学术论文

双枝模糊决策与决策识别问题

史开泉，李歧强
（山东大学自动化工程系，济南 250061）

[摘要] 文章提出具有中性域 X^*（$X^* \neq \{x\}$）X 的上的双枝模糊决策的概念和决策优化分析模型、决策判定定理、决策识别定理、决策去余定理和决策因素域 X 上的挖洞原理。双枝模糊决策具有下列特征：决策结论的双向依赖特性，决策结论的叠加合成特性，决策结论的枝－分离特性，决策结论的枝－退化特性，决策结论的非失误特性。研究结果得到了应用。

[关键词] 双枝模糊决策；决策模型；决策判定定理；决策识别定理；决策去余定理；挖洞原理

1 引 言

Bezdek J. C. 发表了著名的模糊决策论文[1,2]，提出了模糊决策分析模型。我国学者陈守煜教授作了深入研究，提出了系统模糊决策理论[3~5]。这些研究获得工程界的认可并得到了工程应用，在研究结论中，模糊决策度满足 $u_j \in [0, 1]$。

在一般工程模糊决策中的决策因素域 X 是由两部分因素域 X^+，X^- 构成，$X = X^+ \cup X^-$，$X^+ \cap X^- \neq \varnothing$。$X^+$ 上的因素对决策的实现起着“积极”作用（正向作用），X^- 上的因素对决策的实现起着“消极”作用（反向作用）。X^+，X^- 中的因素对决策的实现分别以决策度 $u_j^+ \in [0, 1]$，$u_j^- \in [-1, 0]$ 表现。X^+，X^- 在决策中表现出“单向特性”。X^+ 与 X^- 的公共因素域 $X^* = X^+ \cap X^-$ 上的因素在决策中表现出“双向特性”，同时具有 $u_j^+ \in [0, 1]$ 和 $u_j^- \in [-1, 0]$。一般情形下，$\forall x_k \in X^*$，$|u_j^+(x_k)| \neq |u_j^-(x_k)|$。符合工程实际的模糊决策结论应是 u_j^+ 与 u_j^- 的叠加合成：$u_j^+ \oplus u_j^-$。X^+，X^- 同时存在于 X 之中，在决策分析中，X^+，X^- 不可以从 X 中单独分离出来，更不可以将 X^+，X^- 之一丢掉，它们构成决策结论的矛盾统一体。只有在一类特殊的工程问题中仅存在 X^+（或 X^-），即决策只与 X^+（或 X^-）有关系。在 Zadeh L. A. 模糊集理论中，决策度 $u_j^- \in [-1, 0]$ 无定义。为了研究上面提出的问题，1998 年作者提出双枝模糊集的一般概念和它的基本理论，为双枝模糊决策的提出作了基础性准备[6~11]。

在双枝模糊决策中，如果 $X^- = \varnothing$，本文结果将退化成依赖于 Zadeh L. A. 模糊集理论的单枝模糊决策，从这个意义上说，单枝模糊决策是双枝模糊决策的特例。双枝模糊决策具有普遍的意义。

本文讨论是以 X 上的下－非对称双枝模糊集[8]为理论依据。

2 具有 X^* 的 X 上的双枝模糊决策

定义 2.1 称

$$X^+ = \{x_i \mid 0 \leqslant u^+(x_i) \leqslant 1, i = 1,2,\cdots,\alpha\} \tag{2.1}$$

是双枝模糊决策因素域 X 的上域，映射

[修改日期] 2000－02－02；修回日期 2000－10－15
[基金项目] 山东省自然科学基金资助项目
[作者简介] 史开泉（1945－），男，山东莱州市人，山东大学教授，博士生导师

$$u^{+}:X^{+}\rightarrow[0,1],\ x\rightarrow u^{+}(x)\qquad(2.2)$$

称 X^{+} 上的上-双枝模糊决策，对于给定的 $x_0\in X^{+}$，$u^{+}(x_0)$ 称上枝模糊决策度，$X^{+}\subset X$。

定义 2.2 称

$$X^{-}=\{x_j\mid -1\leqslant u_j^{-}(x_j)\leqslant 0,j=1,2,\cdots,\beta\}\qquad(2.3)$$

是双枝模糊决策因素域 X 的下域，映射

$$u^{-}:X^{-}\rightarrow[-1,0],\ x\rightarrow u^{-}(x)\qquad(2.4)$$

称 X^{-} 上的下-双枝模糊决策，对于给定的 $x_0'\in X^{-}$，$u^{-}(x_0')$ 称下枝模糊决策度，$X^{-}\subset X$。

定义 2.3 称 X^{*} 是决策因素域 X 的中性域，如果 X^{*} 满足：

1）$X^{*}=X^{+}\cap X^{-}\subset X$ 且 $X^{*}\neq\{x\}$ $\qquad(2.5)$

2）$X^{*}=\{x_k\mid 0\leqslant u^{+}(x_k)\leqslant 1\wedge -1\leqslant u^{-}(x_k)\leqslant 0,\ k=1,2,\cdots,\gamma;\ \gamma<\alpha,\beta\}$ $\qquad(2.6)$

3）对于任意的 $x_t\in X^{*}$，$t\in(1,2,\cdots,\gamma)$

$$u^{+}(x_t)\oplus u^{-}(x_t)\neq 0\qquad(2.7)$$

4）对于所有的 $x_k\in X^{*}$，$k=1,2,\cdots,\gamma$

$$\sum_{k=1,x_k\in X^{*}}^{r}u^{+}(x_k)\oplus\sum_{k=1,x_k\in X^{*}}^{r}u^{-}(x_k)=0\qquad(2.8)$$

定义 2.4 映射

$$u:X\rightarrow[-1,0]\cup[0,1],\ x\rightarrow u(x)\qquad(2.9)$$

若满足：

1）X^{+} 上的正则特性

$$\forall x\in X^{+}\subset X,u^{+}(x)\in[0,1],\exists x_0\in X^{+}$$

$$u^{+}(x_0)=\bigvee_{i=1}^{\alpha}u^{+}(x_i)=1\qquad(2.10)$$

2）X^{-} 上的正则特性

$$\forall x\in X^{-}\subset X,u^{-}(x)\in[-1,0],\exists x'_0\in X^{-}$$

$$u^{-}(x'_0)=\bigwedge_{j=1}^{\beta}u^{-}(x_j)=-1\qquad(2.11)$$

3）X^{*} 上的中和特性

所有的 $x_k\in X^{*}$

$$\sum_{k=1}^{r}u^{+}(x_k)\oplus\sum_{k=1}^{r}u^{-}(x_k)=0\qquad(2.12)$$

4）u^{+}，u^{-} 的单点叠加非零特性

X^{*} 上任意一个元素 x_k，$k\in(1,2,\cdots,r)$

$$u^{+}(x_k)\oplus u^{-}(x_k)\neq 0\qquad(2.13)$$

称式（2.9）确定一个具有中性域 X^{*} 的 X 上的双枝模糊决策。其中：上域 $X^{+}=\{x_1,x_2,\cdots,x_\alpha\}$，下域 $X^{-}=\{x_1,x_2,\cdots,x_\beta\}$，$|X^{-}|<|X^{+}|$，中性域 $X^{*}=X^{+}\cap X^{-}=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，$X^{+}$，$X^{-}$，$X^{*}\subset X$。

定义 2.5 设 $\sum_{i=1}^{\alpha}u^{+}(x_i)$，$\sum_{j=1}^{\beta}u^{-}(x_j)$ 分别是双枝模糊决策在 X^{+} 上的上-双枝模糊决策的特征值和 X^{-} 上的下-双枝模糊决策的特征值，若

$$\sum_{i=1,x_i\in X^{+}}^{\alpha}u^{+}(x_i)\oplus\sum_{j=1,x_j\in X^{-}}^{\beta}u^{-}(x_j)>0\qquad(2.14)$$

称式（2.9）确定一个 X 上的上-双枝模糊决策；若

$$\sum_{i=1,x_i\in X^{+}}^{\alpha}u^{+}(x_i)\oplus\sum_{j=1,x_j\in X^{-}}^{\beta}u^{-}(x_j)<0\qquad(2.15)$$

称式（2.9）确定一个 X 上的下-双枝模糊决策。

由定义 2.1～2.5 容易得到：

命题 2.1 具有中性域 X^{*}，X 上的上-非对称双枝模糊集[8]生成 X 上的下-双枝模糊决策。

命题 2.2 具有中性域 X^{*}，X 上的下-非对称双枝模糊集[8]生成 X 上的上-双枝模糊决策。

命题 2.3 具有中性域 X^{*}，X 上的对称双枝模糊集[6~8]生成 X 上的双枝模糊决策是无效的。

事实上，具有中性域 X^{*}，X 上的对称双枝模糊集中，$|X^{-}|=|X^{+}|$，则有，

$$\sum_{i=1,x_i\in X^{+}}^{\alpha}u^{+}(x_i)\oplus\sum_{i=1,x_i\in X^{-}}^{\beta}u^{-}(x_i)=0\qquad(2.16)$$

$$\sum_{i=1,x_i\in X^{*}}^{r}u^{+}(x_i)\oplus\sum_{i=1,x_i\in X^{*}}^{r}u^{-}(x_i)=0\qquad(2.17)$$

得不到决策结论。

命题 2.4 任何一个具有中性域 X^{*}，X 上的对称双枝模糊集生成 X 上的双枝模糊决策都是无效的，无论 $X^{*}=(X^{+}\cap X^{-})=X$ 还是 $X^{*}=\{x\}$。

命题 2.5 具有 X^{*}，X 上的双枝模糊决策如果是有效的，则这个决策是上-双枝模糊决策或者是下-双枝模糊决策，二者必居其一。

命题 2.6 单枝模糊集（Zadeh L. A. 模糊集）生成的单枝模糊决策是双枝模糊集生成的双枝模糊决策的特例，双枝模糊决策是单枝模糊决策的

一般形式。

3　双枝模糊决策判定定理与识别定理

定义 3.1　设 $d_{jg}{}^{+}$，$d_{jb}{}^{+}$分别是 $X^{+}\subset X$ 上的上－双枝模糊决策的距优距离和距劣距离[5]，

$$d_{jg}{}^{+}=\Big(\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(g_i^{+}-r_{ij}))^{p}\Big)^{1/p}\qquad(3.1)$$

$$d_{jb}{}^{+}=\Big(\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(r_{ij}-b_i^{+}))^{p}\Big)^{1/p}\qquad(3.2)$$

称 $d_{jg}{}^{+}/d_{jb}{}^{+}$ 是上－双枝模糊决策的优－劣比。$\boldsymbol{g}^{+}$，$\boldsymbol{b}^{+}$分别称作 $X^{+}\subset X$ 上的优等决策向量和劣等决策向量

$$\boldsymbol{g}^{+}=(g_1^{+},g_2^{+},\cdots,g_\alpha^{+})^{\mathrm{T}}=(1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}\qquad(3.3)$$

$$\boldsymbol{b}^{+}=(b_1^{+},b_2^{+},\cdots,b_\alpha^{+})^{\mathrm{T}}=(0,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}\qquad(3.4)$$

其中：w_i 是 X^{+} 上的权重 $w_i\in(0,1)$，$\sum_{i=1}^{\alpha}w_i=1$；式 (3.1)、式 (3.2) 中海明距离 $p=1$，欧氏距离 $p=2$，r_{ij}是X^{+}上的目标优属度。

定义 3.2　设 $d_{jg}{}^{-}$，$d_{jb}{}^{-}$分别是 $X^{-}\subset X$ 上的下－双枝模糊决策的距优距离和距劣距离。

$$d_{jg}{}^{-}=\Big(\sum_{i=1}^{\beta}(w_i'(g_i^{-}-\bar{r}_{ij}))^{p}\Big)^{1/p}\qquad(3.5)$$

$$d_{jb}{}^{-}=\Big(\sum_{i=1}^{\beta}(w_i'(\bar{r}_{ij}-b_i^{-}))^{p}\Big)^{1/p}\qquad(3.6)$$

称 $d_{jg}{}^{-}/d_{jb}{}^{-}$ 是下－双枝模糊决策的优－劣比。$\boldsymbol{g}^{-}$，$\boldsymbol{b}^{-}$分别称作 $X^{-}\subset X$ 上的优等决策向量和劣等决策向量

$$\boldsymbol{g}^{-}=(g_1^{-},g_2^{-},\cdots,g_\beta^{-})^{\mathrm{T}}=(-1,-1,\cdots,-1)^{\mathrm{T}}\qquad(3.7)$$

$$\boldsymbol{b}^{-}=(b_1^{-},b_2^{-},\cdots,b_\beta^{-})^{\mathrm{T}}=(0,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}\qquad(3.8)$$

其中：w_i'是X^{-}上的权重，$\bar{r}_{ij}$是X^{-}上的目标优属度。

定理 3.1（上－双枝模糊决策判定定理）　X 上的双枝模糊决策是上－双枝模糊决策的充分必要条件是 $X^{+}\subset X$ 上的上－双枝模糊决策的优－劣比与 $X^{-}\subset X$ 上的下－双枝模糊决策的优－劣比满足：

$$(d_{jg}{}^{+}/d_{jb}{}^{+})<(d_{jg}{}^{-}/d_{jb}{}^{-})\qquad(3.9)$$

证明：由目标函数 $F(u_j)$ 在 X 上满足 $F(u_j)=\min$ 的准则下，得到 X 上的优等模糊决策

$$u_j=1\Big/\left\{1+\left[\frac{\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(g_i-r_{ij}))^{p}}{\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(r_{ij}-b_i))^{p}}\right]^{2/p}\right\}\qquad(3.10)$$

利用式 (3.10) 和定义 3.1，3.2 就可得到充分必要条件的证明。

定理 3.2（下－双枝模糊决策判定定理）　X 上的双枝模糊决策是下－双枝模糊决策的充分必要条件是 $X^{+}\subset X$ 上的上－双枝模糊决策的优－劣比与 $X^{-}\subset X$ 上的下－双枝模糊决策的优－劣比满足

$$(d_{jg}{}^{+}/d_{jb}{}^{+})>(d_{jg}{}^{-}/d_{jb}{}^{-})\qquad(3.11)$$

定理 3.2 由定理 3.1 直接得到。

定理 3.3（双枝模糊决策的单枝退化定理）　若 X^{-}上的元素在决策中满足

$$\forall x_j\in X^{-},\ u^{-}(x_j)=0\qquad(3.12)$$

则 X 上的双枝模糊决策退化成X^{+}上的上－双枝模糊决策。

定理 3.4（双枝模糊决策－单枝模糊决策定理）　X^{+}上的上－双枝模糊决策是 Zadeh L. A. 模糊集理论生成的单枝模糊决策。

定理 3.5（单枝模糊决策的判定定理）　X 上的双枝模糊决策是 Zadeh L. A. 模糊集理论生成的单枝模糊决策的充分必要条件是下域 X^{-}，中性域 X^{*}分别满足

$$X^{-}=\varnothing,\ X^{*}=\{x_0\}\qquad(3.13)$$

定理 3.3～3.5 是直接的数学事实。

利用上面的结果得到：

定理 3.6（双枝模糊决策无效的第一识别定理）　若 $X^{+}\subset X$ 上的上－双枝模糊决策的优－劣比与 $X^{-}\subset X$ 上的下－双枝模糊决策的优－劣比满足：

$$(d_{jg}{}^{+}/d_{jb}{}^{+})=(d_{jg}{}^{-}/d_{jb}{}^{-})\qquad(3.14)$$

则 X 上的双枝模糊决策是无效的。

事实上，若 $(d_{jg}{}^{+}/d_{jb}{}^{+})=(d_{jg}{}^{-}/d_{jb}{}^{-})$，就有 $u_j{}^{+}\oplus u_j{}^{-}=0$，这说明 X^{+}上的上－双枝模糊决策结论与 X^{-}上的下－双枝模糊决策结论相互抵消，X 上无决策结论给出，例如：在经济系统中，一个经济决策的双枝模糊决策结论是资本投入和所得回报等值，这个决策结论是无理论与工程意义的。

定理 3.7（双枝模糊决策无效的第二识别定理）　设 X 是双枝模糊决策的因素域，X^{+} X^{-}，

X^*分别是上域，下域和中性域，若

$$X^* = X^+ = X^- \quad (3.15)$$

则 X 上的双枝模糊决策是无效的。

定理 3.8（双枝模糊决策存在定理） X 上的双枝模糊决策存在的充分必要条件是

$$|X^-| \neq |X^+| \quad (3.16)$$

4 双枝模糊决策的去余定理与挖洞原理

定理 4.1（上－双枝模糊决策的去余定理） 如果 X 上的双枝模糊决策是由具有 X^*，X 上的下－非对称双枝模糊集生成，而且对于所有的 $x_j \in X^*$，$j=1, 2, \cdots, r$ 满足

$$\sum_{j=1}^{r} u^+(x_j) \oplus \sum_{j=1}^{r} u^-(x_j) = 0 \quad (4.1)$$

则 X^* 上的因素 $x_1, x_2, \cdots, x_r$ 在决策中是多余的。

定理 4.2（下－双枝模糊决策的去余定理） 如果 X 上的双枝模糊决策是由具有 X^*，X 上的上－非对称双枝模糊集生成，而且对于所有的 $x_i \in X^*$，$i=1, 2, \cdots, r$ 满足

$$\sum_{i=1}^{r} u^+(x_i) \oplus \sum_{i=1}^{r} u^-(x_i) = 0 \quad (4.2)$$

则 X^* 上的因素 $x_1, x_2, \cdots, x_r$ 在决策中是多余的。

由定理 4.1，4.2 直接得到双枝模糊决策的因素域上的挖洞原理：

在一个双枝模糊决策中，决策因素域 X 上总存在这样一些因素，它们构成中性域 $X^* = \{x_1, x_2, \cdots, x_r\}$，当这些因素在决策中满足

$$\sum_{j=1}^{r} u^+(x_j) \oplus \sum_{j=1}^{r} u^-(x_j) = 0 \quad (4.3)$$

则 X^*可以从 X 中挖去。

由挖洞原理直接得到

定理 4.3（决策结论不变性定理） 在双枝模糊决策中，如果 X 上的元素 x_j，$j=1, 2, \cdots, r$ 构成的中性域X^*满足（4.3），则 X 上的双枝模糊决策结论与这些元素存在无关。

5 双枝模糊决策及其优化模型

5.1 X^+上的上－双枝模糊决策优化模型

设系统由 q 个决策构成，其中有 n 个决策满足约束条件构成决策集

$$D = \{d_1, d_2, \cdots, d_n\} \quad (5.1)$$

决策优化在 D 上进行的，与 D 以外的决策无关。

设系统有 α 个目标组成对决策 D 的评价目标集

$$P = \{p_1, p_2, \cdots p_\alpha\}$$

m 个目标对 n 个决策的评价得到目标特征值矩阵

$$\bar{\boldsymbol{R}}^+ = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{\alpha 1} & x_{\alpha 2} & \cdots & x_{\alpha n} \end{bmatrix} = (x_{ij}) \quad (5.2)$$

用目标对于优的相对隶属度公式[5]，由式（5.2）得到目标相对优属度矩阵

$$\boldsymbol{R}^+ = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{\alpha 1} & r_{\alpha 2} & \cdots & r_{\alpha n} \end{bmatrix} = (r_{ij}) \quad (5.3)$$

优等决策的相对优属度

$$\boldsymbol{g}^+ = (g_1^+, g_2^+, \cdots, g_\alpha^+)^{\mathrm{T}} = (1, 1, \cdots, 1)^{\mathrm{T}} \quad (5.4)$$

劣等决策的相对优属度

$$\boldsymbol{b}^+ = (b_1^+, b_2^+, \cdots, b_\alpha^+)^{\mathrm{T}} = (0, 0, \cdots, 0)^{\mathrm{T}} \quad (5.5)$$

或者：

$$\boldsymbol{g}^+ = (\bigvee_{1,j=1}^{n} r_{1,j}, \bigvee_{2,j=1}^{n} r_{2,j}, \cdots, \bigvee_{\alpha,j=1}^{n} r_{\alpha,j})^{\mathrm{T}} \quad (5.6)$$

$$\boldsymbol{b}^+ = (\bigwedge_{1,j=1}^{n} r_{1,j}, \bigwedge_{2,j=1}^{n} r_{2,j}, \cdots, \bigwedge_{\alpha,j=1}^{n} r_{\alpha,j})^{\mathrm{T}} \quad (5.7)$$

u_j，u_j^{c} 分别表示决策 j 对优的相对隶属度和对劣的相对隶属度，$u_j^{\mathrm{c}} = 1 - u_j$。

设系统中 α 个目标具有不同的权重，而且

$$\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \cdots, w_\alpha)^{\mathrm{T}}, \sum_{i=1}^{\alpha} w_i = 1 \quad (5.8)$$

决策 j 的向量：

$$\boldsymbol{r}_j = (r_{1j}, r_{2j}, \cdots, r_{\alpha j})^{\mathrm{T}} \quad (5.9)$$

它与优等决策的差异用权距离 $d_{jg}{}^+$ 表示：

$$d_{jg}{}^+ = (\sum_{i=1}^{\alpha} (w_i (g_i^+ - r_{ij})^p)^{1/p} \quad (5.10)$$

它与劣等决策的差异用权距离 $d_{jb}{}^+$ 表示：

$$d_{jb}{}^+ = (\sum_{i=1}^{\alpha} (w_i (r_{ij} - b_i^+)^p)^{1/p} \quad (5.11)$$

由式（5.10），（5.11）分别得到加权距优距离 $D_{jg}{}^+$，加权距劣距离 $D_{jb}{}^+$，

$$D_{jg}{}^+ = u_j d_{jg}{}^+ =$$

$$u_j(\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(g_i^+ - r_{ij})^p)^{1/p} \quad (5.12)$$

$$D_{jb}^+ = u_j^c d_{jb}^+ =$$

$$(1-u_j)(\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(r_{ij} - b_i^+)^p)^{1/p} \quad (5.13)$$

目标函数：

$$\min\{F(u_j^+) = (D_{jg}^{+2} + D_{jb}^{+2}) =$$

$$u_j^{+2}(\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(g_i^+ - r_{ij}))^p)^{2/p} +$$

$$(1-u_j^+)^2(\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(r_{ij} - b_i^+))^p)^{2/p}\} \quad (5.14)$$

令式（5.14）满足：

$$\mathrm{d}F(u_j^+)/\mathrm{d}u_j^+ = 0$$

利用式（5.4），(5.5）得到简化模型：

$$u_j^+ = 1/[1 + (\sum_{i=1}^{\alpha}(w_i(1-r_{ij}))^p / \sum_{i=1}^{\alpha}(w_i r_{ij})^p)^{2/p}]$$

$$j = 1,2,\cdots,n。 \quad (5.15)$$

5.2　X^-上的下－双枝模糊决策优化模型

由 5.1 节容易得到

$$u_j^- = 1/[1 + (\sum_{i=1}^{\beta}(w_i'(-1-\bar{r}_{ij}))^p / \sum_{i=1}^{\beta}(w_i'\bar{r}_{ij})^p)^{2/p}] \quad (5.16)$$

其中，w_i'是β个目标的权重，$w' = \{w_1', w_2', \cdots, w_\beta'\}$，$\sum_{i=1}^{\beta} w_i' = 1$；$\bar{r}_{ij} \in \mathbf{R}^-$，$\mathbf{R}^-$是目标相对优属度矩阵。

5.3　X 上的双枝模糊决策优化模型

X 上的双枝模糊决策是X^+上的上－双枝模糊决策 u_j^+ 与X^-上的下－双枝模糊决策 u_j^- 的叠加合成

$$u_j = u_j^+ \oplus u_j^- \quad (5.17)$$

5.4　X 上满足挖洞原理的双枝模糊决策优化模型

$$u_j = u_j^+ \oplus u_j^- =$$

$$1/[1 + (\sum_{i=1}^{\alpha-r}(w_i(1-r_{ij}))^p / \sum_{i=1}^{\alpha-r}(w_i r_{ij})^p)^{2/p}] \oplus$$

$$1/[1 + (\sum_{i=1}^{\beta-r}(w_i'(-1-\bar{r}_{ij}))^p / \sum_{i=1}^{\beta-r}(w_i'\bar{r}_{ij})^p)^{2/p}]$$

$$(5.18)$$

其中：$u_j^+ \in [0, 1]$，$u_j^- \in [-1, 0]$

5.5　X 上双枝模糊决策模型的讨论

由式（5.18）得到：

1）若 $u_j^+ \oplus u_j^- < 0$，X 上的双枝模糊决策是下－双枝模糊决策，决策结论决定于因素集 X^-。

2）若 $u_j^+ \oplus u_j^- > 0$，X 上的双枝模糊决策是上－双枝模糊决策，决策结论决定于因素集 X^+。

3）若 $u_j^+ \oplus u_j^- = 0$，双枝模糊决策无效，下－双枝模糊决策与上－双枝模糊决策相互抵消，决策没有工程意义。

4）若 $X^- = \varnothing$，且 $X^* = \{x_0\}$，

$$u_j = u_j^+ \quad (5.19)$$

其中：$u_j \in [0, 1]$。这是建立在 Zadeh L. A. 模糊集理论下的单枝模糊决策模型[5]。

5）若 $X^+ = \varnothing$，且 $X^* = \{x_0\}$，

$$u_j = u_j^- \quad (5.20)$$

显然，给出的决策结论与式（5. 19）的决策结论性质相反。

5.6　因素权重的集值迭代选择

设 $X^+ = \{x_1, x_2, \cdots, x_\alpha\}$ 是上－双枝模糊决策因素集，$Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_p\}$ 是关于 X^+上的因素评价集，选初值 q，$1 \leqslant q << t$；取 $y_j \in Y$，$1 \leqslant j \leqslant p$ 完成下列迭代过程：

第 1 步，在 X^+中选取最重要的 q 个因素，得到 X^+的子集

$$X_1^{(j)} = \{x_{i,1}^{(j)}, x_{i,2}^{(j)}, \cdots, x_{i,q}^{(j)}\} \subset X^+ \quad (5.21)$$

第 2 步，在 X^+中选取最重要的 $2q$ 个因素，得到 X^+的子集

$$X_2^{(j)} = \{x_{i,1}^{(j)}, \cdots, x_{i,q}^{(j)}, x_{i,q+1}^{(j)}, \cdots, x_{i,2q}^{(j)}\} \subset X^+ \quad (5.22)$$

……

第 S 步，在 X^+中选取最重要的 Sq 个因素，得到 X^+的子集

$$X_s^{(j)} = \{x_{i,1}^{(j)}, x_{i,2}^{(j)}, \cdots, x_{i,sq}^{(j)}\} \subset X^+ \quad (5.23)$$

$$X_{s-1}^{(j)} \subset X_s^{(j)} \quad (5.24)$$

若自然数 k 满足$t = kq + r$，$1 \leqslant r \leqslant q$，迭代过程终止于第 $k+1$ 步

$$X_{k+1}^{(j)} = X^+ \quad (5.25)$$

计算

$$m(u_i) = \frac{1}{k+1}\sum_{s=1}^{k+1}\left(\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} x^{F_s(j)}(u_i)\right) \quad (5.26)$$

由归一化得到

$$w_i = m(u_i)/\sum_{i=1}^{a} m(u_i) \qquad (5.27)$$

w_i 是 $x_i \in X^+$ 的权重，$w_i \in (0, 1)$，$x^{F_S(j)}(u_i)$ 是特征函数

6 双枝模糊决策算法与应用

6.1 双枝模糊决策算法

step 1：决策因素域的极性分解：X^+，X^-，X^*。

step 2：构造目标相对优属度矩阵：$\boldsymbol{R}^+$，$\boldsymbol{R}^-$；$\boldsymbol{R}^+ = (r_{ij})$，$\boldsymbol{R}^- = (\bar{r}_{ij})$。

step 3：计算加权距优距离：$D_{jg}{}^+$，$D_{jb}{}^+$；$D_{jg}{}^-$，$D_{jb}{}^-$ 和权重 w，w'。

step 4：计算 X^+ 上的上－双枝模糊决策度 $u_j{}^+$，X^- 上的下－双枝模糊决策度 $u_j{}^-$；$u_j{}^+ \in [0, 1]$，$u_j{}^- \in [-1, 0]$。

step 5：完成满足挖洞原理的 $u_j{}^+$ 与 $u_j{}^-$ 的叠加合成：

$$u_j = u_j{}^+ \oplus u_j{}^-$$

step 6：u_j 的极性识别与输出。

step 7：END。

6.2 双枝模糊决策算法框图

双枝模糊决策算法框图见图 1，图中给出决策的算法过程与决策输出的识别与判定。

6.3 应用

上述研究成果在市场位置选择中的应用见文献[12]。

7 讨论

在工程的模糊决策中，如果决策者丢掉 X^- 或者忽视 X^- 存在于 X 中（此时 $u_j{}^- = 0$），只考虑 X^+ 存在而得到的决策值 $u_j = u_j{}^+ \oplus u_j{}^- > \eta$，$\eta \in [0, 1]$；反之，决策者丢掉 X^+ 或者忽视 X^+ 存在于 X 中（此时 $u_j{}^+ = 0$），只考虑 X^- 存在而得到的决策值 $u_j = u_j{}^+ \oplus u_j{}^- < \varphi$，$\varphi \in [-1, 0]$；决策结论 η 或 φ 是不可信的。如果忽视 X^- 的存在，决策者得到的决策结论是 $u_j = u_j{}^+ = 0.8$（$u_j = u_j{}^+ \oplus u_j{}^-$ 变成 $u_j = u_j{}^+$）而 X^- 上的决策结论是 $u_j^- = -0.5$，则真实的决策结论应该是 $u_j = u_j{}^+ \oplus u_j{}^- = 0.8 - 0.5 = 0.3$，这意味着这个决策只有 3 成希望，决策者应该放弃这个决策，否则决策结论只能给决策者带来沮丧。在工程决策中，人们对于每一项决策的制定都要进行“正”，“反”两个方面的考察，这个思维过程是提出双枝模糊决策的研究思想和研究目的。

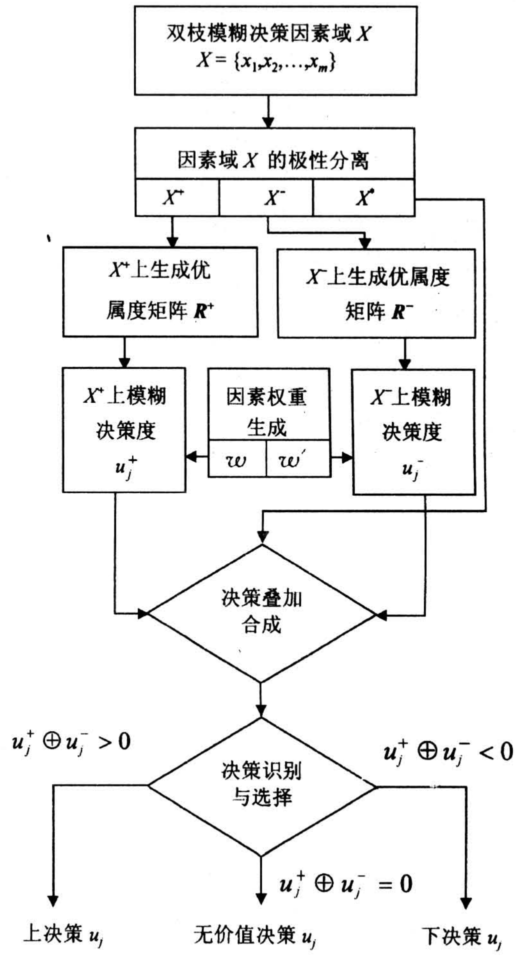

图 1 具有 X^* 的 X 上的双枝模糊决策算法框图

Fig.1 Algorithm graph of both-branch fuzzy decision on X with neutral-universe X^*

参考文献

[1] Bezdek J C. A physical interpretation of fuzzy ISODATA [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cyberentics, 1976, SME－6: 484～492

[2] Bezdek J C. Fuzzy mathematics in pattern classification [D]. Applied Math. Center, Cornell University Lthaca, 1973

[3] Chen Shouyu. Fuzzy recognition theoretical model [J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 1993, (2): 261～269

[4] Chen Shouyu. Nonstructured decision making analysis

and fuzzy optimum seeking theory for multiobjective systems [J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 1996, (4): 835～842
[5] 陈守煜. 系统模糊决策理论与应用 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1994. 12～22
[6] Shi Kaiquan, Both-branch fuzzy sets (I～III) [J]. BUSEFAL, 1998, (75): 146～174
[7] 史开泉, 刘刚. 双枝模糊集 (IV) [J]. 山东工程学院学报, 1997, (3): 7～11
[8] 史开泉. 双枝模糊集 (V) [J]. 山东工业大学学报, 1998, (5): 463～472
[9] 史开泉, 朱常青. 双枝模糊集 (VI) [J]. 山东工业大学学报, 1999, (1): 52～62
[10] 史开泉, 刘华文. 双枝模糊集 (VII) [J]. 山东工业大学学报, 1999, (3): 233～240
[11] 史开泉, 解树霞. 双枝模糊集 (VIII) [J]. 山东工业大学学报, 1999, (6): 178～186
[12] 史开泉. 双枝模糊决策及其在市场位置选择中的应用 [R]. 济南: 山东大学自动化工程系, 2000

Both-Branch Fuzzy Decision and Problems on Decision Discernment

Shi Kaiquan, Li Qiqiang

(*Department of Automation Engineering, Shandong University, Jinan* 250061, *China*)

[**Abstract**] This paper proposes the concept of both-branch fuzzy decision on X, which contains neutral universe ($X^* \neq \{x\}$), and the optimal decision analysis model. In addition, the paper proposes decision judgement theorem, decision discernment theorem, decision surplusage-discarding theorem and hole-digging principle on decision factors universe X. Both-branch fuzzy decision has such characteristics as decision two-direction dependence character, decision piling-synthesis character, decision branch-separating character, decision branch-degeneration character, and decision non-fault character. The research results have found application.

[**Key words**] both-branch fuzzy decision; decision model; judgement theorem; discernment theorem; surplusage-discarding theorem, hole-digging principle.

划时代的FE复合酶

消炎抗菌，以后很可能不再用抗生素，而用酶这种全无毒副作用的生物素。

酶能够溶解细菌，是本世纪的一个重大发现。而将酶应用于抗菌消毒领域，并证明它比抗生素能更好地担负起对付细菌感染的重任，则是一个划时代的成果。

20世纪三四十年代，在抗生素未被发现之前，细菌感染是危胁人类生命的最重要原因之一。当青霉素、链霉素、磺胺类药物等相继问世后，人类平均寿命提高了几十年。然而随之而来的一个新的严峻问题是耐药菌出现了。这使得抗生素的剂量越用越大，效果却越来越差。

有人在葡萄球菌之中发现了能有效杀灭革兰氏阳性菌的溶菌酶，它对耐药性金黄色葡萄球菌效果尤其显著。1987年我国复旦大学生命科学院通过基因克隆方法从安全菌中获得了溶葡萄球菌酶（也称FE）之后，FE复合酶制剂被认定为划时代的高科技成果。

几年的开发应用实践证明，FE及其复合酶制剂确是非常优良的抗菌剂。它的杀菌机理非常独特，不是简单地在细菌细胞壁上形成一层屏障，而是通过直接裂解菌体细胞壁，彻底杀死细菌，因而不易产生耐药性，并具有无任何毒副作用的特点。以其为原料，上海高科生物工程公司相继开发出用于防止烧伤、外科等手术后期耐药菌感染的FE复合酶消毒剂；可广泛用于手术、器械、餐具、水果等消毒的FE复合酶消毒剂（Ⅱ）；用于治疗咽喉炎、口腔溃疡、牙龈炎等的口腔喷雾剂。