分层等几何拓扑优化结果。对于二维问题, 传统的等值线提取方法被面/平面相交算法替代, 并以裁剪平面形式表示结果。对于三维问题, 从等几何拓扑优化的定义到构造三维B-rep表达CAD几何模型的新过程如图5所示。整个构造过程可以分为5个步骤:

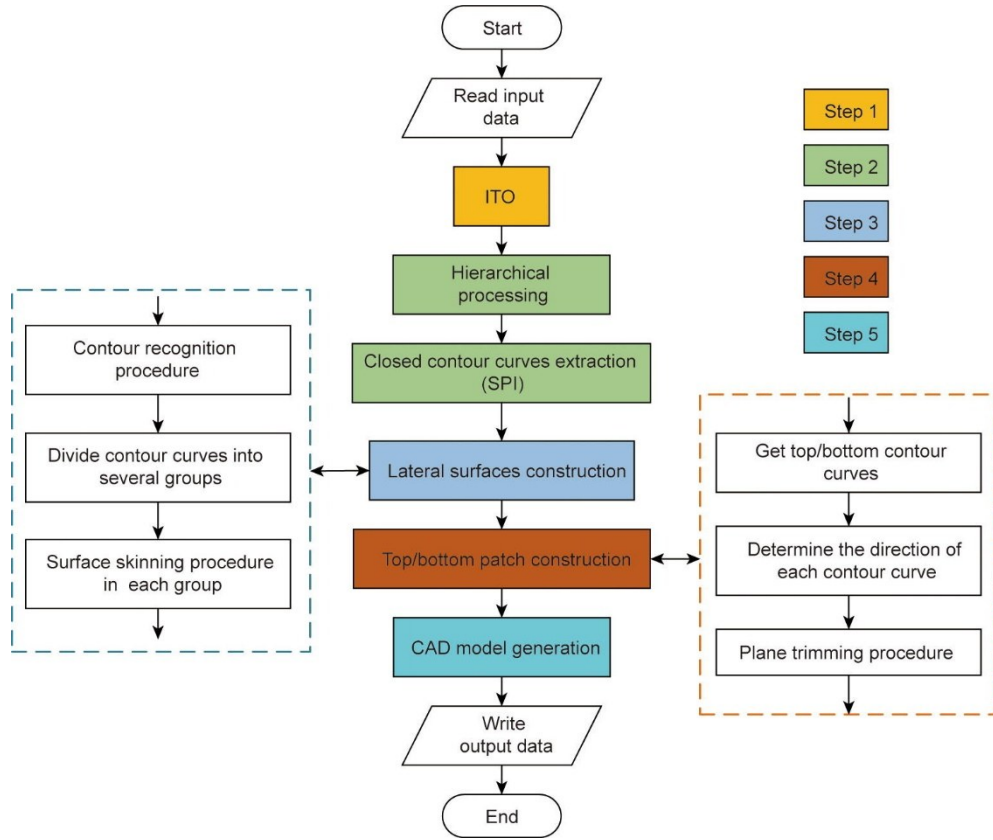


图5. 等几何拓扑优化结果模型的总体构造过程。

步骤1：等几何拓扑优化问题求解。

这里假设三维等几何拓扑优化问题使用六面体网格作为其控制网格。经过标准的等几何拓扑优化过程后，通过将设计变量视为高维坐标，得到的四维超曲面将被若干NURBS曲面替代，具体如下：

$$HS(x_1, x_2, x_3, \rho) = \bigcup_{\beta=1, 2, \dots, N} S_{\beta}(x_1, x_2, \rho) \quad (11)$$

式中， x_1 、 x_2 和 x_3 代表控制点的坐标； N 表示 x_3 方向上的层数； S_{β} 是沿着 x_3 方向的第 β 层表面，可以存储在标准的CAD数据（如IGS文件）中。

步骤2：轮廓线构造。

在这一步中，从每个表面层中提取闭合的等高曲线。类似于等高线求交的方法，每层NURBS曲面与一张高度在0到1之间的阈值平面相交。阈值平面的高度值是根据优化约束（如体积约束）来选择的，可以使用二分法来确定高度。闭合的等高曲线可以表示为：

$$C_{\beta}(x_1, x_2) = S_{\beta}(x_1, x_2, \rho) \cap P_{\beta}(x_3 = \rho_t) \quad (12)$$

式中， C_{β} 是沿 x_3 方向的第 β 层的封闭等高曲线； P_{β} 是阈值平面，其高度为 $x_3 = \rho_t$ ， ρ_t 是阈值密度。

面/平面相交算法是一种成熟而准确的几何算法[41–42]。追踪方法是一种被证明广泛而有效的求解面/平面相交的方法[43]。使用面/平面相交算法提取的轮廓曲线的输

出是多个序列不同高度处的闭合NURBS曲线。

步骤3：侧表面构造。

在这一步中，B-rep表达的优化模型的横截面曲线序列被用来生成侧表面 $LS(\cdot)$ ，具体如下：

$$LS(x_1, x_2, x_3) = \int C_{\beta}(x_1, x_2) dx_3 \quad (13)$$

式中，侧面可以看作是沿着 x_3 方向对剖面曲线进行积分。

在这一步中，使用表面蒙皮算法生成B-rep表达的优化模型的侧表面的NURBS信息。蒙皮是通过一组曲线形成表面的过程[44–45]。这实际上是CAD系统中的放样操作，在几十年前被广泛用于汽车和航空航天工业[46]。此步骤中的输入曲线应满足某些条件，例如，相应的曲线应在相同方向上，并且不同高度处的截面曲线的拓扑应保持一致。所获得的截面曲线被用作表面蒙皮过程的输入数据。最终得到以NURBS表示的外部 and 内部侧表面作为本步骤的结果。

此外，一个轮廓可能对应于相邻层中的两个或多个轮廓，这将导致拓扑结构的改变。然而，只要相邻层之间的距离足够小，就可以使用一层的轮廓曲线，通过曲面拉伸来构建两层之间的侧面曲面。此外，可以使用表面桥接算法[47]提高实体模型的精度。

步骤4: 顶/底面的构建。

为生成B-rep表达实体模型, 需要构建每个实体边界。在这一步中, 采用平面裁剪算法[48]生成顶面和底面。这一步的输入数据是顶部和底部层中的轮廓曲线以及该层的高度。输出数据是以裁剪平面的形式表示的顶面和底面, 如下所示:

$$P_{\text{output}} = P_{\text{input}}(A < C) \cup C \quad (14)$$

式中, P_{output} 和 P_{input} 分别为输出和输入的面片; $A < C$ 表示轮廓曲线 C 内部的区域。

步骤5: CAD模型生成。

最终的CAD模型以B-rep形式表示, 它包含整个边界的顶点、边和面。完成以上步骤后, 已经生成了侧面和顶部/底部裁剪面片。因此, 最后一步是将每个表面和面片的IGS文件组合起来, 这可以通过修改IGS文件来完成。

总之, 本文提出的方法借助多种几何算法, 通过5个步骤生成了一种可选择和可编辑的CAD模型, 该模型基于等几何拓扑优化结果。需要注意的是, 该CAD模型是

一个精确的B-rep表达CAD模型, 其几何信息直接来自于控制点的坐标和密度。

3.3. 基于等几何拓扑优化的人辅助设计流程

在HAD中, 人只需要定义一个设计域和需求(即等几何拓扑优化的约束条件), 然后计算机会自动生成一个符合所有需求的高性能优化后的CAD模型。在本研究中, 等几何拓扑优化生成的CAD模型由NURBS表示, 因此可以进行编辑, 并且可以由人进一步修改以满足需求。

基于等几何拓扑优化的HAD的流程如图6所示。计算机在HAD中扮演主导角色, 可以在几乎没有人干预的情况下完成大部分设计工作。此外, 计算机通过等几何拓扑优化迭代优化结构, 以获得最佳性能的结构。与传统CAD依赖于人的经验不同, 等几何拓扑优化是自动的且基于优化理论。由于CAD建模, CAE分析和等几何拓扑优化使用相同的数学表示, 优化结果包括几何信息, 可以使用标准几何算法自动生成可编辑的CAD模型。在HAD中, 只在

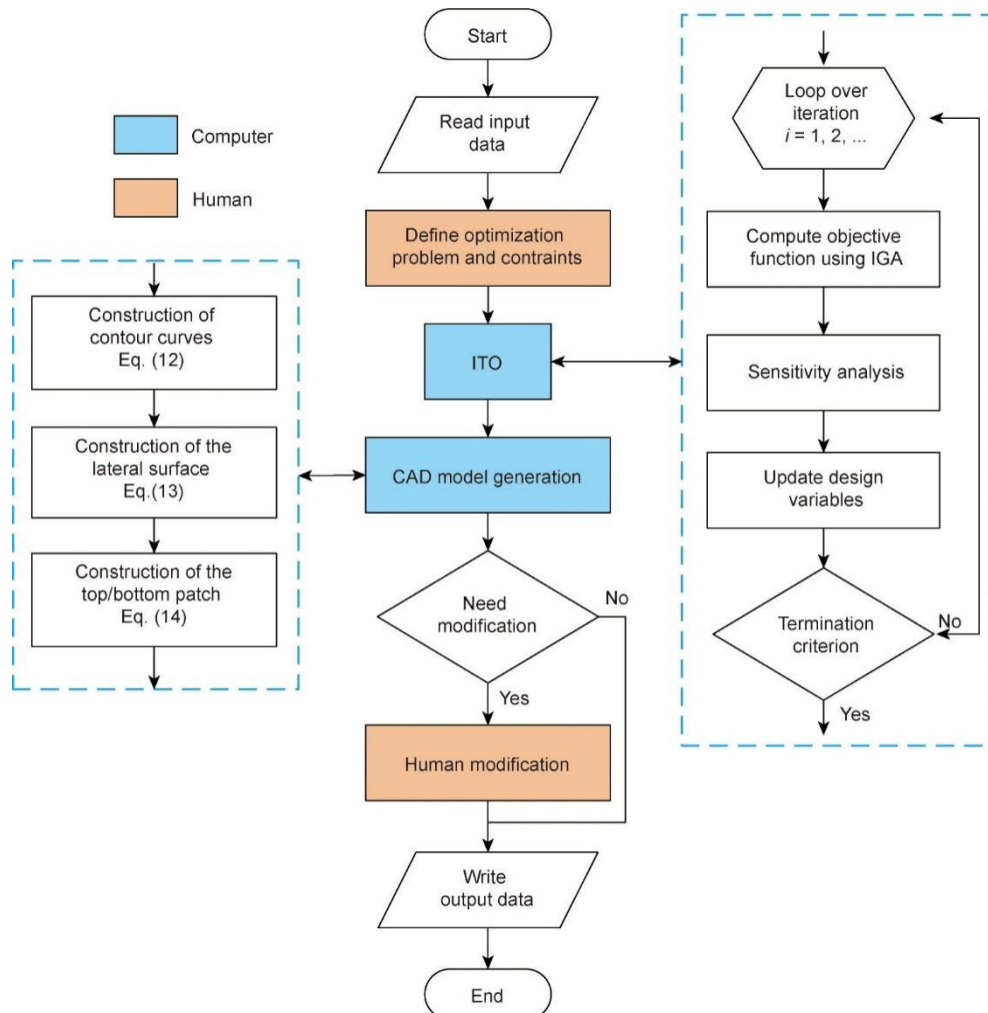


图6. 基于等几何拓扑优化的HAD流程图。

以下两个主要方面需要人的交互值：①定义优化问题和约束以满足设计要求，以及②修改优化的CAD模型以进一步改善产品设计。因此，人在HAD中扮演辅助角色，这就是将这种新的设计模式称为“HAD”的原因。

4. 人辅助设计的实现与应用

4.1. 规则设计域的人辅助设计

在HAD中，当计算机接收到优化问题的边界条件输入时，它将自动启动等几何拓扑优化程序。通过自动生成方法，将生成等几何拓扑优化结果的CAD模型。这里通过一个简单的悬臂梁示例以说明自动生成方法并验证该方法的效果。悬臂梁的设计域和边界条件如图7(a)所示。设计域被分别划分为 $40 \times 20 \times 20$ 和 $60 \times 30 \times 30$ 的二次三维NURBS单元，结构体积分数设置为 $VF = 0.3$ ，杨氏模量和泊松比分别为1和0.3。输入载荷 $F = 1$ 施加在右侧面的中心位置并垂直向下。左侧面施加固定约束，设计目标是实现最小的相容性结构。图7(b)显示了六面体三维等几何拓扑优化控制网格，其比例缩小到 $14 \times 7 \times 7$ ，以避免在图中显示过多的控制点。

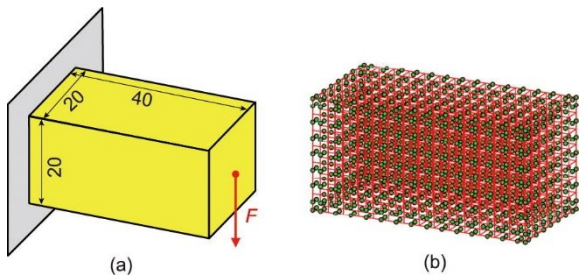


图7. 三维悬臂梁的设计域。(a) 边界条件；(b) IGA控制网格的三维表示。

图8显示了用单元表示的三维悬臂梁的优化结果结构。可以看出，两种网格尺度的优化几何形状是一致的，这证明了所提出的等几何拓扑优化方法的网格独立性。该图仅显示控制点密度大于密度 $\rho = 0.5$ 的单元。图9显示了具有 $40 \times 20 \times 20$ 单元的三维悬臂梁的迭代历史记录。在等几何拓扑优化程序的53次迭代后，悬臂梁的最小柔顺度优化为29.86。接下来，将三维悬臂梁的NURBS信息输入到自动生成方法中生成CAD模型。

图10展示了自动生成方法的详细过程。该方法的输入是NURBS信息（包括节点向量、控制点坐标和密度），这些信息是从等几何拓扑优化程序中获得的。首先，按层提取控制点密度，用多个三维NURBS曲面代替四维超曲面结果。控制点层的选择可以沿着 x 、 y 或 z 方向进行，每

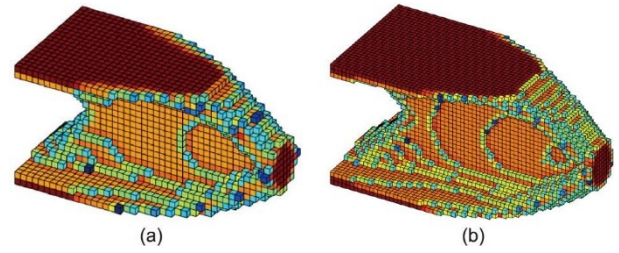


图8. 三维悬臂梁的优化后结构。(a) $40 \times 20 \times 20$ 单元；(b) $60 \times 30 \times 30$ 单元。

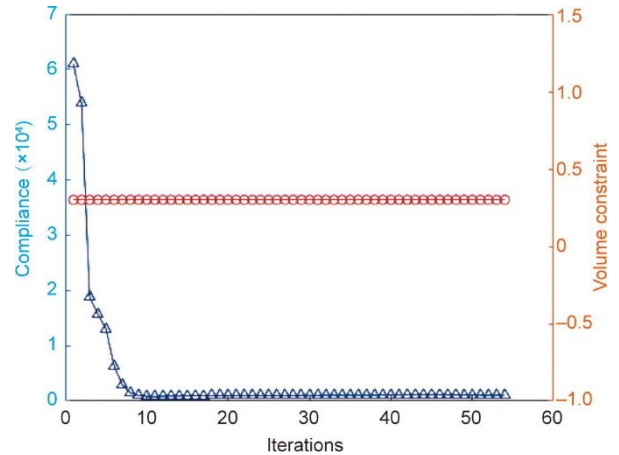


图9. 规模为 $40 \times 20 \times 20$ 单元的悬臂梁的等几何拓扑优化收敛过程。

层之间的距离可以是不均匀的。在本例中，沿 y 方向选择了20层，它们之间的距离是均匀的，如图10(a)所示。其次，将这些NURBS曲面逐个输入到面/平面相交过程中，如图10(b)所示。图10(c)~(e)展示了三个典型的面/平面相交过程，其中黄色突出显示交点曲线，灰色表示阈值平面。应注意选择阈值平面的高度值，以满足优化约束条件，并使得每层与阈值平面的交点具有相同的相对高度，以生成等高曲线。这20个NURBS曲面的面/平面相交过程的输出是20个闭合等高曲线。为了减少控制点的数量，可采用数据缩减方法[49-50]。再次，将这些等高曲线输入到表面蒙皮过程中，生成一个横向表面，如图10(h)所示。在这一步骤中，采用了NURBS曲线重构过程，将每个曲线的控制点数量统一为50个。为了构造平滑的表面，应合适地选择蒙皮过程的阶数，在本例中选择10。图10(j)显示了表面蒙皮过程的输出。接下来，应使用平面裁剪算法构造顶部和底部边界，如图10(f)所示。该过程的输入是来自顶部/底部层的等高曲线和它们的高度。输出片段如图10(i)和(k)所示。最后，将上述所有模型边界，包括横向表面和顶面/底面，组合在一起生成最终的CAD模型，如图10(l)所示。

理论上，最终CAD模型的精度取决于每一种几何算法的精度选择。在这个悬臂梁的例子中，顶部轮廓曲线有

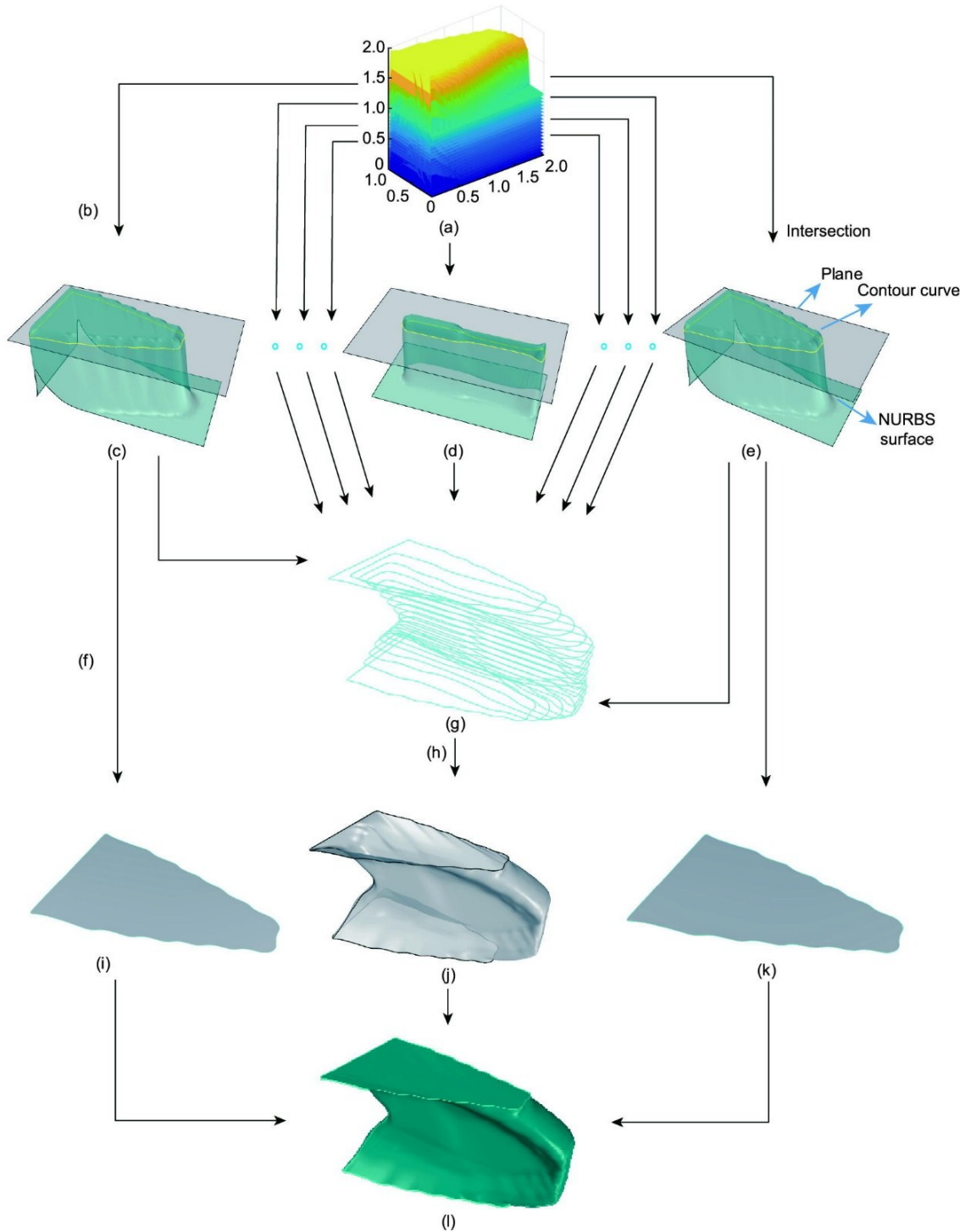


图10. 基于等几何拓扑优化结果构建可编辑CAD模型的流程。(a) 等几何拓扑优化结果曲面；(b) 面/平面相交过程；(c) 顶部表面；(d) 中部表面；(e) 底部表面；(f) 平面裁剪过程；(g) 每层的轮廓曲线；(h) 表面蒙皮过程；(i) 顶部面片；(j) 侧面片；(k) 底部面片；(l) 等几何拓扑优化结果模型。

286个控制点，面/平面相交算法的误差精度选择为0.001。表面蒙皮算法的阶数和曲线重构控制点数量也会影响CAD模型的精度。自动生成方法构建的最终等几何拓扑优化CAD模型在CAD系统中是可选取和可编辑的。图11(a)显示了等几何拓扑优化CAD模型在CAD系统中的控

制点，设计人员可以通过更改控制点坐标的方式来编辑模型。图11(b)是一个编辑示例，设计师通过更改左侧的控制点来提升模型的可制造性。通过这种方式，等几何拓扑优化模型可用于任何进一步的流程，包括CAE分析和形状优化。

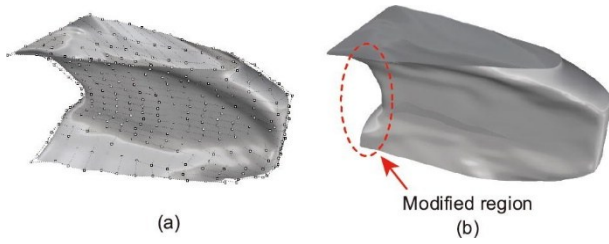


图 11. CAD 系统中的模型编辑。(a) 曲面的控制点；(b) 修改后的模型。

4.2. 复杂设计域的人辅助设计

为证明所提出的方法可用于不规则设计域，这里采用半个汽车零件作为等几何拓扑优化算例。如图 12 (a) 所示，一个嵌入到具有 $36 \times 36 \times 18 = 23\,328$ 个二次三维 NURBS 单元的规则域内的半个汽车零件受到一个 $F = 10^4$ 的向下的力，设计域的右侧面被固定。在本例中，杨氏模量和泊松比分别为 10^9 和 0.3。设计目标是在体积分数约束 $VF = 0.4$ 的情况下实现具有最大刚度的结构（即最小的柔顺度）。图 12 (b) 显示了由相对密度大于 0.5 的单元表示的最终优化结构，其中优化结果完全在不规则设计域内。经过 197 次迭代，等几何拓扑优化收敛，最小柔顺度为 5.47×10^4 。图 13 显示了汽车零件的优化迭代曲线。

该自动生成方法可以自动生成一个优化结果的可编辑 CAD 模型，如 3.2 节的描述。这个例子包含一个树状分支结构。通常情况下，这种情况可以使用骨架化技术来处理 [51]，但这种技术可能会丢失截面的几何信息。在本文方法中，如图 14 所示，最终的边界表示的 CAD 模型被成功构建。然而，在截面曲线序列中存在多个拓扑变化，意味着模型的侧面无法仅通过表面蒙皮算法获得。因此，这里引入了双轨扫描和表面桥接算法 [47] 来处理不同截面层之间的拓扑变化。分支状结构如图 14 (b) 所示。桥接表面和蒙皮表面之间的连续性可以达到 G3，意味着表面的控制点会均匀地改变，没有变异点或跳跃点。最终的汽车零件 CAD 模型与 CAD 系统兼容，设计师也可以进行编辑。

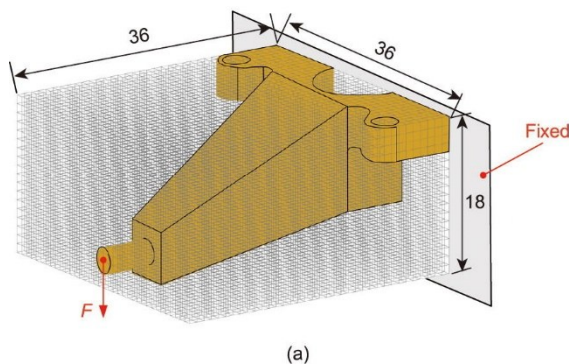


图 12. 半个汽车零件模型的边界条件 (a) 与优化后的结构 (b)。

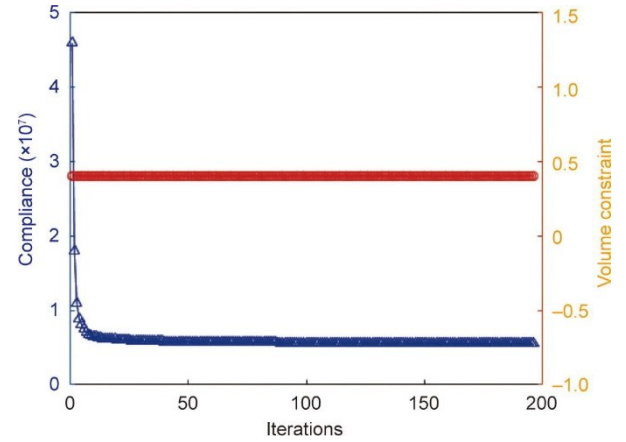


图 13. 汽车零件等几何拓扑优化的收敛历史。

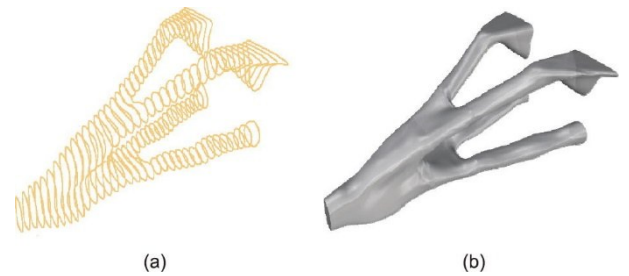
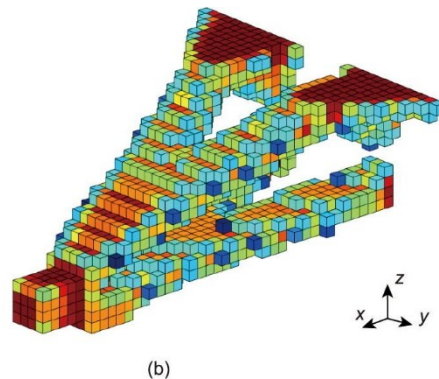


图 14. 汽车零件的自动生成过程。(a) 沿 x 方向的所有轮廓曲线；(b) 边界表示的 CAD 模型。

该例子表明，等几何拓扑优化结果的自动生成对于不规则的 CAD 模型也是有效的。

4.3. 多尺度等几何拓扑优化的人辅助设计

本算例中，研究了 Messerschmitt-Bölkow-Blohm (MBB) 梁 [52] 的设计，以测试多尺度等几何拓扑优化方法的有效性。使用等几何映射策略 [53] 和形状插值技术将变密度体心立方 (BCC) 晶格填充到 MBB 梁中。图 15 展示了 MBB 梁的设计域，其长度 $L = 250$ ，宽度 $W = 41.67$ ，高度 $H = 50$ ，离散为 $60 \times 10 \times 12$ 个二次单元。在顶面中央施加 $F = 1000$ 分布力，并且对左右底面支撑边缘的位移进行部分固定。体积分数设置为 0.5。基材的杨氏模量为



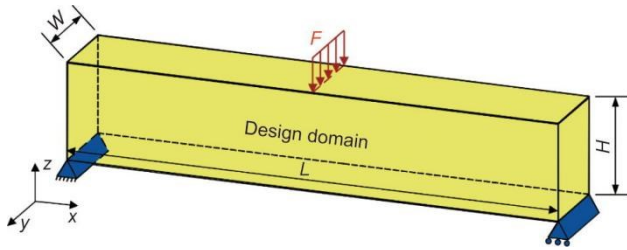


图 15. MBB 梁的设计域。

$E_s = 2750$ ，泊松比为 $\mu = 0.38$ 。当两次迭代之间的相对差异小于 0.01 或最大迭代次数达到 200 时，优化将被终止。

图 16 展示了 MBB 梁在全局体积分数被限制为 0.5 时的优化后的变密度点阵夹层结构。可以看到，在上面板到下面板的支撑区域沿主要力传递路径分布具有高密度的高刚度体心立方晶格，构成主要的力传递路径。大量低密度体心立方晶格位于次要力传递路径上，有助于抵抗剪切变形并稳定地支撑上下实心面板。

如图 17 所示的收敛历史记录，迭代次数为 180 次。多尺度等几何拓扑优化的 MBB 梁的柔顺度为 596.3。与全局体积分数限制为 0.5 的传统均匀晶格夹层结构[52]相比，通过多尺度等几何拓扑优化改进了 24.66% 的柔顺度性能。值得注意的是，图 16 中的微观结构单元在其界面处有锐利的变化，可能会导致严重的应力集中。采用有效的方法可以解决这个问题，如参考文献[54]中的方法。

5. 总结和展望

本文提出了一种通过等几何拓扑优化实现的新型 HAD 模式。在 HAD 中，计算机在设计过程中起主导作用，通过等几何拓扑优化自动生成高性能的可编辑产品结构，而人（即设计人员）只需在必要时轻微修改优化后的

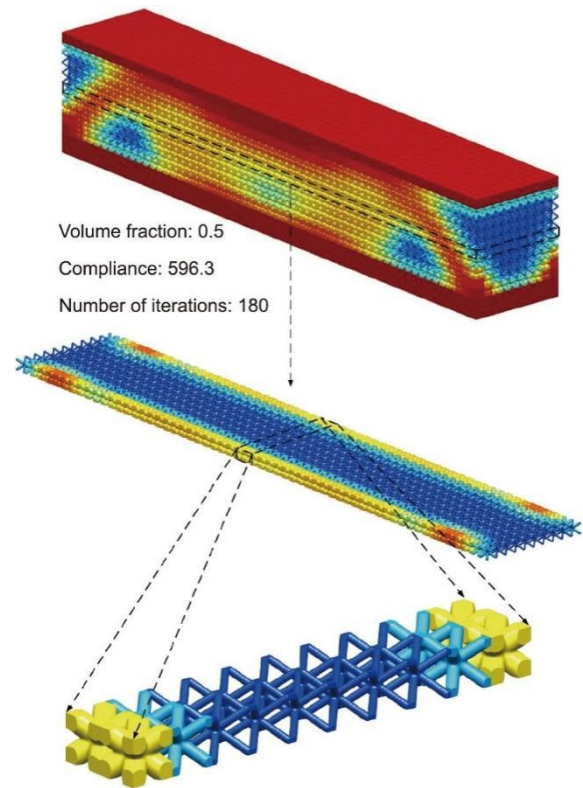


图 16. 全局体积分数约束为 0.5 的情况下的 MBB 梁优化设计。

结构以满足设计要求。本文采用相同的 NURBS 表示方法进行建模、分析和拓扑优化，提出了一套嵌入式域方法将等几何拓扑优化从规则设计域扩展到不规则设计域。引入基于 CAD 操作的模型自动生成方法，生成等几何拓扑优化结果的可编辑模型。通过三个算例验证了所提出的 HAD 的有效性。第一个算例演示了可编辑优化结果能够自动生成。第二个算例说明了 HAD 可以成功处理不规则设计域的设计。第三个算例展示了 HAD 在复杂几何结构的多尺度设计中的优势。

本文中，为确保积分的准确性，裁剪单元的分层细分

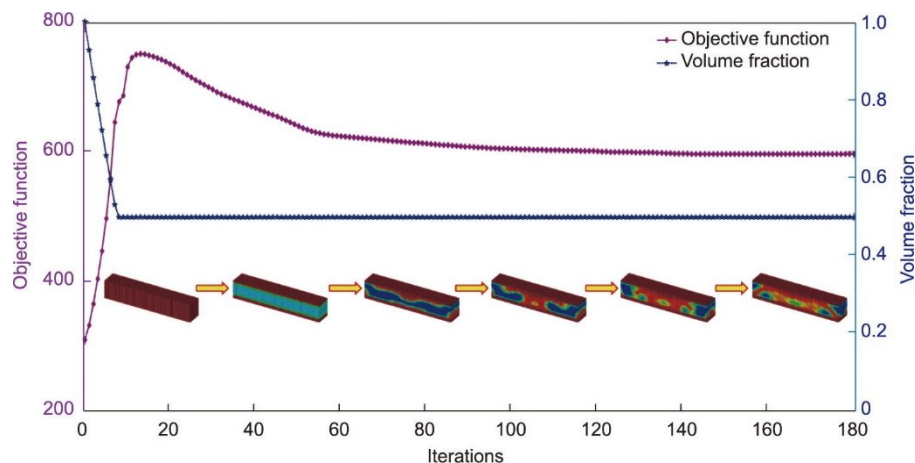


图 17. MBB 梁的多尺度等几何拓扑优化迭代曲线。

可能会大幅增加积分点的数量。此外，由于三维优化的CAD模型是基于截面层的轮廓曲线构建的，如果相邻层之间的拓扑结构发生了巨大变化，则难以自动生成连接面。将来，将专注于解决这两个问题，并将所提出的等几何拓扑优化扩展应用到其他问题，如热传导[55]、流-固耦合[56]和电磁学[57]。

致谢

本研究得到了国家重点研发计划(2020YFB1708300)、国家自然科学基金(52075184)、湖北省自然科学基金(2019CFA059)和腾讯探索奖的支持。

Compliance with ethics guidelines

Yingjun Wang, Mi Xiao, Zhaohui Xia, Peigen Li, and Liang Gao declare that they have no conflict of interest or financial conflicts to disclose.

References

- [1] Ault HK. 3D geometric modeling for the 21st century. *Eng Des Graph J* 1999; 63(2):33–42.
- [2] Bazilevs Y, Calo VM, Cottrell JA, Evans JA, Hughes TJR, Lipton S, et al. Isogeometric analysis using T-splines. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2010; 199(5–8):229–63.
- [3] Deng YM, Lam YC, Tor SB, Britton GA. A CAD–CAE integrated injection molding design system. *Eng Comput* 2002;18(1):80–92.
- [4] Hughes TJR, Cottrell JA, Bazilevs Y. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2005;194(39–41):4135–95.
- [5] Nguyen VP, Anitescu C, Bordas SPA, Rabczuk T. Isogeometric analysis: an overview and computer implementation aspects. *Math Comput Simul* 2015;117: 89–116.
- [6] Wang Y, Wang Z, Xia Z, Poh LH. Structural design optimization using isogeometric analysis: a comprehensive review. *Comput Model Eng Sci* 2018; 117(3):455–507.
- [7] Gao J, Xiao M, Zhang Y, Gao L. A comprehensive review of isogeometric topology optimization: methods, applications and prospects. *Chin J Mech Eng* 2020;33:87.
- [8] Lieu QX, Lee J, Lee D, Lee S, Kim D, Lee J. Shape and size optimization of functionally graded sandwich plates using isogeometric analysis and adaptive hybrid evolutionary firefly algorithm. *Thin-Walled Struct* 2018;124:588–604.
- [9] Bendsoe MP, Sigmund O. *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Berlin: Springer; 2004.
- [10] Le C, Norato J, Bruns T, Ha C, Tortorelli D. Stress-based topology optimization for continua. *Struct Multidiscipl Optim* 2010;41(4):605–20.
- [11] Huang X, Xie YM. Evolutionary topology optimization of continuum structures with an additional displacement constraint. *Struct Multidiscipl Optim* 2010; 40(1–6):409–16.
- [12] Seo YD, Kim HJ, Youn SK. Isogeometric topology optimization using trimmed spline surfaces. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2010;199(49–52):3270–96.
- [13] Kumar AV, Parthasarathy A. Topology optimization using B-spline finite elements. *Struct Multidiscipl Optim* 2011;44(4):471–81.
- [14] Hassani B, Khanzadi M, Tavakkoli SM. An isogeometric approach to structural topology optimization by optimality criteria. *Struct Multidiscipl Optim* 2012;45(2):223–33.
- [15] Qian X. Topology optimization in B-spline space. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2013;265:15–35.
- [16] Xie X, Wang S, Xu M, Jiang N, Wang Y. A hierarchical spline based isogeometric topology optimization using moving morphable components. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2020;360:112696.
- [17] Taheri AH, Suresh K. An isogeometric approach to topology optimization of multi-material and functionally graded structures. *Int J Numer Methods Eng* 2017;109(5):668–96.
- [18] Gao J, Luo Z, Xiao M, Gao L, Li P. A NURBS-based multi-material interpolation (N-MMI) for isogeometric topology optimization of structures. *Appl Math Model* 2020;81:818–43.
- [19] Wang Y, Xu H, Pasini D. Multiscale isogeometric topology optimization for lattice materials. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2017;316:568–85.
- [20] Lieu QX, Lee J. A multi-resolution approach for multi-material topology optimization based on isogeometric analysis. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2017;323:272–302.
- [21] Lieu QX, Lee J. Multiresolution topology optimization using isogeometric analysis. *Int J Numer Methods Eng* 2017;112(13):2025–47.
- [22] Shojaei S, Mohamadianb M, Valizadeh N. Composition of isogeometric analysis with level set method for structural topology optimization. *Int J Optim Civ Eng* 2012;2(1):47–70.
- [23] Wang Y, Benson DJ. Isogeometric analysis for parameterized LSM-based structural topology optimization. *Comput Mech* 2016;57(1):19–35.
- [24] Wang Y, Benson DJ. Geometrically constrained isogeometric parameterized level-set based topology optimization via trimmed elements. *Front Mech Eng* 2016;11(4):328–43.
- [25] Ghasemi H, Park HS, Rabczuk T. A level-set based IGA formulation for topology optimization of flexoelectric materials. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2017;313:239–58.
- [26] Ghasemi H, Park HS, Rabczuk T. A multi-material level set-based topology optimization of flexoelectric composites. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2018;332:47–62.
- [27] Lee SW, Yoon M, Cho S. Isogeometric topological shape optimization using dual evolution with boundary integral equation and level sets. *Comput Aided Des* 2017;82:88–99.
- [28] Sovacool BK, Furszyfer Del Rio DD. Smart home technologies in Europe: a critical review of concepts, benefits, risks and policies. *Renew Sustain Energy Rev* 2020;120:109663.
- [29] Chen B, Wan J, Shu L, Li P, Mukherjee M, Yin B. Smart factory of Industry 4.0: key technologies, application case, and challenges. *IEEE Access* 2017; 6: 6505–19.
- [30] Meiring GAM, Myburgh HC. A review of intelligent driving style analysis systems and related artificial intelligence algorithms. *Sensors* 2015; 15(12): 30653–82.
- [31] Rozvany GIN, Bendsoe MP, Kirsch U. Layout optimization of structures. *Appl Mech Rev* 1995;48(2):41–119.
- [32] Svanberg K. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *Int J Numer Methods Eng* 1987;24(2):359–73.
- [33] Kang Z, Wang Y. Structural topology optimization based on non-local Shepard interpolation of density field. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2011;200(49–52):3515–25.
- [34] Wang Y, Kang Z, He Q. An adaptive refinement approach for topology optimization based on separated density field description. *Comput Struct* 2013; 117:10–22.
- [35] Wang Y, Gao L, Qu J, Xia Z, Deng X. Isogeometric analysis based on geometric reconstruction models. *Front Mech Eng* 2021;16(4):782–97.
- [36] Schillinger D, Dedè L, Scott MA, Evans JA, Borden MJ, Rank E, et al. An isogeometric design-through-analysis methodology based on adaptive hierarchical refinement of NURBS, immersed boundary methods, and T-spline CAD surfaces. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2012;2012(249–252):116–50.
- [37] Guo Y, Heller J, Hughes TJR, Ruess M, Schillinger D. Variationally consistent isogeometric analysis of trimmed thin shells at finite deformations, based on the STEP exchange format. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2018;336:39–79.
- [38] Subedi SC, Verma CS, Suresh K. A review of methods for the geometric post-processing of topology optimized models. *J Comput Inf Sci Eng* 2020;20(6): 060801.
- [39] Costa G, Montemurro M, Pailhès J. NURBS hyper-surfaces for 3D topology optimization problems. *Mech Adv Mater Struct* 2021;28(7):665–84.
- [40] Costa G, Montemurro M. Eigen-frequencies and harmonic responses in topology optimisation: a CAD-compatible algorithm. *Eng Struct* 2020; 214: 110602.
- [41] Barnhill RE, Farin G, Jordan M, Piper BR. Surface/surface intersection.

- Comput Aided Geom Des 1987;4(1–2):3–16.
- [42] Grandine TA, Klein IV FW. A new approach to the surface intersection problem. *Comput Aided Geom Des* 1997;14(2):111–34.
- [43] Barnhill RE, Kersey SN. A marching method for parametric surface/surface intersection. *Comput Aided Geom Des* 1990;7(1–4):257–80.
- [44] Woodward CD. Skinning techniques for interactive B-spline surface interpolation. *Comput Aided Des* 1988;20(8):441–51.
- [45] Piegl L, Tiller W. Algorithm for approximate NURBS skinning. *Comput Aided Des* 1996;28(9):699–706.
- [46] Lin CY, Liou CS, Lai JY. A surface-lofting approach for smooth-surface reconstruction from 3D measurement data. *Comput Ind* 1997;34(1):73–85.
- [47] Hartmann E. Blending an implicit with a parametric surface. *Comput Aided Geom Des* 1995;12(8):825–35.
- [48] Farouki RT. Trimmed-surface algorithms for the evaluation and interrogation of solid boundary representations. *IBM J Res Develop* 1987;31(3):314–34.
- [49] Hennig P, Müller S, Kästner M. Bézier extraction and adaptive refinement of truncated hierarchical NURBS. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2016; 305: 316–39.
- [50] Hiemstra RR, Calabrò F, Schillinger D, Hughes TJR. Optimal and reduced quadrature rules for tensor product and hierarchically refined splines in isogeometric analysis. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2017;316:966–1004.
- [51] Yin G, Xiao X, Cirak F. Topologically robust CAD model generation for structural optimisation. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2020;369:113102.
- [52] Xiao M, Liu X, Zhang Y, Gao L, Gao J, Chu S. Design of graded lattice sandwich structures by multiscale topology optimization. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2021;384:113949.
- [53] Xu M, Xia L, Wang S, Liu L, Xie X. An isogeometric approach to topology optimization of spatially graded hierarchical structures. *Compos Struct* 2019; 225:111171.
- [54] Liu X, Gao L, Xiao M, Zhang Y. Kriging-assisted design of functionally graded cellular structures with smoothly-varying lattice unit cells. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2022;390:114466.
- [55] Dbouk T. A review about the engineering design of optimal heat transfer systems using topology optimization. *Appl Therm Eng* 2017;112:841–54.
- [56] Lundgaard C, Alexandersen J, Zhou M, Andreasen CS, Sigmund O. Revisiting density-based topology optimization for fluid-structure-interaction problems. *Struct Multidiscipl Optim* 2018;58(3):969–95.
- [57] Nishi S, Yamada T, Izui K, Nishiwaki S, Terada K. Isogeometric topology optimization of anisotropic metamaterials for controlling high-frequency electromagnetic wave. *Int J Numer Methods Eng* 2020;121(6):1218–47.