



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Engineering

journal homepage: www.elsevier.com/locate/eng



Research
Bridge Engineering—Article

基于气动模型的大跨度桥梁抖振与颤振的比较评估

Igor Kavrakov^{a,*}, Guido Morgenthal^b

^a Research Training Group 1462, Bauhaus-University Weimar, Weimar 99423, Germany

^b Chair of Modeling and Simulation of Structures, Bauhaus-University Weimar, Weimar 99423, Germany

ARTICLE INFO

Article history:

Received 15 June 2017

Revised 21 August 2017

Accepted 30 November 2017

Available online 8 December 2017

关键词

抖振

颤振

大跨度桥梁

桥梁空气动力学

桥梁气动弹性

架设阶段

摘要

风致振动通常代表了大跨度桥梁设计的主要标准。桥梁空气动力学中的气动力主要基于准定常和线性非定常理论。本文旨在通过比较多跨斜拉桥在临界架设条件下的动力响应，进而推演出不同时域自激力与抖振力的表达式。这类混凝土箱梁桥是用于大型河流交叉口的典型参考对象。本文从模型复杂性的角度进行分析，对比了气动模型中隐含的气动参数，如气动阻尼和气动刚度、抖振力和自激力中的流体记忆、气动非线性和气动耦合等对桥梁响应的影响。选定的模型用于研究一定风速范围内的结果，该风速范围对于考虑两种湍流度情况的施工过程是典型范围。此外，还提出了一种计算包括气动导纳在内的抖振力的简化方法，避免了有理逼近。在层流流动下，也将对根据所选模型计算得到的临界颤振风速进行对比。

© 2017 THE AUTHORS. Published by Elsevier LTD on behalf of the Chinese Academy of Engineering and Higher Education Press Limited Company. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. 引言

大跨度桥梁等生命线结构的生命周期是一个完整过程，在这个过程中，从设计到施工，都应对桥梁存在的每个阶段的生命周期进行彻底的检查。在施工阶段，由于桥梁的结构体系与在役设计时不同，因此需要在临界施工条件下进行额外的设计检查[1]。对于大跨度柔性桥梁，这些检查通常针对临界风速条件进行。通过限制存储在结构中的残余力的响应，从而确保整个施工期和使用期的安全性和可维护性。由风力引起的流固耦合(FSI)是一个复杂的现象，将通过一些方法和模型对其进行描述。在桥面情况下，FSI通常通过基于气动弹性

理论的风洞试验或半解析模型进行模拟，并辅之以风洞可交付成果[2–6]。在过去的20年中，基于计算流体力学(CFD)的数值方法[7–9]也受到了广泛的关注。基于不同的假设条件，半解析模型以平板空气动力学的解析解为依据。通过引入由实验得出的修正系数，它们模拟了钝体的复杂不稳定性。半解析气动模型开发的两个主要假设是准定常假设和线性非定常假设。在桥梁空气动力学的准定常假设中，忽略了流体记忆而考虑气动非线性。借助线性非定常假设，气动力可以分为静力、抖振力和自激力，从而便于以线性方式揭示钝体空气动力学的复杂性能。在后一种假设中，抖振力和自激力被认定为分别产生于风的频率波动和结构运动(即流体记

* Corresponding author.

E-mail address: igor.kavrakov@uni-weimar.de (I. Kavrakov).

忆)。流体记忆是通过频率相关系数来进行考量的,如气动导纳函数和颤振导数。

本文考虑了8种时域半解析模型,包括准定常(QS)、线性准定常(LQS)、线性非定常(LU)、校正准定常(CQS)、修正准定常(MQS)、单模态(MBM)、复模态(CMBM)和混合非线性(HNL)模型。QS模型考虑了气动非线性,而忽略了自激力和抖振力中的流体记忆。LQS模型可能是最简单的模型,因其是线性的,并且不考虑气动力的不稳定性[10,11]。LU模型考虑线性流体记忆,也就是说,它以线性非定常假设为依据[2-4]。由于气动力在LU模型中具有混合性质,它包括时间和频率相关参数,因此需要使用传递函数的有理近似值以进行频率无关表达式的变换。在桥梁空气动力学中,指数[12,13]或脉冲函数公式[14,15]通常用作传递函数的近似形式。CQS模型[5]的动机是保留QS模型的气动非线性优势,并通过引入频率无关的校正系数,以平均的方式囊括流体记忆。在MQS模型中,通过使用基于颤振导数的频率无关系数表示自激力,进而解释LQS模型中扭转阻尼的模糊性[16]。通过这种方式,流体记忆有一些平均。时域MBM模型近似于自振频率下的自激力,忽略了模态间的气动耦合。由于这是导致耦合颤振不稳定的主要原因,因此模态之间的气动耦合在桥梁空气动力学中必不可少。利用复模态分解法,CMBM模型[17]在复模态频率处对颤振导数进行插值。该模型的假设是,除了在复杂模态频率下,气动传递函数没有明显的峰值,但气动耦合是保持不变的。考虑到LU模型的渐近性质会在低速条件下收敛于QS模型,因此,HNL模型[18,19]将截止频率下的风谱划分为低频和低频分量。对于适用准定常假设的低频分量,采用QS模型来模拟气动力,这样就考虑了气动非线性;由于流体记忆在气动力中对高频分量的影响是相当大的,因此采用LU模型。这样,就可以利用LU和QS模型的优点。近年来,基于气动力滞回性能[20,21]和Volterra级数[22]的近似性,已经开发了包括非线性流体记忆在内的几种模型。然而,本文将不会考虑这些模型,因为这些模型所需的气动系数不适用于这种情况。

这里回顾一下半解析气动模型领域中的一些比较分析。在参考文献中对QS和LU模型的时域和频域进行了广泛分析[23-25],也对各种公式、计算效率、指数和脉冲函数的算法进行了比较[15,26-28]。Wu和Kareem[29]详细分析了柔性桥梁截面的基本假设。他们认为,

流体记忆是气动响应的关键因素之一。然而,他们没有具体说明影响整体响应的是抖振力的流体记忆还是自激力的流体记忆。不过,他们进行了一项无自激力的分析,由此可以估计抖振力的流体记忆对响应的影响,而不必考虑自激力的作用。

本文的主要目的是评估和量化所研究的半解析模型的假设对斜拉桥在架设阶段响应的影响。这类桥梁是跨越大型河流的典型代表。其桥面是一个混凝土箱梁,由单索面的后张拉索支撑。这些类型桥梁的典型施工方法是平衡悬臂法,从塔桥两侧依次对称安装节段。最大悬臂架设阶段代表了关键的设计条件,因此应予以重视。与其他处理密切相关问题的研究相比,该参考对象为相当坚硬的钝体横截面。研究问题是:哪种模型足以分析这类结构的设计风速?

此外,基于卷积定理,本文第2.4.1节介绍了气动导纳的简化方法。由于风速脉动通常在时间积分之前就可以获得,因此可以通过采用此处介绍的方法来避免有理近似值。该方法在LU模型中通过有理近似值进行了测试并与标准公式进行了比较。

2. 半解析气动模型

风与结构耦合作用是一种复杂的三维(3D)现象。然而,大多数气动模型为了二维(2D)截面模型而开发,然后再将其应用于3D结构中以模拟完整的行为。通过广义模态法在有限元上离散3D线性结构的运动控制方程如下:

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = \mathbf{f} \quad (1)$$

式中, M 、 C 、 K 分别为模态质量、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{q} = \mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\psi} \mathbf{q}_0$ 作为时间 t 函数的广义位移以及它们的时间导数,用“ \cdot ”来表示; $\boldsymbol{\psi}$ 为结构模态矩阵。广义力矢量 $\mathbf{f} = \mathbf{f}(t) = \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{f}_0$,从节点力 \mathbf{f}_0 (下标 0 用于全阶系统)处获得,其中, $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}_0(t) = \mathbf{f}(\mathbf{f}_{os}, \mathbf{f}_{ob}, \mathbf{f}_{osc})$ 通常是气动载荷的非线性函数,包括分别表示为 \mathbf{f}_{os} 、 \mathbf{f}_{ob} 、 \mathbf{f}_{osc} 的静态、抖振(与风速脉动有关)和自激(与桥面运动有关)组分。图1描述了一个简化的三自由度(3DOF)桥面,其节点力矢量 $\mathbf{f} = \mathbf{f}_0 \in \{D, L, M\}$ 分别表示阻力、升力和升力矩分量,以及位移矢量 $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0(t) = \mathbf{q}_0 \in \{p, h, \alpha\}$ 分别表示水平位移、竖向位移和转角。 B 表示桥面宽度,设风速为 U 时, $u = u(t)$ 和 $w = w(t)$ 分别表示在水平和竖直方向上的脉动分量。

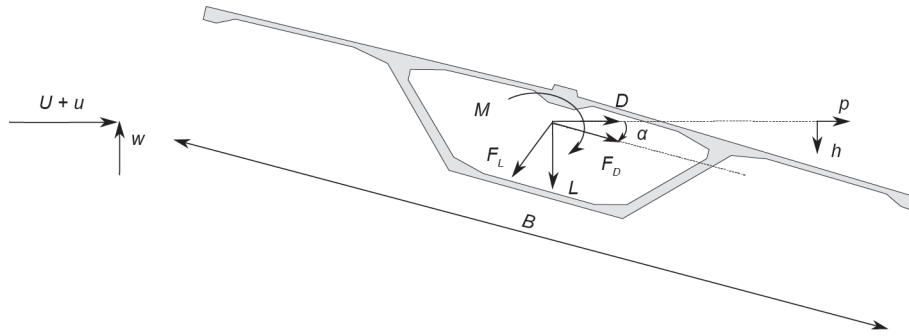


图1. 作用于桥面横截面上的风脉动和气动力的坐标系。

2.1. 准定常和线性准定常模型

QS模型基于这样的假设：在每个时间步长，由于FSI引起的力与处于无限时间内的等效稳态相同，因此，假定气动力的上升时间是瞬时的，并且不考虑流体的记忆效应。该模型的主要优点是考虑了气动非线性，即考虑到风脉动和结构运动，风系数取决于瞬时攻角。作用在桥面上的净力定义为如下形式[6,10,11]：

$$\begin{aligned} D &= F_L \sin \beta_D + F_D \cos \beta_D \\ L &= F_L \cos \beta_L - F_D \sin \beta_L \\ M &= F_M \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} F_D &= \frac{1}{2} \rho U_{rD}^2 B C_D(\alpha_{eD}) \\ F_L &= -\frac{1}{2} \rho U_{rL}^2 B C_L(\alpha_{eL}) \\ F_M &= \frac{1}{2} \rho U_{rM}^2 B^2 C_M(\alpha_{eM}) \end{aligned} \quad (3)$$

式中， ρ 为流体密度； $C_j(\alpha_{ej})$ 为静风系数，它是有效攻角 α_{ej} 的非线性函数，后者由下式得出：

$$\alpha_{ej} = \alpha_s + \alpha + \beta_j = \alpha_s + \alpha + \arctan \left(\frac{w + \dot{h} + m_j B \dot{\alpha}}{U + u - \dot{p}} \right) \quad (4)$$

式中， α_s 为静态攻角； β_j 为动态攻角；合成风速 U_{rj} 由下式得出：

$$U_{rj} = \sqrt{(U + u - \dot{p})^2 + (w + \dot{h} + m_j B \dot{\alpha})^2} \quad (5)$$

式中， $j \in \{D, L, M\}$ 。系数 m_j 定义了桥面上气动中心的位置，这将在下面的章节中进一步讨论。风洞试验中的静风系数通常会达到一定的攻角（ $\pm 10^\circ$ ）。因此，可以利用式（2）的泰勒近似和小攻角假设，即忽略二次速度项，研究出一个关于静态攻角的线性化模型。由此，LQS模型由下式得出：

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[C_D + 2C_D \frac{u}{U} + (C'_D - C_L) \frac{w}{U} \right. \\ &\quad \left. + (C'_D - C_L) \frac{\dot{h} + m_D B \dot{\alpha}}{U} + C'_D \alpha - 2C_D \frac{\dot{p}}{U} \right] \\ L &= -\frac{1}{2} \rho U^2 B \left[C_L + 2C_L \frac{u}{U} + (C'_L + C_D) \frac{w}{U} \right. \\ &\quad \left. + (C'_L + C_D) \frac{\dot{h} + m_L B \dot{\alpha}}{U} + C'_L \alpha - 2C_L \frac{\dot{p}}{U} \right] \\ M &= \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(C_M + 2C_M \frac{u}{U} + C'_M \frac{w}{U} + C'_M \frac{\dot{h} + m_M B \dot{\alpha}}{U} \right. \\ &\quad \left. + C'_M \alpha - 2C_M \frac{\dot{p}}{U} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

式中， $C_j = C_j(\alpha_s)$ ，为静风系数及其导数 $C'_j = C_j(\alpha_{ej})|_{\alpha_s}$ 在 α_s 处的值，其中， $j \in \{D, L, M\}$ 。对于LQS模型，节点力矢量 \mathbf{f}_0 可以作为抖振力、自激力以及通过线性或非线性的气动分析得出的静力的叠加。LQS和QS模型在时域中实现离散积分是十分简单的。进一步值得注意的是，不考虑式（2）和式（6）结果中的运动相关项，将分别得到定常（ST）和线性定常（LST）模型。

2.2. 线性非定常模型

基于准定常理论的模型没有考虑钝体在层流或湍流情况下的不稳定性。在桥梁空气动力学中，Davenport [4]和Scanlan [2,3]引入了一种通过包含线性频率相关系数来处理不稳定情况的有效方法。它们将自激力描述为运动及其频率分量的线性函数，包括模态间的气动耦合。通过引入风脉动和力之间的线性频率相关系数来修正力矢量的抖振分量，这些系数通常被称为气动导纳函数。自激力在扩展的Scanlan公式中表示如下[30,31]：

$$D_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KP_1^* \frac{\dot{p}}{U} + KP_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{p}{B} + KP_5^* \frac{\dot{h}}{U} + K^2 P_6^* \frac{h}{B} \right)$$

$$L_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left(KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + KH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B} \right) \quad (7)$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + KA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B} \right)$$

式中, $P_j^*(K)$ 、 $H_j^*(K)$ 、 $A_j^*(K)$ ($j \in \{1, \dots, 6\}$) 是依赖于约化频率 $K = B\omega/U$ 的颤振导数, 其中, ω 是角频率。抖振力由下列等式得出:

$$D_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_D \chi_{Du} \frac{u}{U} + (C_D' - C_L) \chi_{Dw} \frac{w}{U} \right]$$

$$L_b = -\frac{1}{2} \rho U^2 B \left[2C_L \chi_{Lu} \frac{u}{U} + (C_L' + C_D) \chi_{Lw} \frac{w}{U} \right] \quad (8)$$

$$M_b = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left(2C_M \chi_{Mu} \frac{u}{U} + C_M' \chi_{Mw} \frac{w}{U} \right)$$

式中, $\chi_{ju}(K)$ 和 $\chi_{jw}(K)$ ($j \in \{D, L, M\}$) 是引入的用以涵盖来流脉动非定常效应的气动导纳函数。气动导纳的一般形式为复数形式, 即 $\chi = F + iG$, 其中, F 和 G 分别是相应的气动导纳函数 χ 的实部和虚部。该模型忽略了气动非线性, 但是它考虑了线性流体记忆。这些关系具有混合性质, 因其包含了频率和时间相关条件, 即 $\mathbf{f}_b = \mathbf{f}_b(t, K)$ 和 $\mathbf{f}_{se} = \mathbf{f}_{se}(t, K)$ 。为了能够在时间上求解运动方程, 这些力必须用纯时域近似公式来表示。在桥梁空气动力学中, 通常采用脉冲或指数(阶跃)公式。本文采用了基于脉冲函数的方法, 这些关系详见补充材料(Supplementary data)的S1.1节。

2.3. 校正准定常和修正准定常模型

Diana等[5]提出了CQS模型, 将部分非定常效应引入到QS模型中, 同时保留了气动非线性的优势。将式(3)修改为 $C_j(\alpha_{ej}) = C_j(\alpha_s) + C_j^*(\alpha_{ej})$ ($j \in \{D, L, M\}$), 其中, C_j^* 为修正后的非线性静风系数, 计算公式如下:

$$C_D^*(\alpha_{eD}) = \int_{\alpha_s}^{\alpha_{eD}} K_D^*(\alpha) C_D'(\alpha) d\alpha$$

$$C_L^*(\alpha_{eL}) = \int_{\alpha_s}^{\alpha_{eL}} K_L^*(\alpha) C_L'(\alpha) d\alpha \quad (9)$$

$$C_M^*(\alpha_{eM}) = \int_{\alpha_s}^{\alpha_{eM}} K_M^*(\alpha) C_M'(\alpha) d\alpha$$

式中, K_j^* 为从动态测试中获得的频率相关校正系数。或者, 它们可以根据以下在不同入射角的风的气动导数计算出来:

$$K_D^* = \frac{K^2 P_3^*}{C_D'}, \quad K_L^* = \frac{K^2 H_3^*}{C_L'}, \quad K_M^* = \frac{K^2 A_3^*}{C_M'} \quad (10)$$

这里的颤振导数是攻角和约化频率的函数, $P_j = P_j(K, \alpha)$ 、 $H_j = H_j(K, \alpha)$ 和 $A_j = A_j(K, \alpha)$, 其中, $j \in \{1, \dots, 6\}$ 。由于没有采用有理逼近值, 所以 K^* 系数内插于约化频率 $K_c = 2\pi f_c/U$ 中心处, 式中的 f_c 是促成响应的频谱的中心频率。在这种情况下, $f_c = (f_h + f_a)/2$, 其中, f_h 和 f_a 分别为一阶竖向模态频率与一阶扭转模态频率。由于脉动风与运动对有效攻角的贡献是不可分离的, 因此修正系数平均了抖振力和自激力中的流体记忆。这里隐含的假设是自激力与抖振力的传递函数基本相同。有一些桥梁空气动力学方面的研究, 已经在分析和实验中将颤振导数与导纳函数相关联(如参考文献[32,33])。然而, 这些相关性取决于其用于识别的实验方法(复合法[34]或光谱法[35])对气动导纳的定义, 并且分析的相关性不适用于平板解析解。QS模型中另一个不明确的地方是气动中心, 其在式(4)中定义为 m 。参考文献[5]最先提出该问题, 随后参考文献[19]重述可以利用颤振导数计算气动中心。通过对比式(6)和式(7)中与角速度 α 有关的项, 并用LU模型[式(7)]中相应的项替代静风系数的 C_D' 、 C_L' 和 C_M' 导数, 得出气动中心等式如下:

$$m_D = \frac{KP_2}{K^2 P_3^* - C_L'}, \quad m_L = -\frac{KH_2}{K^2 H_3^* + C_D'}, \quad m_M = \frac{KA_2}{K^2 A_3^*} \quad (11)$$

关于气动中心, 参考文献[19]中指出, 颤振导数应该被插值以降低速度, 即 $V_r = 2\pi/K \geq 15$ 。不过, 在第3.4节中将对颤振分析进行重新讨论。

参考文献[16]建立了MQS模型, 以解释由气动中心引入的LQS模型中扭转阻尼的模糊性问题。在MQS模型中, 气动阻尼和气动刚度的大小由颤振导数定义, 而不考虑附加的非定常项。式(7)中频率相关的自激力可以在频率无关关系中约化如下:

$$\begin{aligned}
D_{se} &= \frac{1}{2}\rho U^2 \left(p_1^* \frac{B\dot{p}}{U} + p_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + p_3^* \alpha + p_4^* p + p_5^* \frac{Bh}{U} + p_6^* h \right) \\
L_{se} &= \frac{1}{2}\rho U^2 \left(h_1^* \frac{Bh}{U} + h_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + h_3^* \alpha + h_4^* h + h_5^* \frac{B\dot{p}}{U} + h_6^* p \right) \\
M_{se} &= \frac{1}{2}\rho U^2 \left(a_1^* \frac{Bh}{U} + a_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + a_3^* \alpha + a_4^* h + a_5^* \frac{B\dot{p}}{U} + a_6^* p \right)
\end{aligned} \quad (12)$$

式中, p_j^* 、 h_j^* 和 α_j^* 代表频率无关系数。当 $j \in \{1, 2, 5\}$ 时, 它们对应气动阻尼; 当 $j \in \{3, 4, 6\}$ 时, 它们对应气动刚度。可以通过对气动导数的实验数据使用线性最小二乘拟合, 或通过使用原点处的割线近似和单个自由度的选定振荡频率的内插值, 来得到频率无关系数。频率无关系数与脉冲函数公式的近似形式的有理系数之间的关系在补充材料的S1.2节有所论述。值得注意的是, 参考文献[16]提出的MQS模型的公式略有不同, 因为频率无关系数 p_j^* 、 h_j^* 和 α_j^* 被乘以或除以常数 B 或 U 。然而, 这是一个任意的选择, 只会改变 p_j^* 、 h_j^* 和 α_j^* 的数值。MQS模型预测响应的准确性取决于横截面的气动性能, 即所选近似形式的颤振导数的拟合优度。如果与气动阻尼相关的颤振导数具有一定的线性趋势, 且与气动刚度相关的颤振导数具有二次趋势, 则该模型对于通过线性最小二乘拟合所获得的系数能取得良好的效果。否则, 割线近似应该用于有趣的折减速度范围。

对于抖振力, 参考文献[16]采用了LQS形式, 而不考虑气动导纳。本文中, 考虑了抖振力中的流体记忆, 并使用了下节所描述的替代方法进行计算。

2.4. 单模态与复模态模型

MBM模型忽略了模态间的气动耦合。由于其简单性, 它通常用于频域抖振分析, 而耦合颤振的极限则通过对复特征值的分析来确定。将系统转换为长度为 L_s 的桥梁主梁的模式坐标, 并移动式(1)左侧的自激力矢量, 从而得到模态系统刚度矩阵 $K_s = K_s(K)$ 等同于 $K_s = K - K_{ac}$, 其中, $K_{ac} = K_{ac}(K)$ 表示模态气动刚度矩阵。同理, 模态系统阻尼矩阵 $C_s = C_s(K)$ 可以得出 $C_s = C - C_{ac}$, 其中 $C_{ac} = C_{ac}(K)$ 表示模态气动阻尼矩阵。式(1)可以表示如下:

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C_s\dot{\mathbf{q}} + K_s\mathbf{q} = \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_b \quad (13)$$

气动刚度和阻尼矩阵在补充材料的S1.3节有所介

绍。很显然, 气动矩阵是耦合的且与频率有关。在MBM模型的常规频域公式中, 气动矩阵通过忽略非对角线项来解耦, 即 $K_{ac}^d = IK_{ac}$ 与 $C_{ac}^d = IC_{ac}$, 式中, I 为单位矩阵, 并且上标“d”表示解耦矩阵。为了在时域中求解系统, 矩阵必须是频率无关的。因此, 进一步假定除了在结构的固有频率之外, 系统的传递函数没有明显的峰值, 并且矩阵 K_{ac}^d 和 C_{ac}^d 通过在每种模态的固有频率相对应的约化频率内插颤振导数来进行组装。或者, 可以使用具有脉冲函数的有理近似值来覆盖整个频率范围, 而不考虑耦合项。

考虑到气动耦合, 又要解决自激力的频率无关系系统问题, 参考文献[17]引入了CMBM模型, 其后又在参考文献[28]重述。以下是该模型基于式(13)的状态空间公式的复杂分解技术:

$$\dot{\mathbf{y}} = A\mathbf{y} + \Gamma^{-1}R(\mathbf{f}_s + \mathbf{f}_b) \quad (14)$$

式中, 矢量 $\mathbf{y} = \mathbf{y}(t)$ 包含复模态坐标; A 为包含复特征值的矩阵; Γ 为包含复特征向量的矩阵; R 为输入矩阵。由于前述方程是解耦的且与频率无关, 所以如果 \mathbf{f}_b 是频率无关的, 则可以在时域中解决。在CMBM模型中, 频率相关的气动系数在复杂的特征频率处进行插值。与LU模型相比, 这种模型可以预估自激振荡频率大于还是小于复杂特征频率。CMBM模型的推导在补充材料的S1.4节中给出。

2.4.1. 计算非常抖振力的方法

CMBM模型中的力矢量 \mathbf{f}_b 依赖基于风频谱的折减速度 V_r 。参考文献[17]指出抖振力的计算方式与LU模型相同(见2.2节), 也就是说, 在有理近似的情况下, 在参考文献[28]中, 流体记忆不包括在抖振力中。在此, 将提出一种方法以避免有理近似, 这就是CMBM模型建立的目的。

由于周期性输入, 附加方法利用了定常线性系统响应的原理[36]。在这种情况下, 抖振力实际上是定常的响应, 而脉动风是输入。假设竖向脉动 w 是周期性信号, 则抖振力的升力 $L_{bw} = L_{bw}(t)$ 可以通过下式得出:

$$L_{bw} = \frac{1}{2}\rho U^2 B(C'_L + C_D) \mathcal{F}^{-1}[\chi_{Lw} \cdot \frac{\mathcal{F}(w)}{U}] \quad (15)$$

式中, “ \cdot ”表示逐点乘法; \mathcal{F} 表示傅里叶变换。卷积定理 $f * g = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g)]$ 应用于前述等式, 其中, $f = \chi_{Lw}$, 此外, $g = w$ 以及“ $*$ ”表示卷积运算。事实上,

在脉冲函数公式[补充材料中的式(S5)]中的卷积分解的情况下,拉普拉斯变换的定理也是一样的。对于周期性输入和稳定的输出信号,使用傅里叶变换而不是拉普拉斯变换的原因在于其存在一个附加的假设,即初始条件的瞬变部分(流体记忆)为零。如后文3.3节所示,这种影响只是力时程的一小部分。由于风脉动通常在求解式(1)或式(14)之前产生,因此,离散傅里叶变换(DFT)用于计算式(15)中隐含的循环卷积的离散解。垂直阵风 $L_{bw}[n]$ 引起的离散升力可以按下式计算:

$$L_{bw}[n] = \frac{1}{2} \rho U^2 B (C_L + C_D) \text{DFT}^{-1} \left[\chi_{Lw}[j] \cdot \frac{\text{DFT}(w[k])}{U} \right] \quad (16)$$

式中, $\{j, k\} \in \{0, \dots, N_s - 1\}$, N_s 为对应总时间 $t = \Delta t N_s$ 的步数; Δt 为积分时间步长。力和风脉动都是真实的信号且力-风关系是一个因果系统。为了确保这两项要求,导纳具有埃尔米特对称性,并且其虚部 G 不为零:

$$\chi_{Lw}(K) = \chi_{Lw}^*(-K) \quad (17)$$

$$G(K) \neq 0 \quad (18)$$

显然,可以使用频域中的插值或拟合来代替 χ_{Lw} 的有理近似值。这在桥梁空气动力学中更为方便,特别是对于嘈杂的由实验获得的导纳函数(参见文献[35])。这种方法也可以应用于从零延迟的谱方法所获得的导纳函数,即 $G=0$ 。然而值得注意的是,这种情况意味着导纳是一个非因果滤波器,也就是说升力取决于未来的输入。由于离散风脉动信号是整数次谐波信号的叠加,因此避免了Gibbs效应和谱缺失。尽管这种计算抖振力的方法也可以应用于LU或HNL模型中,但是此处应用于MQS和CMBM模型,使得求解二阶微分方程[式(1)]的计算时间显著缩短。这不是为了解决线性卷积积分,而是在分析之前使用一次有效的快速傅里叶变换(FFT)。利用状态空间公式[式(14)]可以避免卷积积分的解,尽管如此,系统方程也可以在附加状态下快速增长。或者,可以利用气动导纳修改风脉动的交叉谱密度函数来直接产生抖振力[37]。然而,在这种情况下,如参考文献[38]所述,没有考虑HNL模型中的气动非线性,如气动参数对有效攻角的依赖性。对于任意的风脉动(如阶跃),式(16)仍然成立;然而,对于使用DFT的离散解,则需要零填充。此外,在通过实验获得了具有有限数据集的导纳函数的情况下,通过假设准定常值来执行高折减速度下的导纳的外推。在有理函数近似的情况下,只需利用传递函数的解析延拓就可以解决这个问题。

2.5. 混合非线性模型

参考文献[18]介绍的HNL模型的动机是通过利用LU和QS模型所提供的优势,来获得不同的换算速度范围。响应与风谱根据低频和高频分量上的频率分量进行划分,如竖向脉动 $w = w^l + w^h$ 。力的低频分量采用QS模型建模,从而形成一个低频有效入射角 α_{ej}^l ,高频分量则采用LU模型进行线性化。然后得到作用在桥面上的合力如下:

$$F_j = F_j^{\text{QS}}(\alpha_{ej}^l) + F_j^{\text{LU}}(\alpha_{ej}^h)|_{\alpha_{ej}^l} \quad (19)$$

式中, F_j^{QS} 为由低频分量引起的力[式(2)]; F_j^{LU} 为由高频分量脉动和响应引起的力[式(7)和(8)]。在参考文献[18]中,低频有效入射角根据式(4)计算得出,仅考虑风脉动。此处,最近由Diana等[19]提出的公式如下所示:

$$\alpha_{ej}^l = \alpha_s + \alpha^l + \arctan \left(\frac{w^l + \dot{h}^l + m_j B \dot{\alpha}^l + n_j w^l}{U + u^l - \dot{p}^l} \right) \quad (20)$$

引入 n_j 是为了解决风脉动和准定常气动力之间的相位滞后问题。 n_j 系数由下述公式得出:

$$n_j = \frac{G_{jw}}{F_{jw}} \frac{V_r}{2\pi} \frac{B}{U} \quad (21)$$

式中, G_{jw} 和 F_{jw} 分别为高折减速度下竖向脉动的气动导纳函数的实项和虚项,其中, $j \in \{D, L, M\}$ 。应该指出的是,这个使用传递函数的模型有时被称为校正带叠加模型[19]。HNL模型在降速范围内保留了QS模型气动非线性的优点,并且由于非定常特性在高折减速度范围内具有独特性,因此采用LU模型来捕获流体记忆效应。

3. 应用

在大跨度桥梁的设计过程中,最需要特别关注的是架设阶段,因为结构体系与结构的最终形式有很大的不同。本文的参考对象是多跨斜拉桥(图2)的一部分,它通过传统的平衡悬臂法进行建造。为了获得风作用下的结构响应,应用了第2节中所描述的气动模型。

3.1. 结构体系

塔两侧的两个悬臂长205 m(图2),混凝土箱截面宽 $B = 33.15$ m,高 $H = 4.85$ m(图1)。质量和旋转质量分别为每米28.71 t和2992 t·m²。在最大悬臂阶段考虑使

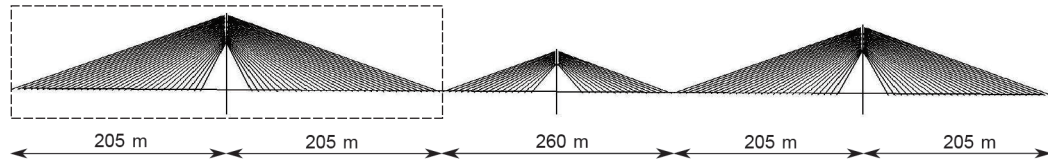


图2. 参考对象: 施工阶段斜拉桥的西塔。

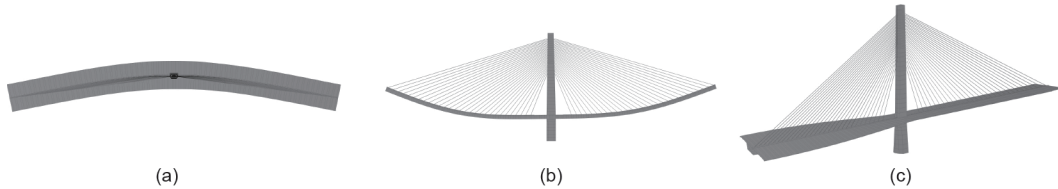


图3. (a)施工阶段西塔的一阶横向 ($f=0.401$ Hz)、(b)纵向 ($f=0.444$ Hz) 和(c)扭转 ($f=0.913$ Hz) 模态。

用57条斜拉索, 混凝土段间的距离为8 m。塔顶与桥面之间的垂直距离达96 m。因此, 桥面和拉索之间的最小角度是 25.4° , 而最大角度是 68° 。在分析中共采用了15种振动模态, 其中包括桥塔模态。一阶侧向、竖向和扭转模态如图3所示。此外, 固有频率列于补充材料的表S1中。模态阻尼比取临界阻尼的1%。这种类型的梁的固有特性是其高截面模量, 与轻质流线型截面相比, 其结构刚度相当高。考虑到这一点, 前三阶桥面固有频率的模态特性略高于柔性缆索承重桥梁的模态特性。

3.2. 气动系数

静风系数和颤振导数通过计算有效的CFD编码VX-flow得出, 该编码是基于Morgenthal [39]开发和验证的涡粒子法。钝体箱梁通常容易发生扭转颤振, 颤振导数非常不规则, 且对入射角敏感, 同时静风系数可能出现负斜率, 这代表着失速。图4中的静风系数, 在正 6° 角左右斜率几乎为零, 这是扭转颤振的首要表现。图5描述了基于扭转运动的颤振导数。一个特殊的兴趣点是导数 A_2^* , 它与扭转阻尼有关, 且在正 3° 和正 6° 入射角情况下改变了符号, 其代表着扭转颤振。颤振导数 P_j^* 中 $j \in \{1, \dots, 6\}$, A_j^* 和 H_j^* 中 $j \in \{5, 6\}$, 这是它们的准定常值。参考文献[40]给定的Sears导纳的近似值, 用于计算升力和力矩的气动导纳函数。至于阻力抖振分量, 则假设其导纳是单一的。

在图6(a)中, 给出了Sears导纳的实部和虚部。两个附加的气动状态能够满足导纳的有理近似值。此外, 图6(b)给出了导纳传递函数的相位角。可以看到, 在 $V_r \lesssim 10$ 处有显著的变化, 而当 $V_r \gtrsim 10$ 时, 相位缓慢衰减。这一点对HNL模型中的 n 系数很重要。尽管很难说在哪个折

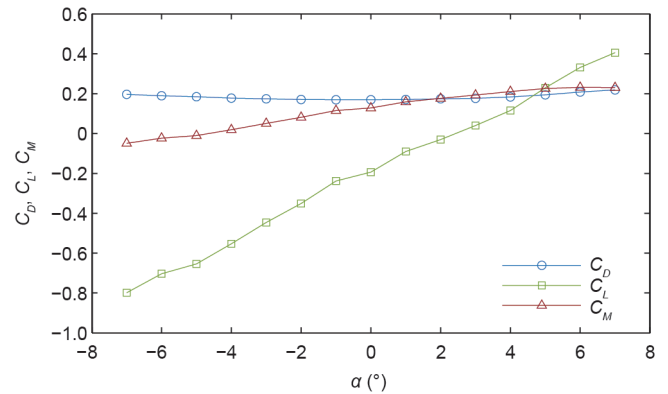


图4. 静风系数。

减速度下相位可以变得忽略不计, 但是在这里, n 是根据在 $V_r = 15$ 处的导纳的内插得到的。在试验复导纳函数的情况下, 相位通常收敛得更快。基于CQS模型中的颤振导数的校正系数 K_j^* ($j \in \{L, M\}$), 在图7中表示 $V_r = 4$ 时的取值。在这种情况下, 流体记忆对力矩的影响大于升力, 并且通常会降低响应。对于一个大于零的入射角, 其所产生的效果似乎比负角更嘈杂。在这项工作中, 与风脉动相比, 抖振力关联度更高的联合承载函数被忽略了。

3.3. 抖振分析

不失一般性, 湍流风脉动仅作用于桥面上。根据文献[41]所描述的谱方法, 当 $t = 600$ s、 $\Delta t = 0.01$ s时, 对于从 $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 到 $75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 范围内的6种不同风速, 可以绘制出脉动风时程。如参考文献[42]所述, 波动的频谱特性基于von Kármán的功率谱密度(PSD)。考虑两种情况: 一种是低湍流水平, 其中, 湍流强度设定为 $I_u = 12\%$, 纵向和竖向脉动 $I_w = 6\%$; 另一种是高湍流水平, 其中 I_u

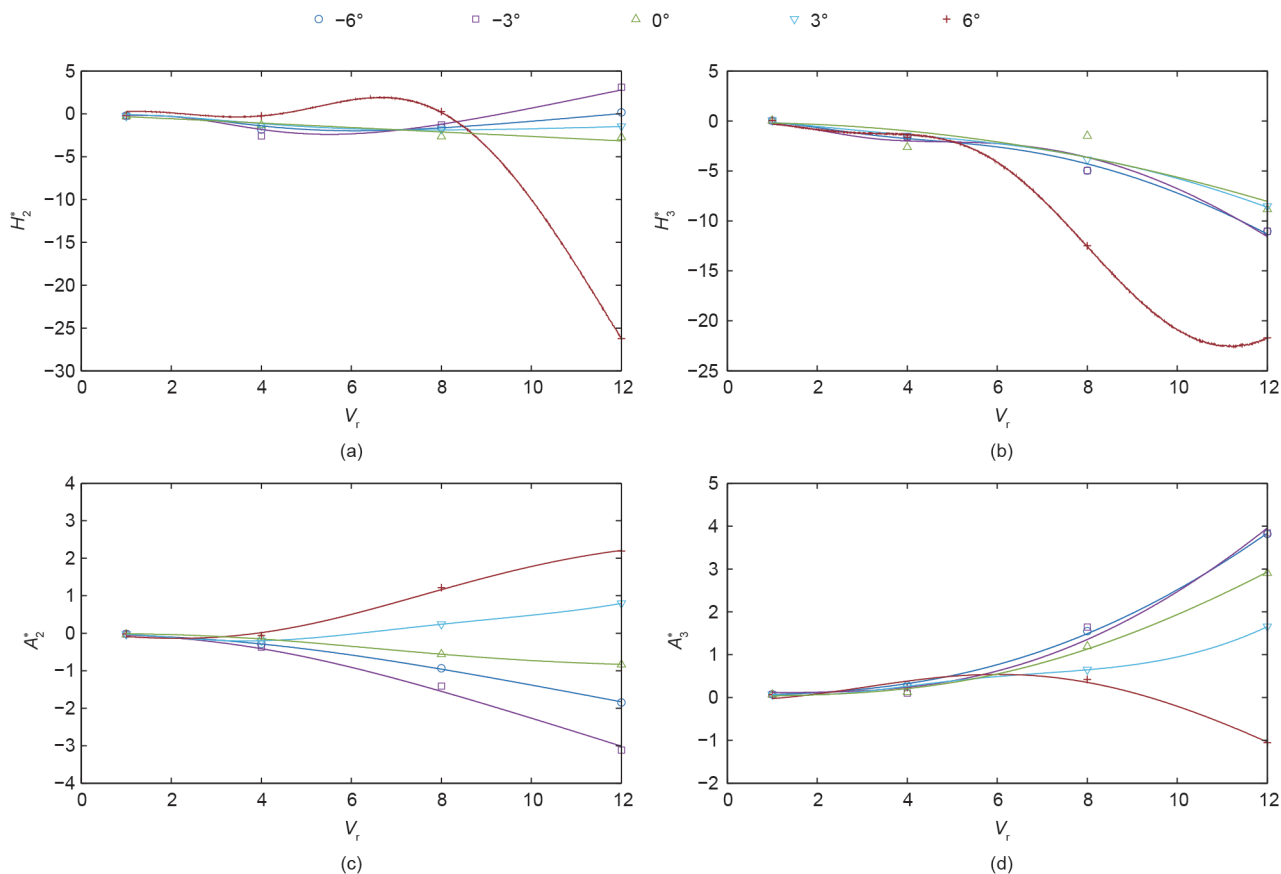


图5. 因各种入射角度的扭转运动以及它们的有理近似值（由相应颜色的线表示）所引起的颤振导数。(a) H_2^* ; (b) H_3^* ; (c) A_2^* ; (d) A_3^* 。

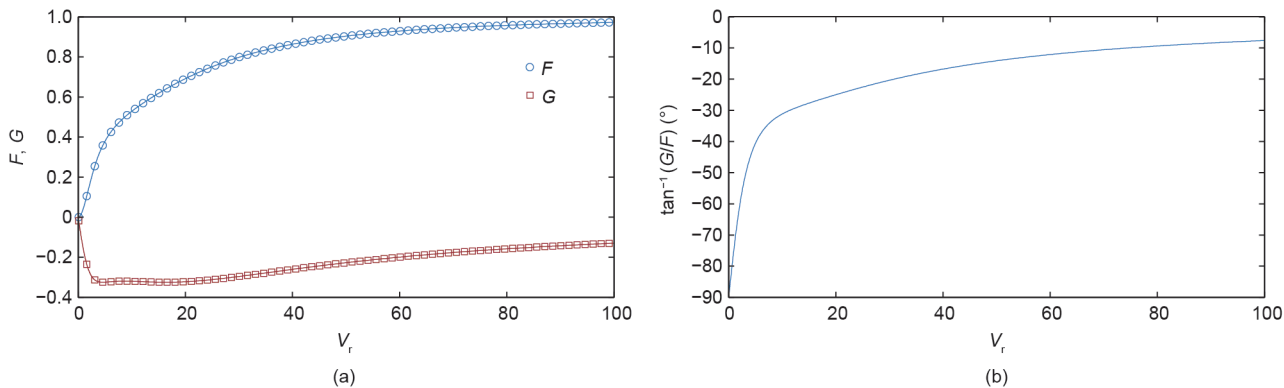


图6. (a) Sears气动导纳($\chi=F+iG$)的实部和虚部及其有理近似值; (b)风脉动和抖振力间的相位角。

= 24%、 $I_w = 12\%$ 。将竖向和纵向长度尺寸分别设定为 $L_u = 140\text{ m}$ 与 $L_w = 56\text{ m}$ 。运用Davenport的相干函数[42]将横向相干系数设为8。在两种湍流情况下的每一次风速下，所有模型都采用相同的时程，即输入的风脉动是相同的。

图8描述了风速为 $75\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时竖向位移和转角的均方根 (RMS)。之所以选择RMS作为感兴趣的量，是因为由风随机产生的脉动所引起的动能变化低于响应峰值，其只利用了一个实现的风时程。响应的大小可以通过三

种不同的情况来表达。当不考虑自激力时，第一个的模型振幅最高，即ST和LST模型；在不考虑气动导纳的情况下，第二个包含了所有先前描述的模型；在最后一个中，引入了MQS、CMBM、LU和HNL模型的导纳，并标注了下标“A”。

由于气动导纳和自激力的影响较大，因此不同的表达结果间的差别随着湍流强度的增加而变大，转角尤其如此。在现实情况下，气动导纳不同于Sears函数，这可能会降低其响应的重要性。

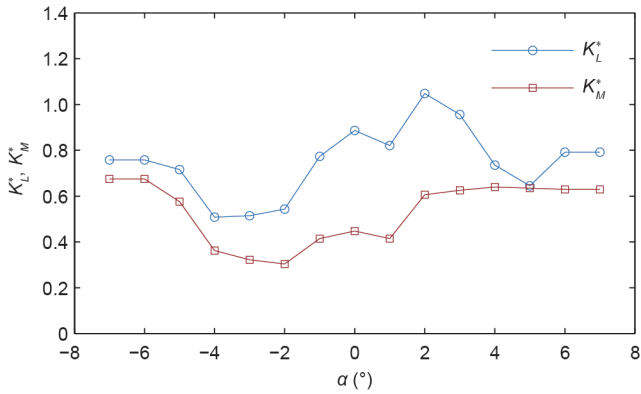


图7. CQS模型的升力和力矩的修正系数。

平均风速对第二和第三组顶端位移的影响如图9所示。随着平均风速的增加，抖振力的流体记忆效应对竖向位移的影响更大。这种趋势与转角的趋势相似，但是，它不是那么地明显。当比较湍流强度的两个级别时，高湍流情况下的气动导纳效应被加强。为了研究每个模型中隐含的假设对响应的大小、相位和频谱成分的影响，图10描述了时程的代表性部分，即高湍流情况下 $U = 75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。图11展示了PSD。首先，在不考虑自激力的

情况下，分析非线性效应。ST模型中的非线性增加了竖向自由度中的响应，而减少了转角。由于这些模型没有引入额外的相位滞后，因此非线性只影响幅度。其次，通过比较LST和LU模型，可以研究自激力对响应的影响。非定常气动阻尼和刚度的引入降低了响应并引入了一个小滞后。这对竖向自由度的影响更为严重（图9）。这两种模型的PSD的差异主要体现在一阶竖弯和扭转固有频率的峰值处。

第二个分组由考虑自激力但忽略气动导纳的模型组成，包括QS、LQS、MQS、MBM、CMBM、LU和HNL模型。在研究第二个分组之前，应该注意的是，在低湍流情况下，最低和最高响应之间的RMS差值分别为竖向位移和转角位移的11.6%和8.28%。在高湍流情况下，竖向自由度和转角自由度的差值分别为10.1%和15.2%，此情况下转角的较大差异归因于LQS模型。对这个支路的观察主要基于图8和图9，因为对于这么小的差异，很难选择具有代表性的时程，并且会在它和相对应的PSD分析中得出结论。然而，为了一致性，本文还是描绘了时程和PSD。

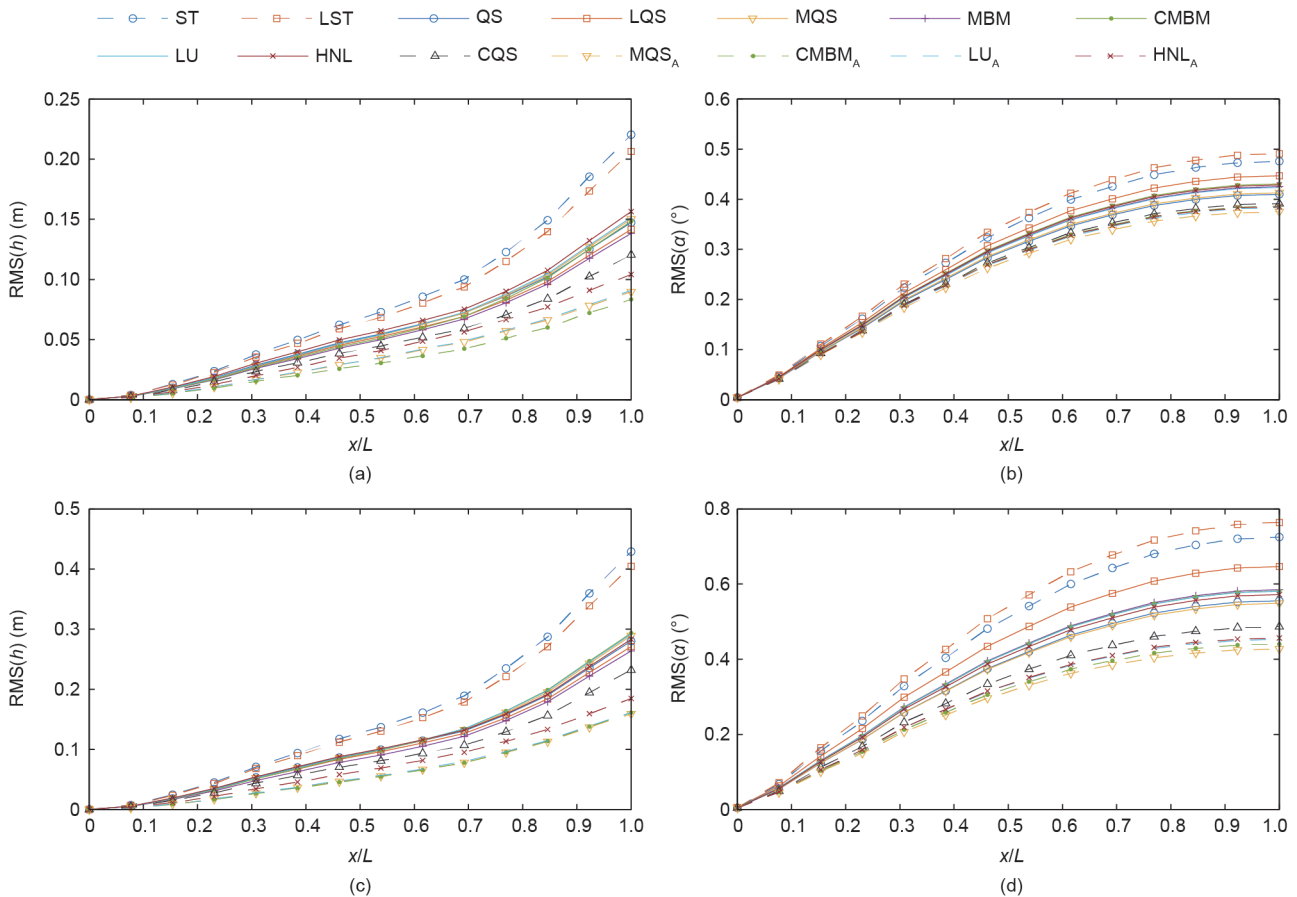


图8. (a,b)低湍流($I_u = 12\%$, $I_w = 6\%$)情况下和(c,d)高湍流($I_u = 24\%$, $I_w = 12\%$)情况下(a,c)竖向位移和(b,d)转角的均方根，其中， $U = 75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。考虑气动导纳的模型标注了标下“A”。

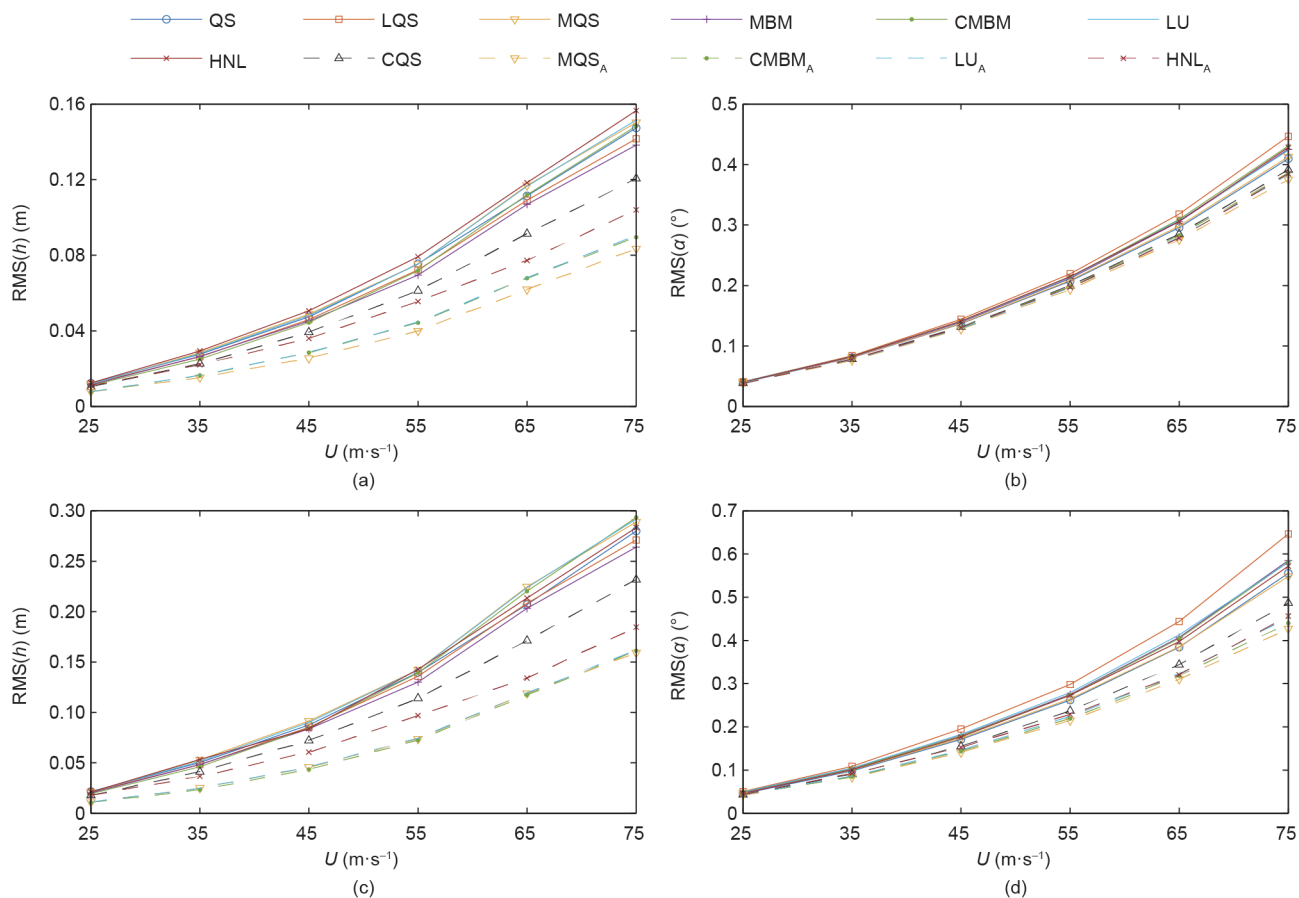


图9. (a,b)低湍流($I_u = 12\%$, $I_w = 6\%$)情况下和(c,d)高湍流情况下($I_u = 24\%$, $I_w = 12\%$)悬臂尖端的(a,c)竖向位移和(b,d)转角的均方根。考虑气动导纳的模型标注了标“A”。

考虑到准定常自激力，QS和LQS模型间的差异是由QS模型中的气动非线性造成的。与无自激力的情况相比较而言，气动非线性或竖向自由度的影响较小，但其对于在高湍流情况下的转角仍有重要意义。为了研究自激力的流体记忆对响应的影响，本文分析了从LQS和LU模型中得到的响应。如图8和图9所示，可以观察到，对于竖向自由度，LU模型的响应略高，而LQS模型的扭转响应得以加强。一般来说，流体记忆应该会降低主梁的响应，然而，这里的差异很小，这可能由LQS模型中气动中心的模糊性所致。通过对比MQS模型中自激力的平均流体记忆与LU模型中所包含的完整流体记忆，可以发现，在竖向自由度的响应中不存在显著差异。然而，MQS模型的扭转响应被低估到一个很小的范围内，这也体现在PSD上。通过比较MBM和CMBM模型，可以研究气动耦合的影响。排除气动耦合，在低湍流度和高湍流度情况下，MBM模型低估竖向响应达6.5%和8%，而转角达1.7%和0.7%。根据LU和CMBM模型的相似性得出的结论是：在复频率处插值颤振导数而非考虑宽带频率成分，这对两个自由度的响应都没有显

著影响。

通过比较LU和HNL模型的响应，研究了气动非线性对低频响应以及对低频振荡范围内自激力的流体记忆的影响。在低湍流情况下，只能在竖向分量中观察到较小的差异。

在这种情况下，突显出了气动导纳对响应的重要性。检查LU模型的响应有无导纳揭示了时程中幅度和相位的变化。在PSD中，LU模型对高频分量的估计更高。

这一结果与钝体空气动力学的基本物理学相一致，与桥面宽度相比，小波长的阵风对抖振力的影响较小。CQS模型中包含的平均流体记忆并不能完全揭示抖振力和自激力的上升时间的影响。与考虑气动导纳的LU模型相比，其相位和幅值放大了在响应中存在的差异，特别是在低频分量中。可以说这是由于气动非线性造成的。然而，从QS和LQS模型的表现来看，气动非线性的重要性预计会更低。MQS模型既包含气动导纳，又通过式(16)将抖振力中的流体记忆包含在内，在高湍流情况下，其与LU模型的竖向响应没有明显的差异。然

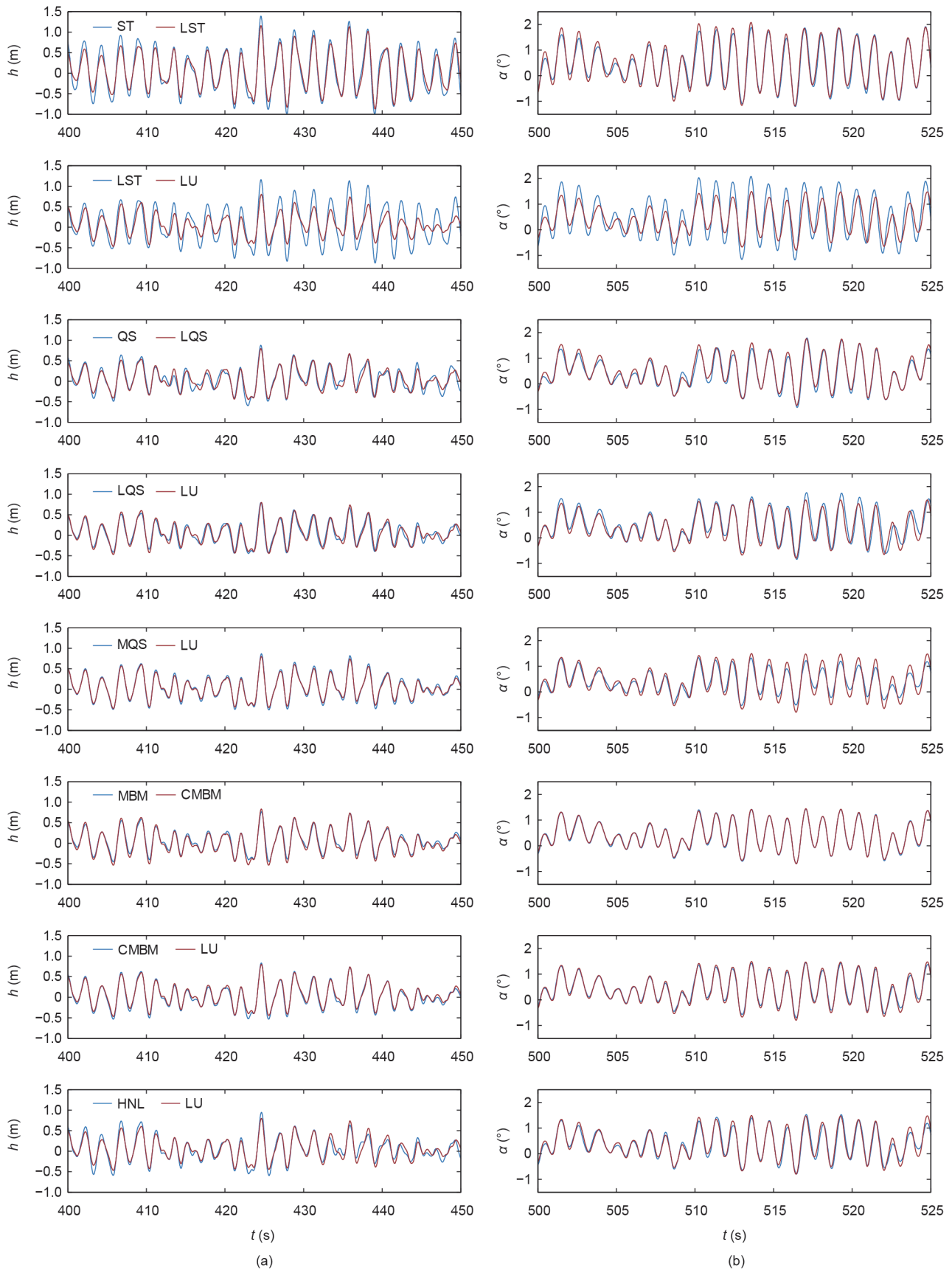


图10. 在 $U = 75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的高湍流 ($I_u = 24\%$, $I_w = 12\%$) 情况下悬臂尖端(a)竖向位移和(b)转角的代表性时程样本。考虑气动导纳的模型标注了下标“A”。

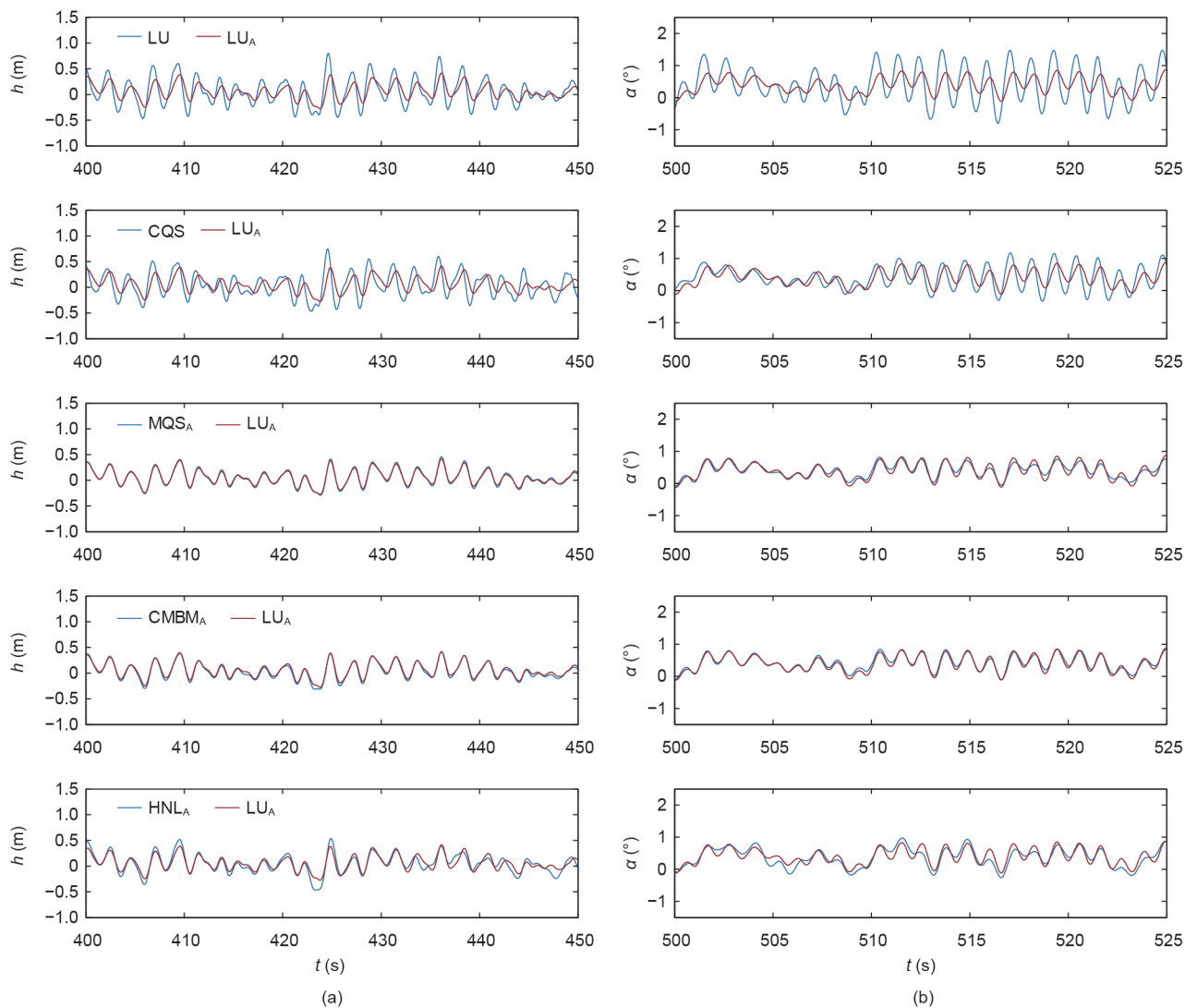


图10. (续图)

而，MQS模型低湍流情况下的竖向响应以及两种情况下的转角都被低估了。这个结果归因于在自激力和抖振力同时作用下的自激力的平均流体记忆。当CMBM和LU模型都考虑气动导纳时，就能获得类似的响应结果，从而证明了2.4.1节中提到的计算抖振力方法的有效性。当两种模型都考虑气动导纳时，对HNL和LU模型的响应进行比较时会发现一个有趣的点，即HNL模型的竖向位移的RMS通常较高。虽然基于静风非线性的柔性桥面通常也符合这种情况，但在这种情况下，它与脉动风的低频和分量间0.3 Hz的选定截止频率相关联。结合响应的PSD，发现主要区别在于低频分量，这是因为忽略了该范围内的气动导纳而非气动非线性。关于截止频率的选择已有若干研究。参考文献[18]将阈值视为第一个振荡频率，而文献[19]提出它是基于折减风速来进行

选择的，也就是在 $V_r \geq 15$ 处。Wu和Kareem [29]进行了参数研究并得出结论：响应的增加可能是由有效攻角的频率成分引起的，而不是振幅。可以说，在这种情况下，选择的截止频率要高于基于准定常假设成立的折减速度范围，这就解释了低频成分中的高振幅。但是，这个解释有待进一步考量，这不属于本文的研究范围。

在2.4.1节中，提出了一种计算包括气动导纳在内的抖振力的替代方法。为了测试其适用性，将高湍流情况下作用于悬臂尖端的升力与标准线性非定常公式进行比较。在图12中，给出了归一化升力的时程，计算时不包含或包含导纳。在后一种情形下，使用了两种方法：基于有理近似值的标准方法和基于逆FFT的引入方法。由考虑了气动导纳的两种方法得到的归一化升力时程相当一致，除了初始部分($t \approx 0 \sim 3$ s)处升力的瞬态部分

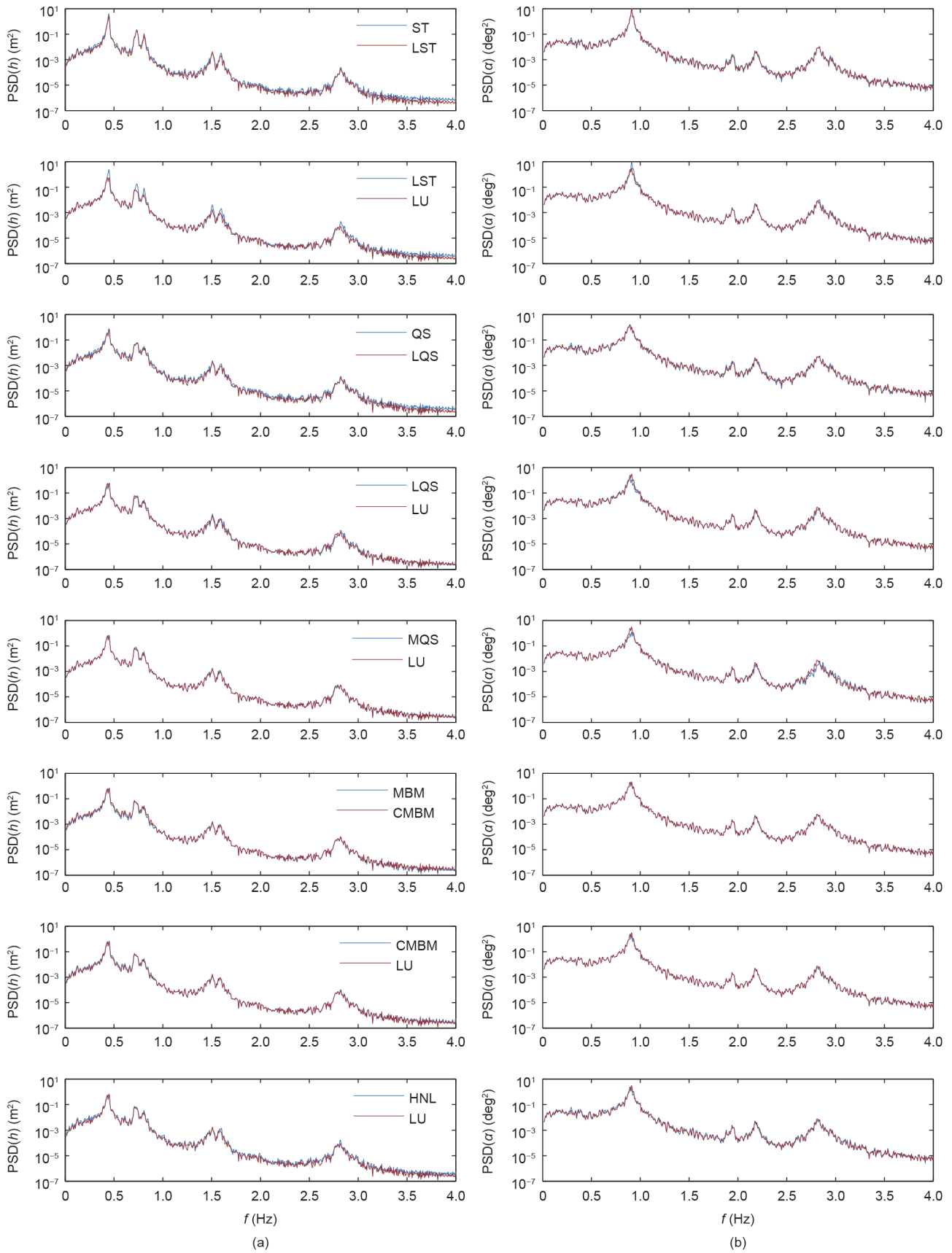


图11. 在 $U = 75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的高湍流 ($I_u = 24\%$, $I_w = 12\%$) 情况下悬臂尖端(a)竖向位移和(b)转角的功率谱密度。考虑气动导纳的模型标注了下标“A”。

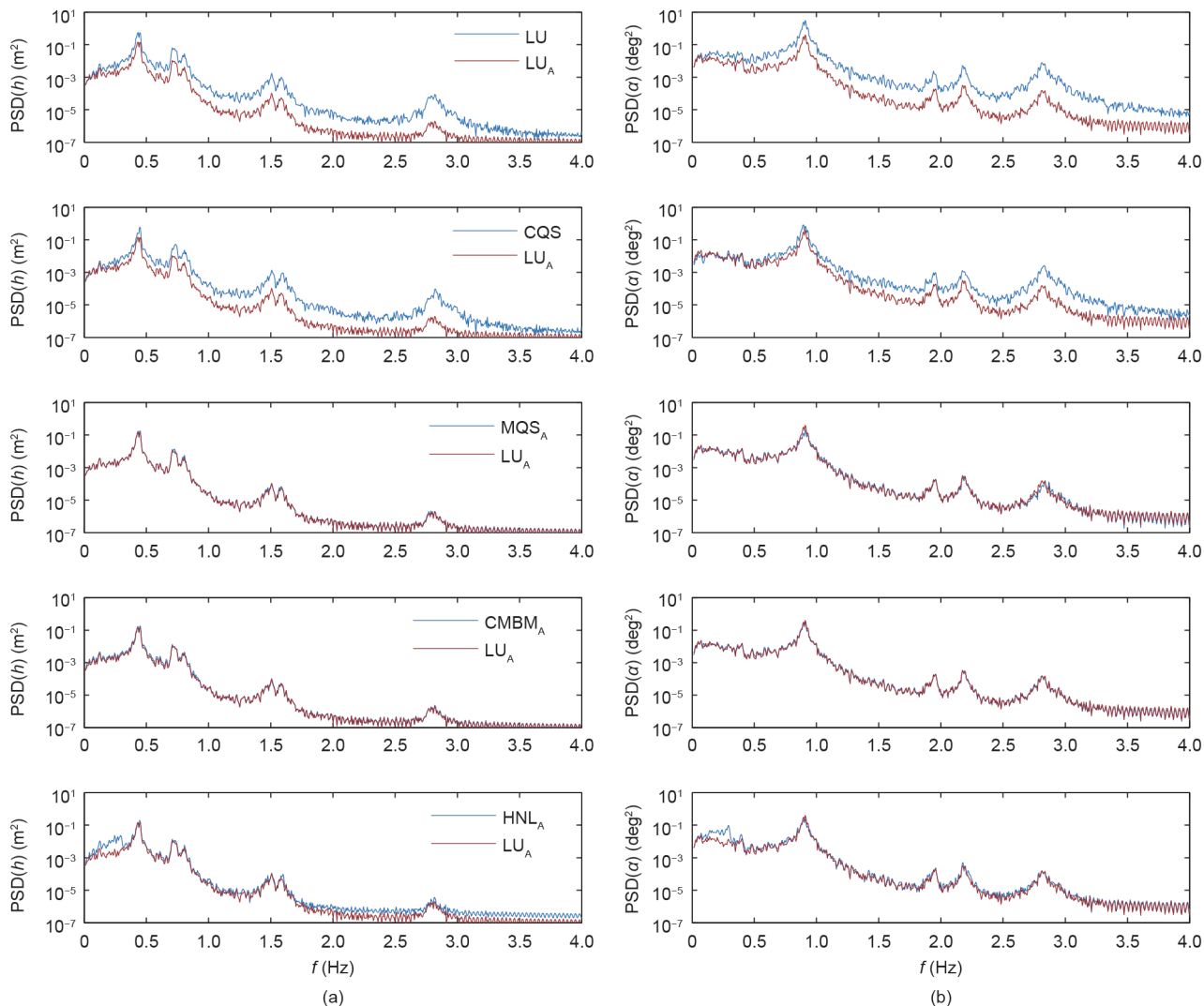


图11. (续图)

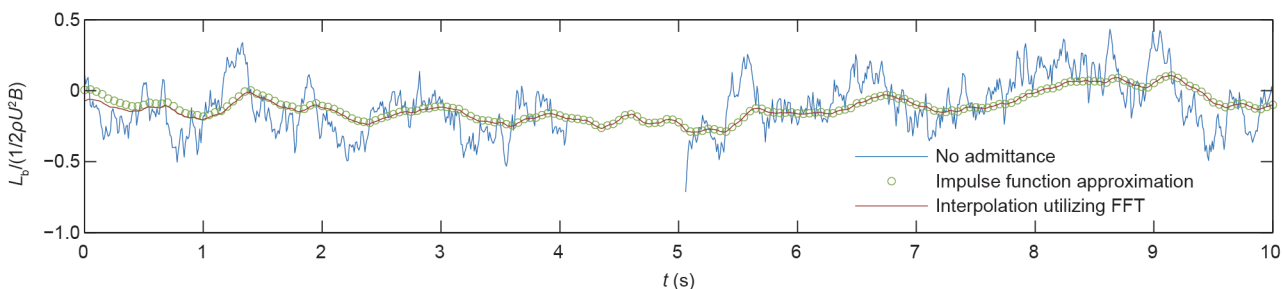


图12. 在 $U = 75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的高湍流 ($I_u = 24\%, I_w = 12\%$) 情况下悬臂尖端 (a) 竖向位移和 (b) 转角的代表性时程样本。使用脉冲函数 [补充材料中的式 (10)] 的导纳的有理近似和傅里叶变换 [式 (16)] 给出的方法来计算非定常力。

采用了标准方法即有理近似法。尽管上升时间取决于气动导纳的性能，但这部分通常比力时程的整个长度短。当 $t = 600 \text{ s}$ 时 RMS 的相对差异小于 0.2%。

3.4. 颤振分析

在悬臂架设阶段对斜拉桥进行稳定性检查时存在一

个特殊的问题，即主梁的扭转刚度通常低于在役状态下的扭转刚度。正如 3.2 节中简要讨论的那样，如果入射风的角度发生变化，这个横截面就容易出现扭转颤振，通过与系统的扭转阻尼相关的 A_2^* 导数 (图 13) 的符号的变化可以很容易地识别出来。颤振分析是针对 6° 入射角的均匀流进行的，因为当速度高达 $175 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时，截面稳

定在 0° 。检查较高风速的颤振极限可能需要推导颤振导数。在图14中，给出了LU模型的时程示例。一些非线性模型（如QS和CQS模型）可能会产生极限环振荡，但是，为了简洁起见，它们的时程并不给出。有关颤振和颤振后状态的更多信息可参见文献[29]，在本文中，只讨论临界颤振极限。

表1提供了所选模型的颤振临界风速。颤振分析的参考案例是CMBM模型，因为它代表了多模态的频域分析，这一点经过了多次实验的验证（参见文献[43]）。QS、CQS和LQS模型的临界极限值根据气动中心的不同值计算。在这些模型中，如果气动中心位于后缘和刚度中心之间，则发生桥梁空气动力学中的扭转失稳，也就是说 $m_a > 0$ 。

对于流线型桥面，该系数通常设定为 -0.25 ，以确保不会发生扭转颤振，或者，从颤振导数[式(11)]中获得高折减速度。在这种情况下，通过在 6° 静态入射角下选择 $V_r \geq 12$ 就可以避免颤振的发生。虽然 A_2^* 和 A_3^* 的值都是负值（图5），但是会得到正气动中心值。 A_3^* 很少出现负值，并且在高折减速度的情况下，准定常值表示失速，也就是说 $C'_M < 0$ 。然而，一些研究提及了 A_3^* 的负值，如参考文献[44]报道的塔科马海峡大桥截面及参考文献[13]中引用的鹿岛塞奇威克桥截面。因此，对于容易产

生扭转颤振的钝形桥面，高折减风速下选择气动中心的假设可能会受到挑战。目前尚不清楚在参考文献[45]对矩形柱体的实验研究中是否存在速度受限的扭转颤振现象。颤振分析针对气动中心的两种情况进行。在第一种情况下，气动中心基于振荡中心频率 $m = f((f_h + f_a)/2)$ 的折减速度，而在第二种情况下，用扭转频率来确定气动中心 $m = f(f_a)$ 。对于这些值，系数 H_3^* 仍然在正值范围内。使用扭转频率得到的具有气动中心的LQS模型的临界速度与使用CMBM模型得到的临界速度相当。这是有道理的，因为振荡是由俯仰运动驱动的，耦合效应的影响很小。与CMBM模型相比，LQS模型的 U_{cr} 被低估了4.4%，这可归因于自激力的流体记忆或气动中心的模糊性，后一种解释更为合理。QS模型中包含的气动非线性增加了6.4%的颤振速度。CQS模型通过流体记忆，与使用QS模型获得的颤振极限相比，其颤振极限将减少4.3%。值得一提的是，基于气动中心的气动阻尼模型可能高估或低估颤振速度，且偏差的幅度较大，因此，这种模型通常不用于颤振分析。

由于 A_2^* 导数近似二次型，使用MQS模型的线性最小

表1 风速在 6° 入射角时的临界颤振速度

Model	U_{cr} ($m \cdot s^{-1}$)
QS ($m = f((f_h + f_a)/2)$)	106
QS ($m = f(f_a)$)	140
LQS ($m = f((f_h + f_a)/2)$)	99
LQS ($m = f(f_a)$)	131
CQS ($m = f((f_h + f_a)/2)$)	102
CQS ($m = f(f_a)$)	134
MQS (least-squares approximation)	22
MQS (secant approximation)	157
MBM (linear interpolation)	138
MBM (cubic interpolation)	154
CMBM (linear interpolation)	125
CMBM (cubic interpolation)	137
LU (rational approximation)	128
HNL (rational approximation)	128

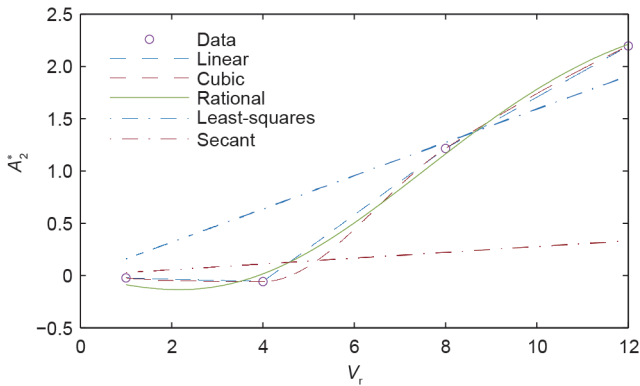


图13. A_2^* 导数：MBM和CMBM模型的线性和三次插值；LU和HNL模型的有理近似；MQS模型的最小二乘和割线近似。

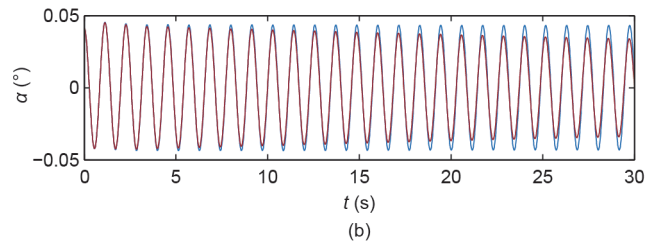
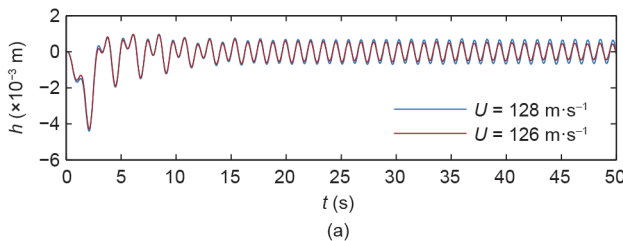


图14. 在 6° 入射角的临界颤振速度($U = 128 m \cdot s^{-1}$)和低于颤振速度($U = 126 m \cdot s^{-1}$)下，LU模型层流流动的(a)竖向位移和(b)转角的时程。

二乘近似所获得的临界颤振速度将被明显低估。MQS模型的准确性通常有利于位移相关颤振导数的速度相关和二次趋势的线性趋势。对于与此不同的趋势，正如参考文献[16]指出的那样，割线近似用于降低感兴趣的折减速度。利用 A_2^* 关于扭转频率的割线近似，与使用三次插值的CMBM模型得到的极限相比，MQS模型的分析高估了颤振极限的14.6%。在纯扭转颤振的情况下，MBM和CMBM模型会导致相同的临界速度。然而，受气动耦合的影响，在颤振导数的三次和线性插值情况下，MBM模型的非定常阈值分别被低估了12.4%和10.4%。从理论上讲，CMBM和LU模型应该导致相同的颤振极限，因为CMBM模型与完全频率无系统具有相同的复模态特性（如文献[17]所述）。然而，它们的临界颤振速度略有不同。这是 A_2^* 导数的拟合优度的结果，可以在图13中观察到。事实上，使用有理近似值的LU模型的临界速度位于 U_{cr} 值之间，该值通过在CMBM模型中分别使用线性插值和三次插值获得。通过增加数据点的数量，有望减少颤振导数的内插或近似中的不确定性。颤振由HNL模型中的线性非定常部分控制。由于LU和HNL模型都使用了 6° 的颤振导数，所以非定常阈值是相同的。一般来说，如果HNL模型在非线性和空气静力分析获得的角度下线性化，或者如果响应由准定常部分控制，结果可能会有所不同。

4. 总结和结论

本文研究了抖振分析的各种模型，并且定量分析这些模型采用的假设对施工条件下特定桥梁动力响应的影响。在设计速度范围内，自激力和气动导纳对响应的影响最为显著，特别是在高湍流情况下。通过增加复杂性，气动模型可以解释更多FSI中产生的现象。然而，流体记忆在自激力、气动非线性甚至气动耦合方面对所选情况下的气动响应似乎影响不大。

对于较低风速条件下架设条件的初步评估，可以应用包括气动导纳在内的不太复杂的模型（如MQS模型），并应充分考虑导数的拟合优度。然而，在设计过程的最终检查阶段应该使用更复杂的模型，如LU、CMBM或HNL模型。

此外，本文基于定常线性系统的响应原理，利用傅里叶变换，提出了一种在CMBM模型中包含气动导纳的方法。使用此方法得出的抖振力结果与使用脉冲函数公式的标准方法相吻合，避免了使用所提出的方法的有理

近似值。值得注意的是，该方法不失一般性，它也可以应用于LU模型。在本文中，响应的RMS被视为一个感兴趣的量，因为它与动能相关。由于非线性模型的RMS和峰值之间没有直接的关系，因此需进一步统计研究以保证响应的极值。

本文在 6° 入射角下对平均风速进行颤振分析，特别考虑了基于QS模型的气动中心。分析表明，在扭转驱动颤振的情况下，根据振荡扭转频率选择的气动中心，提供了与标准频域颤振分析相对应的更好的估值。在特定的案例研究中，考虑到气动耦合导致颤振速度降低约10%，因此论证了颤振导数的插值或近似值方法对起始颤振速度的影响。进一步的研究认为气动导数的数据质量对抖振响应的影响是有意义的。总之，模型的选择高度依赖于案例研究，根据设计者假设以及相关的气动特性来评估各种模型以获得一个可靠的估计，这符合设计者的利益。

Acknowledgements

This research is supported by the German Research Foundation (DFG) via Research Training Group “Evaluation of Coupled Numerical and Experimental Partial Models in Structural Engineering (GRK 1462),” which is gratefully acknowledged by the authors.

Compliance with ethics guidelines

Igor Kavrakov and Guido Morgenthal declare that they have no conflict of interest or financial conflicts to disclose.

Appendix A. Supplementary data

Supplementary data associated with this article can be found, in the online version, at <https://doi.org/10.1016/j.eng.2017.11.008>.

References

- [1] Morgenthal G, Yamasaki Y. Behaviour of very long cable-stayed bridges during erection. *Proc Inst Civ Eng—Bridge Eng* 2010;163(4):213–24.
- [2] Scanlan RH. The action of flexible bridges under wind, I: Flutter theory. *J Sound Vib* 1978;60(2):187–99.
- [3] Scanlan RH. The action of flexible bridges under wind, II: buffeting theory. *J Sound Vib* 1978;60(2):201–11.
- [4] Davenport AG. The response of slender, line-like structures to a gusty wind.

- Proc Inst Civ Eng 1962;23(3):389–408.
- [5] Diana G, Bruni S, Cigada A, Collina A. Turbulence effect on flutter velocity in long span suspended bridges. *J Wind Eng Ind Aerod* 1993;48(2–3):329–42.
- [6] Chen XZ, Kareem A. Advances in modeling of aerodynamic forces on bridge decks. *J Eng Mech* 2002;128(11):1193–205.
- [7] Ge YJ, Xiang HF. Computational models and methods for aerodynamic flutter of long-span bridges. *J Wind Eng Ind Aerod* 2008;96(10–11):1912–24.
- [8] Morgenthal G, Corriols AS, Bendig B. A GPU-accelerated pseudo-3D vortex method for aerodynamic analysis. *J Wind Eng Ind Aerod* 2014;125:69–80.
- [9] Larsen A, Walther JH. Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulations. *J Wind Eng Ind Aerod* 1997;67–68:253–65.
- [10] Kovacs I, Svensson HS, Jordet E. Analytical aerodynamic investigation of cable-stayed Helgeland Bridge. *J Struct Eng* 1992;118(1):147–68.
- [11] Borri C, Costa C. Quasi-steady analysis of a two-dimensional bridge deck element. *Comput Struct* 2004;82(13–14):993–1006.
- [12] Scanlan RH, B'eliveau JC, Budlong KS. Indicial aerodynamic functions for bridge decks. *J Eng Mech* 1974;100:657–72.
- [13] Caracoglia L, Jones NP. Time domain vs. frequency domain characterization of aeroelastic forces for bridge deck sections. *J Wind Eng Ind Aerod* 2003;91(3):371–402.
- [14] Chen XZ, Matsumoto M, Kareem A. Time domain flutter and buffeting response analysis of bridges. *J Eng Mech* 2000;126(1):7–16.
- [15] Wilde K, Fujino Y, Masukawa J. Time domain modeling of bridge deck flutter. *J Struct Mech Earthquake Eng* 1996;13(2):19–30.
- [16] Øiseth O, Rönquist A, Sigbjörnsson R. Simplified prediction of wind-induced response and stability limit of slender long-span suspension bridges, based on modified quasi-steady theory: a case study. *J Wind Eng Ind Aerod* 2010;98(12):730–41.
- [17] Chen XZ, Kareem A. Advanced analysis of coupled buffeting response of bridges: a complex modal decomposition approach. *Probabilist Eng Mech* 2002;17(2):201–13.
- [18] Chen XZ, Kareem A. Nonlinear response analysis of long-span bridges under turbulent winds. *J Wind Eng Ind Aerod* 2001;89(14–15):1335–50.
- [19] Diana G, Rocchi D, Argentini T. An experimental validation of a band superposition model of the aerodynamic forces acting on multi-box deck sections. *J Wind Eng Ind Aerod* 2013;113:40–58.
- [20] Diana G, Resta F, Rocchi D. A new numerical approach to reproduce bridge aerodynamic non-linearities in time domain. *J Wind Eng Ind Aerod* 2008;96(10–11):1871–84.
- [21] Diana G, Rocchi D, Argentini T, Muggiasca S. Aerodynamic instability of a bridge deck section model: linear and nonlinear approach to force modeling. *J Wind Eng Ind Aerod* 2010;98(6–7):363–74.
- [22] Wu T, Kareem A. A nonlinear convolution scheme to simulate bridge aerodynamics. *Comput Struct* 2013;128:259–71.
- [23] Petrini F, Giuliano F, Bontempi F. Comparison of time domain techniques for the evaluation of the response and the stability in long span suspension bridges. *Comput Struct* 2007;85(11–14):1032–48.
- [24] Salvatori L, Borri C. Frequency- and time-domain methods for the numerical modeling of full-bridge aeroelasticity. *Comput Struct* 2007;85(11–14):675–87.
- [25] Lazzari M. Time domain modelling of aeroelastic bridge decks: a comparative study and an application. *Int J Numer Meth Eng* 2005;62(8):1064–104.
- [26] Wu T, Kareem A. Revisiting convolution scheme in bridge aerodynamics: comparison of step and impulse response functions. *J Eng Mech* 2014;140(5):1–13.
- [27] Lazzari M, Vitalini RV, Saetta AV. Aeroelastic forces and dynamic response of long-span bridges. *Int J Numer Meth Eng* 2004;60(6):1011–48.
- [28] Øiseth O, Rönquist A, Sigbjörnsson R. Time domain modeling of self-excited aerodynamic forces for cable-supported bridges: a comparative study. *Comput Struct* 2011;89(13–14):1306–22.
- [29] Wu T, Kareem A. Bridge aerodynamics and aeroelasticity: a comparison of modeling schemes. *J Fluid Struct* 2013;43:347–70.
- [30] Katsuchi H, Jones NP, Scanlan RH, Akiyama H. Multi-mode flutter and buffeting analysis of the Akashi-Kaikyo Bridge. *J Wind Eng Ind Aerod* 1998;77–78:431–41.
- [31] Abbas T, Kavrakov I, Morgenthal G. Methods for flutter stability analysis of long-span bridges: A review. *Bridge Eng* 2017;170(4):271–310.
- [32] Tubino F. Relationships among aerodynamic admittance functions, flutter derivatives and static coefficients for long-span bridges. *J Wind Eng Ind Aerod* 2005;93(12):929–50.
- [33] Argentini T, Rocchi D, Muggiasca S, Zasso A. Cross-sectional distributions versus integrated coefficients of flutter derivatives and aerodynamic admittances identified with surface pressure measurement. *J Wind Eng Ind Aerod* 2012;104–106:152–8.
- [34] Diana G, Bruni S, Cigada A, Zappa E. Complex aerodynamic admittance function role in buffeting response of a bridge deck. *J Wind Eng Ind Aerod* 2002;90(12–15):2057–72.
- [35] Larose GL. Experimental determination of the aerodynamic admittance of a bridge deck segment. *J Fluid Struct* 1999;13(7–8):1029–40.
- [36] Chopra AK. Dynamics of structures. 4th ed. London: Pearson; 2011.
- [37] Chen ZQ, Han Y, Hua XG, Luo YZ. Investigation on influence factors of buffeting response of bridges and its aeroelastic model verification for Xiaoguan Bridge. *Eng Struct* 2009;31(2):417–31.
- [38] Chen XZ, Kareem A. Aeroelastic analysis of bridges under multicorrelated winds: integrated state-space approach. *J Eng Mech* 2001;127(11):1124–34.
- [39] Morgenthal G. Aerodynamic analysis of structures using high-resolution vortex particle methods [dissertation]. Cambridge: University of Cambridge; 2002.
- [40] Scanlan RH. Motion-related body-force functions in two-dimensional low-speed flow. *J Fluid Struct* 2000;14(1):49–63.
- [41] Ding QS, Zhu LD, Xiang HF. An efficient ergodic simulation of multivariate stochastic processes with spectral representation. *Probabilist Eng Mech* 2011;26(2):350–6.
- [42] Solari G, Piccardo G. Probabilistic 3D turbulence modeling for gust buffeting of structures. *Probabilist Eng Mech* 2001;16(1):73–86.
- [43] Ge YJ, Tanaka H. Aerodynamic flutter analysis of cable-supported bridges by multi-mode and full-mode approaches. *J Wind Eng Ind Aerod* 2000;86(2–3):123–53.
- [44] Larsen A, Walther JH. Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections. *J Wind Eng Ind Aerod* 1998;72–78:591–602.
- [45] Matsumoto M, Daito Y, Yoshizumi F, Ichikawa Y, Yabutani T. Torsional flutter of bluff bodies. *J Wind Eng Ind Aerod* 1997;69–71:871–82.