

研究报告

砼非标准三点弯曲梁试件双 K 断裂参数

吴智敏，徐世娘，丁一宁，卢喜经，刘佳毅，丁生根
(大连理工大学海岸及近海工程国家重点实验室，辽宁 大连 116024)

[摘要] 采用跨高比为 2.5 的非标准三点弯曲梁试件，利用在试验中测得的最大荷载 P_{max} 及对应的裂缝口张开位移 $CMOD_c$ ，根据渐近线性叠加假设，求得了砼裂缝亚临界扩展量 Δa_c 。在此基础上，采用虚拟裂缝模型计算了不同初始缝长、不同试件高度的砼非标准三点弯曲梁试件的起裂断裂韧度 K_{Ic}^{ini} 、失稳断裂韧度 K_{Ic}^{un} 及临界裂缝尖端张开位移 $CTOD_c$ 。计算结果表明，砼 K_{Ic}^{un} 与试件高度及初始缝高比无关；而 K_{Ic}^{ini} 在初始缝高比 $a_0/h = 0.3 \sim 0.5$ 内，也是一稳定的常数且与试件高度无关。这说明砼双 K 断裂参数可以作为砼的材料常数。

[关键词] 砼；三点弯曲梁；断裂参数

1 前 言

砼作为重要的工程材料，其受力特性与裂缝的发展有密切关系。因此，砼裂缝的扩展机理及其定量描述是砼结构理论的一个基础性课题，受到国际学术界的日益重视。开展砼断裂研究的最终目的是要建立起一套适合于定量描述砼裂缝扩展的断裂准则或断裂模型，并给出这些模型中所定义的断裂参数的测试方法。目前，国际上较为流行的针对砼材料建立的断裂模型有两类：一类适用于数值分析，如虚拟裂缝模型^[1]及钝化裂缝模型^[2]；另一类以应力强度因子为参量，可进行解析分析，如双参数模型^[3]及等效裂缝模型^[4]，但这两类模型的不足之处是不能反映砼裂缝扩展的起裂状态。文献[5]在大量实验观测的基础上提出了砼双 K 断裂准则。该准则认为，当 $K_I = K_{Ic}^{ini}$ 时，裂缝起裂；当 $K_I < K_I \leq K_{Ic}^{un}$ 时，裂缝稳定扩展；当 $K_I > K_{Ic}^{un}$ 时，裂缝失稳扩展。其中， K_{Ic}^{ini} 、 K_{Ic}^{un} 分别为砼起裂断裂韧度、失稳断裂韧度。然而，双 K 断裂参数 K_{Ic}^{ini} 、 K_{Ic}^{un} 是根据大型试件断裂实验中测得的，它要求测出砼裂缝失稳断裂前的稳定扩展长度，检测

出起裂荷载，这在普通实验室是难以做到的。文献[6]采用楔入劈拉试件，通过迭代计算求得了砼裂缝的亚临界扩展量 Δa_c ，并进而获得了与试件高度无关的 K_{Ic}^{ini} 、 K_{Ic}^{un} 及 $CTOD_c$ （当试件高度 $h > 400$ mm 时），但此方法比较烦琐。作为材料的断裂参数，它应只与组成这种材料的配合比有关，而与试件尺寸如高度、跨高比、初始缝长等无关。目前，国内外所进行的断裂试验中，均采用标准三点弯曲梁试件（跨高比为 4），但这种试件的自重较大，影响试验结果。因此，本文采用跨高比为 2.5 的非标准三点弯曲梁试件，根据文献[7]提出的线性渐近叠加假设，计算了不同初始缝长、两种高度砼试件的裂缝亚临界扩展量 Δa_c 、 K_{Ic}^{ini} 、 K_{Ic}^{un} 及 $CTOD_c$ 。

2 砼等效裂缝长度 a_c 的计算

由于砼在失稳断裂前存在着裂缝的稳定扩展阶段，使得试件在失稳断裂前裂缝实际长度大于预制缝长 a_0 ，若将失稳断裂前裂缝稳定扩展长度记为 Δa_c ，则

$$a_c = a_0 + \Delta a_c \quad (1)$$

[收稿日期] 2000-07-14；修回日期 2000-12-18

[项目基金] 国家杰出青年科学基金资助项目(59625814)，辽宁省科学技术基金资助项目(981080010)

[作者简介] 吴智敏(1963-)，男，浙江仙居县人，大连理工大学副教授，工学博士

在实验中，要精确测量 Δa_c 较为困难，需采用先进测试技术。因此，本文根据文献[7]的线性渐近叠加原理，采用线弹性断裂力学公式计算 a_c 值。

对如图1所示的非标准三点弯曲梁，当外荷载 P 达最大值 P_{\max} 时，其对应的有效裂缝长度 a_c 可由下式确定^[8]：

$$\alpha = \frac{\gamma^{3/2} + m_1(\beta)\gamma}{[\gamma^2 + m_2(\beta)\gamma^{3/2} + m_3(\beta)\gamma + m_4(\beta)]^{3/4}}, \quad (2)$$

令： A 为 CMOD_c

式中：

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = A \cdot t \cdot E / 6P_{\max} \\ m_1(\beta) = \beta(0.25 - 0.0505\beta^{1/2} + 0.0033\beta) \\ m_2(\beta) = \beta^{1/2}(1.155 + 0.215\beta^{1/2} - 0.0278\beta) \\ m_3(\beta) = -1.38 + 1.75\beta \\ m_4(\beta) = 0.506 - 1.057\beta + 0.888\beta^2 \end{array} \right. \quad (3)$$

$\alpha = a_c/h$ ； $\beta = s/h$ （跨高比）； t 为试件厚度； E 为弹性模量，

根据试验测得的 P_{\max} 及对应的 CMOD_c 值，即可计算各试件的 a_c 或 Δa_c 值。

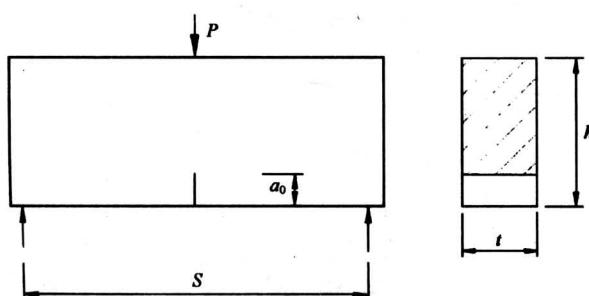


图1 非标准三点弯曲梁试件

Fig.1 Non-standard three-point bending beam concrete specimen

3 砼双K断裂参数的确定

3.1 闭合力产生的应力强度因子 K_I^c 的计算

由于砼裂缝失稳扩展前存在着主裂缝的稳定扩展阶段，根据虚拟裂缝模型，当裂缝张开位移 $w < w_0$ 时，尚能传递应力，这个应力称为闭合力。因此，梁除了受到外荷载 P 作用外还存在着阻止裂缝扩展的闭合力的作用（如图2所示）。根据叠加原理，可将图2(a) 分解为图2(b) 及图2(c)。

对图2(a)，其裂缝尖端处的应力强度因子为：

$$K_I = K_{IP} - K_I^c \quad (4)$$

式中， K_{IP} 为由集中力 P 所产生的应力强度因子，可直接由线弹性断裂力学公式计算：

$$K_{IP} = \frac{P}{t\sqrt{h}}f(\alpha) \quad (5)$$

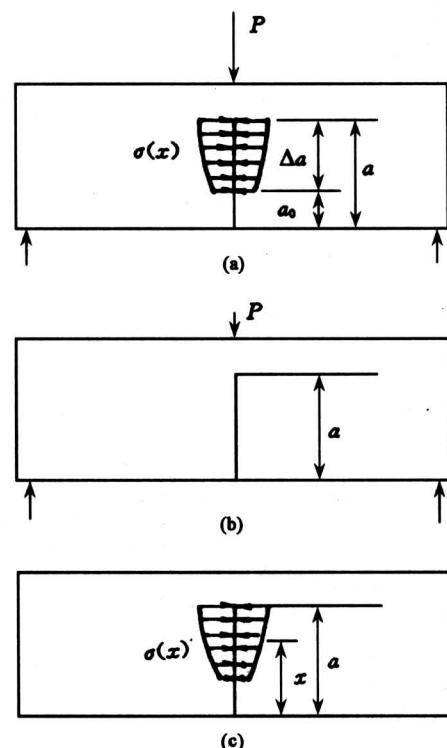


图2 梁的受力特性

Fig.2 Loading property for the beam

当 $s/h = 2.5$ 时， $f(\alpha)$ 可由下式表示：

$$\left. \begin{aligned} f(\alpha) &= \\ &\frac{6.647\alpha^{1/2}(1 - 2.5\alpha + 4.49\alpha^2 - 3.98\alpha^3 + 1.33\alpha^4)}{(1 - \alpha)^{3/2}} \\ \alpha &= a/h \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

而由闭合力 $\sigma(x)$ 产生的应力强度因子，可由文献[9] 所给的公式计算：

$$K_I^c = \int_{a_0}^a 2\sigma(x)F\left(\frac{x}{a}, \frac{a}{h}\right)/\sqrt{\pi a} dx \quad (7)$$

式中：

$$F\left(\frac{x}{a}, \frac{a}{h}\right) = \frac{3.52(1 - \frac{x}{a})}{(1 - \frac{a}{h})^{3/2}} - \frac{4.35 - 5.28\frac{x}{a}}{(1 - \frac{a}{h})^{1/2}} +$$

$$\left\{ \frac{1.30 - 0.3(\frac{x}{a})^{3/2}}{\sqrt{[1 - (\frac{x}{a})^2]}} + 0.83 - 1.76 \frac{x}{a} \right\} \cdot \left\{ 1 - (1 - \frac{x}{a}) \frac{a}{h} \right\} \quad (8)$$

根据文献 [10] 的研究结果, 砼的软化曲线即 $\sigma - w$ 关系与试件形状、试件尺寸无关, 其表达式为:

$$\frac{\sigma(w)}{f_t} = \{1 + (c_1 \frac{w}{w_0})^3\} \exp(-c_2 \frac{w}{w_0}) - \frac{w}{w_0} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (9)$$

式中: f_t 为砼抗拉强度; w 为裂缝张开位移 (见图 3),

对普通砼, $c_1 = 3$, $c_2 = 7$, $w_0 = 160 \mu\text{m}$, 而 w 与 x 的关系为:

$$w = \frac{a_c - x}{a_c} \cdot A \quad (10)$$

这样, 式 (9) 中的砼试件在虚拟裂缝区的闭合力方程即可表示为 x 的函数 $\sigma(x)$ 。因此, 当裂缝处临界状态时, 在虚拟裂缝区内由 $\sigma(x)$ 引起的断裂韧度 K_I^c 为:

$$K_I^c = \int_{a_0}^{a_c} \frac{2\sigma(\frac{x}{a_c})}{\sqrt{\pi a_c}} F(\frac{x}{a_c}, \frac{a_c}{h}) dx \quad (11)$$

而临界裂缝尖端张开位移则为:

令: B 为 CTOD_C

$$B = \frac{a_c - a_0}{a_c} \cdot A \quad (12)$$

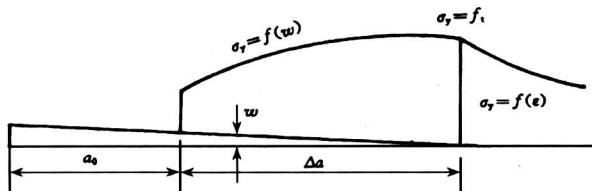


图 3 虚拟裂缝模型

Fig.3 Fictitious crack model

3.2 砼双 K 断裂参数的确定

由式 (4) 可知, 当裂缝处于临界状态时,

$$K_{IC}^{ini} = K_{IC}^{un} - K_I^c \quad (13)$$

式中: K_{IC}^{ini} 、 K_{IC}^{un} 称为起裂断裂韧度及失稳断裂韧度。其中失稳断裂韧度 K_{IC}^{un} 可将试验中测得的最大荷载 P_{max} 及由式 (2) 计算的 a_c 代入式 (5)

获得。而起裂断裂韧度 K_{IC}^{ini} 定义为砼裂缝起裂时的荷载 P_{ini} 对应的应力强度因子, 它表示材料抵抗裂缝扩展的能力, 但要精确测定 P_{ini} 比较困难。

对于理想弹塑性材料, 根据 D-M 模型, 由于裂缝尖端附近出现较大的塑性区, 使得裂缝尖端的应力奇异性消失, 即 $K_I = K_{IP} - K_I^c = 0$, 也就是说由闭合力 $\sigma(x)$ 产生的负的应力强度因子, 完全抵消由拉应力产生的正的应力强度因子。而砼为半脆性材料, 由 $\sigma(x)$ 产生的负的应力强度因子不能完全抵消由拉应力产生的正的应力强度因子, 因此 $K_I \neq 0$ 。所以: $K_{IC}^{ini} = K_{IC}^{un} - K_I^c = 0$ 时, 是理想塑性材料; $K_{IC}^{ini} = K_{IC}^{un}$ 时, 是完全脆性材料; $K_{IC}^{ini} \neq 0$ 时, 是半脆性材料。

这样, 当在试验中测得砼试件的抗拉强度 f_t 、最大荷载 P_{max} 及对应的裂缝口张开位移 CMOD_C、弹性模量 E 等参数后, 根据以上各式便可获得砼的双 K 断裂参数 K_{IC}^{ini} 、 K_{IC}^{un} 及 CTOD_C, 具体计算步骤如下:

- 1) 将在试验中测得的最大荷载 P_{max} 及对应的 CMOD_C 和弹性模量 E 代入式 (2), 计算出裂缝有效长度 a_c 。由于该方程为非线性方程, 需迭代求解;
- 2) 将 P_{max} 及 a_c 代入式 (5) 即可得到 K_{IC}^{un} ;
- 3) 将上述计算的各相关数据代入式 (4), 经数值积分即可求得 K_I^c ;
- 4) 将求得的 K_{IC}^{un} 、 K_I^c 代入式 (13) 即可得到起裂韧度 K_{IC}^{ini} 。

4 试验研究

4.1 试件制作及砼配合比

试件采用如图 1 所示的三点弯曲梁。试件尺寸等参数见表 1。所有试件均采用同一配合比, 水泥:沙子:石子:水 = 1:1.73:3.01:0.52。试件所用材料为大连产河沙, 石灰岩碎石, 最大粒径为 10 mm, 水泥为大连水泥厂生产的 425# 普通硅酸盐水泥。试件采用密度板浇注而成, 用厚 2 mm 的钢板预制裂缝, 砼浇注后约 3 h 抽出钢板, 24 h 后拆模, 然后草袋覆盖, 洒水养护 28 d。试验时测得其立方体的抗压强度 $f_{cu} = 44.9 \text{ MPa}$ 、抗拉强度 $f_t = 3.96 \text{ MPa}$ 、弹性模量 $E = 45.9 \text{ GPa}$ 、泊松比 $v = 0.190$ 。

3.2 试验过程及试验结果

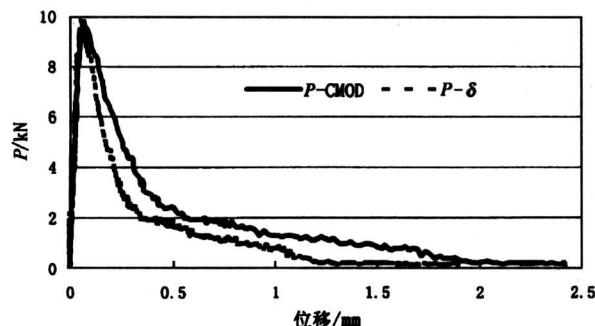
所有试验均在 5 000 kN 压力试验机上进行, 荷载传感器采用 BLR-1/5000 拉压式传感器, 量

程为 50 kN, 裂缝口张开位移 CMOD 及加载点位移 δ 均采用夹式引伸仪量测。试验采用计算机自动采集。详细试验结果见表 2。图 4 为试验中测得的曲型的 P -CMOD 及 P - δ 全过程曲线。

表 1 试件尺寸等参数

Table 1 Specimen size and other parameters

试件编号	$l \times h \times t / \text{mm}$	s/h	a_0/h	试件数 n
0.2	550 × 200 × 100	2.5	0.2	5
0.3	550 × 200 × 100	2.5	0.3	4
0.4	550 × 200 × 100	2.5	0.4	4
0.5	550 × 200 × 100	2.5	0.5	2
30	800 × 300 × 100	2.5	0.2	5

图 4 P -CMOD 及 P - δ 曲线Fig. 4 P -CMOD and P - δ curves表 2 P_{\max} 、CMOD_c 试验结果Table 2 Experimental results of P_{\max} and CMOD_c

试件编号	a_0/h	P_{\max}/kN	CMOD _{c/mm}	试件编号	a_0/h	P_{\max}/kN	CMOD _{c/mm}
0.2-1	0.2	15.77	0.0432	0.4-2	0.4	12.79	0.1040
0.2-2	0.2	20.00	0.0480	0.4-3	0.4	13.72	0.0976
0.2-3	0.2	19.56	0.0464	0.4-4	0.4	12.54	0.0656
0.2-4	0.2	18.26	0.0864	0.5-1	0.5	9.81	0.0672
0.2-5	0.2	18.26	0.0448	0.5-2	0.5	11.61	0.0768
0.3-1	0.3	14.90	0.0512	30-1	0.2	28.07	0.0576
0.3-2	0.3	16.08	0.0752	30-2	0.2	23.41	0.0592
0.3-3	0.3	18.94	0.0768	30-3	0.2	29.25	0.0704
0.3-4	0.3	13.48	0.0912	30-4	0.2	26.89	0.0672
0.4-1	0.4	12.98	0.0736	30-5	0.2	31.92	0.0896

5 砼非标准三点弯曲梁试件的双 K 断裂参数计算结果

根据试验测得的 P_{\max} 、 f_t 、 E 、CMOD_c 等参数，即可计算 K_{IC}^{ini} 、 K_I^c 、 K_{IC}^{un} 及 CTOD_c 值。详细结果见表 3。从表 3 可见，随着试件初始缝高比 a_0/h 的增加，裂缝亚临界扩展量 Δa_c 减小，但 Δa_c 与韧带高度之比却基本不变 (a_0/h 为 0.5 时略小)。这说明， Δa_c 的相对值 (相对于韧带高度) 为一稳定值。

另外，从表中还可发现，失稳断裂韧度 K_{IC}^{un} 与初始缝高比及试件高度均无关，其平均值为 2.072 MPa $\sqrt{\text{m}}$ ，标准差为 0.151 MPa $\sqrt{\text{m}}$ ，变异系数为 0.073。可见，在本试验范围内， K_{IC}^{un} 为一与试件尺寸无关的材料常数，而就起裂断裂韧度

K_{IC}^{ini} 而言，除 $a_0/h = 0.2$ 这组数据其平均值稍小外，其余各组的 K_{IC}^{ini} 值均基本相同，其平均值为 1.034 MPa $\sqrt{\text{m}}$ ，标准差为 0.063 MPa $\sqrt{\text{m}}$ ，变异系数为 0.061。因此，可认为， K_{IC}^{ini} 为砼的材料参数。但 CTOD_c 的离散性较大，其值当 a_0/h 为 0.2, 0.3 及 $h = 300$ mm 时基本接近，而当 a_0/h 为 0.4, 0.5 时较小。CTOD_c 参数即便对金属材料来说其试验值的离散也很大，而砼为非均质材料，其离散性就更显著，这一问题尚应继续深入研究。

6 结 论

- 1) 砼结构的裂缝在起裂后由于受到闭合力的作用，使之在失稳破坏前存在较大的亚临界扩展阶段，而不像脆性材料一经起裂便失稳扩展。
- 2) 采用虚拟裂模型并结合线弹性断裂理论，

利用在试验中测得的最大荷载 P_{\max} 及对应的裂缝口张开位移 CMOD_c、弹性模量 E 及抗拉强度 f_t 而得到的砼的 K_{IC}^{ini} 、 K_{IC}^{un} 基本上与试件的初始缝长 a_0 及试件高度 h 无关, 可以作为描述砼裂缝起裂、稳定扩展及失稳破坏全过程的断裂参数。

3) 根据本文的方法, 在试验中只需测得单调

加载下 P -CMOD 曲线, 甚至只测得其上升段便可确定砼的双 K 断裂参数及 CTOD_c 值, 试验方法简单, 在普通实验室即可实现。

4) 由于本文采用的非标准三点弯曲梁试件的高度系列只有 2 组, 试验数据尚少, 仍需继续研究。

表 3 砼双 K 断裂参数计算结果

Table 3 Calculating results for double-K fracture parameters of concrete

试件编号	a_c/mm	$\Delta a_c/mm$	$\frac{\Delta a_c}{h - a_0}$	$K_I^c/MPa \sqrt{m}$	$K_{IC}^{ini}/MPa \sqrt{m}$	$K_{IC}^{un}/MPa \sqrt{m}$	$CTOD_c/mm$
0.2-1	81.14	41.14	0.257	1.331	0.282	1.613	0.021 90
0.2-2	76.02	36.02	0.225	1.174	0.732	1.906	0.022 75
0.2-3	75.57	35.57	0.222	1.177	0.676	1.853	0.021 84
0.2-4	101.5	61.47	0.384	1.408	1.140	2.548	0.052 34
0.2-5	76.88	36.88	0.231	1.218	0.543	1.761	0.021 49
平均值	82.22	42.22	0.264	1.262	0.675	1.936	0.028 06
0.3-1	89.77	29.77	0.213	1.122	0.606	1.728	0.016 90
0.3-2	101.1	41.05	0.293	1.242	0.985	2.228	0.030 55
0.3-3	95.91	35.91	0.257	1.124	1.291	2.415	0.028 75
0.3-4	113.7	53.67	0.383	1.434	0.897	2.331	0.043 06
平均值	100.1	40.10	0.286	1.231	0.945	2.176	0.029 84
0.4-1	107.8	27.77	0.231	1.077	0.940	2.017	0.018 96
0.4-2	119.5	39.54	0.330	1.230	1.245	2.475	0.034 40
0.4-3	115.3	35.30	0.294	1.159	1.287	2.446	0.029 88
0.4-4	105.0	24.99	0.208	1.035	0.822	1.857	0.016 52
平均值	111.9	31.90	0.266	1.125	1.074	2.199	0.024 72
0.5-1	114.1	14.07	0.141	0.786	0.923	1.709	0.008 29
0.5-2	112.9	12.93	0.129	0.736	1.244	1.980	0.008 79
平均值	113.5	13.50	0.135	0.761	1.084	1.845	0.008 54
30-1	104.9	44.91	0.187	1.14	0.801	2.015	0.024 66
30-2	117.1	57.08	0.238	1.391	0.482	1.873	0.288 6
30-3	114.2	54.20	0.226	1.266	1.014	2.280	0.033 41
30-4	116.4	56.39	0.235	1.320	0.818	2.138	0.032 56
30-5	123.1	63.12	0.263	1.264	1.438	2.702	0.045 93
平均值	115.1	55.14	0.230	1.291	0.911	2.02	0.033 08

参考文献

- [1] Hillerborg A, Modeer M, Petersson P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773~782
- [2] Bazant Z P. Mechanics of fracture and progressive cracking in concrete structures[A]. In: Fracture mechanics of concrete. structural application and numerical calculation[C]. Edited by George C, Dittommaso A. Martinus Nijhoff Publishers, 1985
- [3] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(10):1127~1241
- [4] Karihaloo B L, Nallathambi P. Effective crack model for the determination of fracture toughness (K_{Ic}^*) of concrete[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1990, 35(1/2/3):637~645
- [5] 徐世良, 赵国藩. 砼结构裂缝扩展的双 K 断裂准则[J]. 土木工程学报, 1992, 25(2):32~38
- [6] 吴智敏, 徐世良, 王金来. 基于虚拟裂缝模型的砼双 K 断裂参数[J]. 水利学报, 1999, (7):12~16
- [7] Xu Shilang, Reinhardt H W. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi brittle fracture, part II : Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98 (2): 151~177
- [8] Guinea G V, Pastor J Y, et al. Stress intensity factor,

- compliance and CMOD for a general three-point beam [J]. International Journal of Fracture, 1998, (39): 103~116
- [9] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1981
- [10] Reinhardt H W, Cornelissen H A W, Hordijk D A. Tensile tests and failure analysis of concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1986, 112 (11): 2462~2477

The Double-K Fracture Parameter of Concrete for Non-Standard Three Point Bending Beam Specimens

Wu Zhimin, Xu Shilang, Ding Yining, Lu Xijing, Liu Jiayi, Ding Sheng gen

(State Key Laboratory of Coastal & Offshore Engineering,
Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

[Abstract] Using the non-standard three-point bending beam specimens of concrete, which have the span/height ratio of 2.5, and the maximum load P_{max} and the corresponding crack mouth opening displacement $CMOD_c$ measured in the experiment, the precritical crack propagation length Δa_c are evaluated by means of linear asymptotic superposition assumption. On this basis, the initiation fracture toughness K_{IC}^{ini} , unstable fracture toughness K_{IC}^{un} and the critical crack tip opening displacement $CTOD_c$ for the non-standard three point bending beams with different initial crack lengths and different specimen heights are determined utilizing fictitious crack model. The calculated results show that K_{IC}^{ini} is independent of the initial crack length and the specimen height. Meanwhile, K_{IC}^{ini} is size-independent too, when $a_0/h = 0.3 \sim 0.5$. This indicates that the double-K fracture parameter can be considered as a constant for concrete materials.

[Key words] concrete; three-point bending beam; fracture parameter

(Cont. from p. 30)

Discussion on some basic problems about environmental geology

Liu Guangrun

(Bureau of Geology & Mineral Resources, Hubei Province, Wuhan 430022, China)

[Abstract] This paper discusses mainly the definition of environmental geology and geological environment and their relationship to relevant subjects, and expounds the position of geological environment in the whole natural environment of mankind and the importance of protecting geological environment in overall environmental protection. The paper emphasizes that the central task of protecting geological environment is preventing and controlling geological hazards and the basic way to prevent and control geological hazards is operating along the opposite direction of their formation. It is necessary to strengthen the forecast of geological hazards and to establish a scientific appraisal system for geological environmental quality and capacity.

[Key words] environmental geology; geological environment; protection of geological environment; prevention and control of geological hazards