

学术论文

混凝土裂缝端部粘聚力的计算

徐世烺¹, 王利民^{1,2}

(1. 大连理工大学土木工程系及近海与海岸工程国家重点实验室, 辽宁大连市 116024)
(1, 2. 山东理工大学建工系力学组, 山东淄博市 255012)

[摘要] 混凝土裂缝端部断裂过程区的粘聚力分布是导致混凝土断裂呈现非线性特性的重要原因。基于混凝土的断裂特性和虚拟裂缝端部存在粘聚力的分析模型, 并通过分布函数的特性分析, 提出了粘聚力分布函数的两种简化表达式: 一为单参数待定式, 另一为双参数待定式。由变形体叠加原理, 推导出计算单参数待定函数公式和计算双参数待定函数代数方程组。进而通过裂缝张开位移实测数据即可求得粘聚力分布, 并且给出了适当的算例分析和讨论。

[关键词] 混凝土; 裂缝张开位移; 虚拟裂缝粘聚力; 代数方程

[中图分类号] TU501 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742 (2002) 05-0053-06

1 引言

工程中广泛采用的混凝土材料一般是以水泥作为粘结剂, 配合一定比例的砂子、粒径不同的石子和水, 以及其他添加剂, 经过搅拌、注模、振捣、养护等工序后, 逐渐凝固硬化而形成的结构复合材料。其中水泥和砂子构成的水泥砂浆, 材料性质与骨料石子是不相同的; 一般骨料的弹性模量, 抗压、抗拉极限强度都比水泥砂浆的高, 两者的密度和温度膨胀系数也不相同。对成型后的混凝土进行放大观测, 可以看到其中有大小骨料石子、砂粒、气孔、微裂纹和夹杂物等。混凝土损伤破坏过程是一个非常复杂的变化过程, 大体经历缺陷成核、缺陷损伤稳定发展和损伤区聚集串连失稳破坏等系列发展阶段^[1]。

不同于金属材料的力学性能, 混凝土的抗拉能力远低于抗压能力, 其指标一般后者是前者的 10 倍以上, 材料的断裂试验表现出一定程度的脆性。然而, 预制裂缝的断裂测试结果表明, 混凝土断裂能和其他断裂参数与构件尺寸密切相关, 即该材料

的断裂特性存在尺寸效应^[2,3]。因此, 一般把混凝土称作准脆性材料。关于该类材料的断裂问题, 吸引了许多人的研究。例如 Hillerborg 等首先提出了混凝土存在断裂塑性区的虚拟裂缝模型^[4], 之后有 Jenq 和 Shah 的双参数断裂模型^[5], 和 Karihaloo 的等效裂缝模型^[6]等。就工程材料破坏的尺寸效应现象, Bazant 等人提出了尺寸效应律^[1,7]; 根据断裂测试分析, 笔者等提出了考虑断裂过程区的双 K 断裂准则^[8,9]。还有 weibull 失效概率统计理论和 Carpinteri 的考虑断裂分形特征的尺寸效应研究等^[10,11]。事实上, 混凝土裂缝破坏的规律和尺寸效应是与裂缝端部断裂过程区的作用密切相关的^[12], 须要进一步地研究和分析。本文将首先分析混凝土裂缝端部粘聚力的分布函数性质, 根据其结果提出两种由裂缝张开位移计算此粘聚力的实用计算方法和相应公式, 并且给出适当的算例和讨论。

2 混凝土虚拟裂缝粘聚力

混凝土断裂特性和尺寸效应是由其细观组织结

[收稿日期] 2001-12-03; 修回日期 2002-03-05

[基金项目] 国家自然科学杰出青年基金 (59625814) 和中国博士后科学基金资助项目

[作者简介] 徐世烺 (1953-), 男, 湖北通山县人, 大连理工大学教授, 博士生导师

构决定的,如图1所示。材料内骨料与水泥砂浆的相互咬合,粗造表面的接触与摩擦是断裂过程区起到阻止裂缝扩展作用的内在机制。若把完全张开裂缝前端的断裂过程区视作裂缝的一部分,那么需要附加作用在该裂缝面上的一个分布力系,用以替代断裂过程区内的物质对裂缝的闭合作用。通常把这种作用力称作裂缝粘聚力。由于裂缝粘聚力的存在,经典的线弹性断裂理论将不能直接用于该材料的断裂问题中。笔者就混凝土类材料存在粘聚力的虚拟裂纹模型,得到了以粘聚力分布为未知函数的积分方程和解的结构,通过该函数的性质分析,提

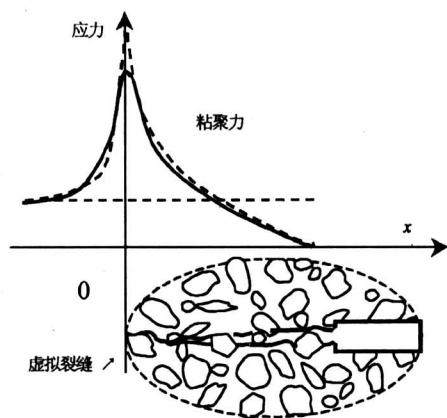


图1 断裂过程区的虚拟裂纹粘聚力

Fig.1 The cohesive force along a fictitious crack on the fracture process zone

出了下列级数型的分布函数解^[13]:

$$\bar{\sigma}(x/c) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{x}{c}\right)^{x-1/2}, \quad (1)$$

式中: c 为具有粘聚力虚拟裂缝段的长度,虚拟裂缝的尖点为坐标原点(图1); x 为该虚拟裂缝段内以一点到坐标原点的距离; a_n 为待定系数,并且有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0. \quad (2)$$

从粘聚力分布函数的解可以看出,粘聚力在裂缝尖点处具有平方根的奇异性,与裂缝前方的应力奇异性相一致。两种奇异应力分布如图1坐标平面内纵轴两侧的虚线所示。由于虚拟裂纹粘聚力和裂纹前端应力奇异性,都是由力学数学模型得到的,这种奇异性只表示出了在靠近裂纹几何尖点的应力变化趋势。当然,在物理构形中材料内的应力值应该是有限数值,其最大不应超过分子之间的结合力除以与该力垂直的作用面积A;即

$$\sigma \leq F/A. \quad (3)$$

一般断裂模型的测试,容易从无粘聚力的明显裂缝张开部分得到其张开位移数据。对于粘聚力 σ 作用的半无限裂缝构形,图1为该构形的局部,坐标横轴上方的实线表示实际的粘聚力分布曲线。由断裂力学的应力函数分析方法和叠加原理^[14],得到该粘聚力在无粘聚力,且完全张开裂缝面上的x点处产生的闭合位移为

$$\delta^{\sigma}(x) = \frac{4}{E\pi} \int_0^c \sigma(\xi) \ln \left| \frac{\sqrt{x} + \sqrt{\xi}}{\sqrt{x} - \sqrt{\xi}} \right| d\xi \quad (x > c). \quad (4)$$

对于弹性体,当x点远离粘聚力裂缝段时,根据圣维南原理得知,粘聚力在x处产生的变形,仅与分布粘聚力合成的主矢和主矩有关,与粘聚力分布情况变化关系不大。根据以上的分析讨论,为了工程应用的方便,不妨取式(1)中有限项作为粘聚力分布函数的等效表达。

3 裂缝端部粘聚力计算公式

建立如图2所示的裂缝计算模型,坐标原点仍为裂缝的尖点,粘聚力 σ 作用在长度为 c 的虚拟裂缝上,在坐标为 (h, s) 和 $(h, -s)$ 处分别作用一对对称的集中力 N 。那么,载荷 N 在裂缝面上任一点 x 处($x > c$)引起的裂缝张开位移为 δ^N ,粘聚力在同一点处产生的闭合位移为 δ^{σ} ,而设实际张开位移为 δ ,那么由叠加原理得

$$\delta = \delta^N - \delta^{\sigma}. \quad (5)$$

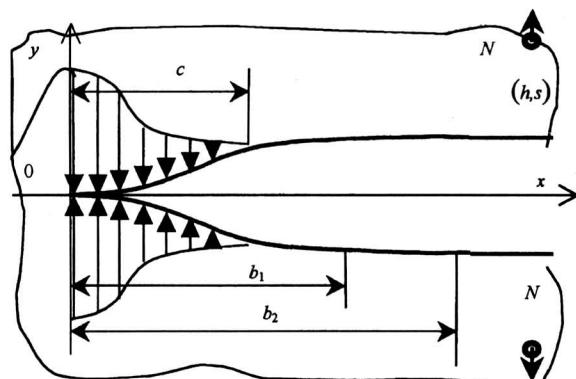


图2 裂纹粘聚力计算模型

Fig.2 The calculation model of crack cohesive force

3.1 双参数的粘聚力计算

在裂缝端部粘聚力分布函数(1)中仅取前三项,并且用极限拉伸应力 σ_0 替代奇异性,那么得

到下列粘聚力分布函数的简化公式：

$$\sigma\left(\frac{x}{c}\right) = \sigma_0 + f_1\left(\frac{x}{c}\right)^{\frac{1}{2}}\sigma_0 + f_2\left(\frac{x}{c}\right)^{\frac{3}{2}}\sigma_0, \quad (6)$$

式中： σ_0 为材料的极限拉伸强度极限； f_1 、 f_2 为待定的两个无量纲参数。

由弹性理论的复应力函数方法推得在距离裂缝尖点分别为 b_1 和 b_2 处产生的张开位移分别为

$$\delta_1^N = \frac{4N}{EH\pi} \left\{ \ln \left| \frac{Q_{11}}{Q_{12}} \right| + \frac{-\alpha s}{q_1} \left[\frac{\sqrt{b_1}}{\sqrt{q_0}} \sin \left(\varphi_1 + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \sin \varphi_1 \right] \right\}, \quad (7)$$

$$\delta_2^N = \frac{4N}{EH\pi} \left\{ \ln \left| \frac{Q_{21}}{Q_{22}} \right| + \frac{-\alpha s}{q_2} \left[\frac{\sqrt{b_2}}{\sqrt{q_0}} \sin \left(\varphi_2 + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \sin \varphi_2 \right] \right\}, \quad (8)$$

式中， H 为裂纹体的厚度（ N/H 是单位厚度上的受力）， $\alpha = (1+v)/2$ 对应于平面应力状态， $\alpha = 1/(2-2v)$ 对应于平面应变状态， v 为泊桑比；而几何变量 q_0 、 q_1 、 q_2 、 φ_0 、 φ_1 、 φ_2 和无量纲参量 Q_{11} 、 Q_{12} 、 Q_{21} 、 Q_{22} 分别由下列定义式计算：

$$q_0 = \sqrt{h^2 + s^2}, \quad q_1 = \sqrt{(h - b_1)^2 + s^2},$$

$$q_2 = \sqrt{(h - b_2)^2 + s^2},$$

$$\varphi_0 = \arctan \frac{s}{h}, \quad \varphi_1 = \arctan \frac{s}{h - b_1},$$

$$\varphi_2 = \arctan \frac{s}{h - b_2},$$

$$Q_{11} = \left[1 + \frac{b_1}{q_0} + 2 \sqrt{\frac{b_1}{q_0}} \cos \frac{\varphi_0}{2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$Q_{12} = \left[1 + \frac{b_1}{q_0} - 2 \sqrt{\frac{b_1}{q_0}} \cos \frac{\varphi_0}{2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$Q_{21} = \left[1 + \frac{b_2}{q_0} + 2 \sqrt{\frac{b_2}{q_0}} \cos \frac{\varphi_0}{2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$Q_{22} = \left[1 + \frac{b_2}{q_0} - 2 \sqrt{\frac{b_2}{q_0}} \cos \frac{\varphi_0}{2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

由式（4）得到裂缝端部 $(0, c)$ 上粘聚分布力 σ 在 b_1 和 b_2 点产生的位移分别由下列积分式表示：

$$f = \frac{E\pi\delta - 4Se \frac{N}{H} \left\{ \ln \left| \frac{Q_1}{Q_2} \right| + \frac{-\alpha s}{q_1} \left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{q_1}} \cdot \sin \left(\varphi_1 + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \sin \varphi_1 \right) \right\} + 8b\sigma_0 \left[\frac{2}{3} \left(\frac{c}{b} \right)^{3/2} + \frac{2}{15} \left(\frac{c}{b} \right)^{5/2} + \cdots \right]}{8b\sigma_0 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c}{b} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{c}{b} \right)^3 + \cdots \right]}, \quad (18)$$

$$\delta_1^s = \frac{4}{E\pi} \int_0^c \log \left| \frac{\sqrt{x} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{x} - \sqrt{b_1}} \right| \sigma(x/c) dx, \quad (10)$$

$$\delta_2^s = \frac{4}{E\pi} \int_0^c \log \left| \frac{\sqrt{x} + \sqrt{b_2}}{\sqrt{x} - \sqrt{b_2}} \right| \sigma(x/c) dx. \quad (11)$$

若 δ_1 、 δ_2 为半无限裂缝分别在 $x = b_1$ 和 $x = b_2$ 处的张开位移，由以上各式和公式（5、6、10、11）得到两个关于未知参数 f_1 和 f_2 的线性代数方程组：

$$f_1 \cdot B_{11} + f_2 B_{12} = D_1 \quad (12)$$

$$f_1 \cdot B_{21} + f_2 B_{22} = D_2, \quad (13)$$

其他各量由下列式表达：

$$B_{11} = \frac{8b_1^{3/2}\sigma_0}{\sqrt{c}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c}{b_1} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{c}{b_1} \right)^3 + \cdots \right],$$

$$B_{12} = \frac{8b_1^{5/2}\sigma_0}{c^{3/2}} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{c}{b_1} \right)^3 + \frac{1}{12} \left(\frac{c}{b_1} \right)^4 + \cdots \right],$$

$$B_{21} = \frac{8b_2^{3/2}\sigma_0}{\sqrt{c}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c}{b_2} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{c}{b_2} \right)^3 + \cdots \right],$$

$$B_{22} = \frac{8b_2^{5/2}\sigma_0}{c^{3/2}} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{c}{b_2} \right)^3 + \frac{1}{12} \left(\frac{c}{b_2} \right)^4 + \cdots \right], \quad (14)$$

$$D_1 = \frac{4N}{H} \left\{ \ln \left| \frac{Q_{11}}{Q_{12}} \right| + \frac{-\alpha s}{q_1} \left[\frac{\sqrt{b_1}}{\sqrt{q_0}} \sin \left(\varphi_1 + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \sin \varphi_1 \right] \right\} - E\pi\delta_1 - 8\sigma_0 b_1 \left[\frac{2}{3} \left(\frac{c}{b_1} \right)^{3/2} + \frac{2}{15} \left(\frac{c}{b_1} \right)^{5/2} + \cdots \right], \quad (15)$$

$$D_2 = \frac{4N}{H} \left\{ \ln \left| \frac{Q_{21}}{Q_{22}} \right| + \frac{-\alpha s}{q_2} \left[\frac{\sqrt{b_2}}{\sqrt{q_0}} \sin \left(\varphi_2 + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \sin \varphi_2 \right] \right\} - E\pi\delta_2 - 8\sigma_0 b_2 \left[\frac{2}{3} \left(\frac{c}{b_2} \right)^{3/2} + \frac{2}{15} \left(\frac{c}{b_2} \right)^{5/2} + \cdots \right]. \quad (16)$$

3.2 单参数的粘聚力计算

若设裂缝粘聚力分布函数为

$$\sigma(x/c) = \sigma_0 + f \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{x/c}. \quad (17)$$

若离裂缝尖点的距离为 b 处的位移为 δ ，那么由类似于前面的方法得到确定式（17）中参数 f 的公式为

式中： Q_1 、 Q_2 分别由公式（9）的 Q_{11} 、 Q_{12} 令 $b_1 = b$ 得到； Se 为几何参数，是考虑到实际断裂试件为有限尺寸而引入的。

$$Se = \frac{K_I}{K_I^0} = \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2W}} \left(2 + \frac{a}{W} \right) \frac{0.886 + 4.64(a/W) - 13.32(a/W)^2 + 14.72(a/W)^3 - 5.6(a/W)^4}{(1-a/W)^{3/2}} \quad (19)$$

式中： K_I^0 和 K_I 分别为半无限裂缝构形和有限尺寸裂缝构形的应力强度因子。

4 算例与讨论

在混凝土预制裂缝断裂试验中，测到的载荷随裂缝张开位移的曲线一般是一条单峰曲线。图 3 表示出了文献 [15] 在大中小三种试件尺寸下得到的载荷与裂缝张开位移关系曲线，图中曲线表示的是各种尺寸下多组试验的平均值。对于该类曲线，载荷 P 与变形 d 之间的关系可表达为

$$P(d) = P_0 \left(\frac{d}{d_0} \right)^n e^{-\left(\frac{d}{d_0} \right)^n}, \quad (20)$$

式中： P_0 和 d_0 分别为最大载荷和对应的张开位移变形；调整公式中的参数 n 可以得到逼近试验曲线的方程。在该曲线中，一般新裂纹起裂点在最大载荷的前面，过大载荷后裂纹将快速扩展，试件将随之失稳断裂。

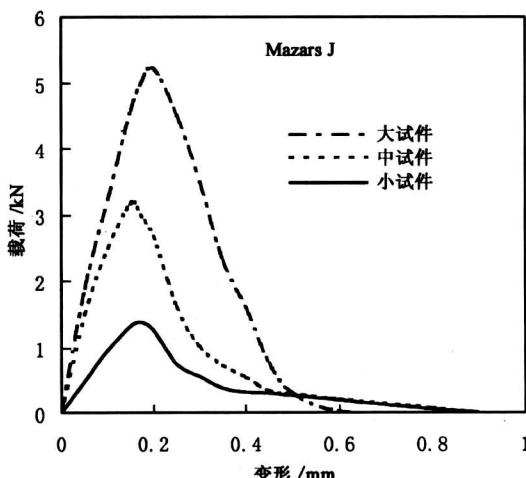


图 3 不同试验尺寸的载荷与裂纹张开位移关系曲线

Fig.3 The relationship curves between load and crack opening displacement of tested specimens with different sizes

参考文献[16]的混凝土紧凑拉伸断裂试验数

对于紧凑拉伸试验，若加载点到裂缝尖点距离为 a ，到裂缝韧带边沿的距离为 W 时，其 Se 的计算公式为^[14]

据，取其中两组数据进行单参数粘聚力分布函数计算，并把有关数据和计算的 f 值列入表 1 中。其中，第一组数据是取自编号为 CT75-1-2 的试验结果，其弹性模量 $E = 4.314$ GPa，骨料最大粒径 $D_m = 150$ mm，初始裂缝长度 $a_0 = 1375$ mm，加载点到韧带边沿的距离 $W = 2.5$ m，加载点到裂缝面的距离 $S = 625$ mm，最大载荷 $P_m = 69.7$ kN。第二组数据，试件编号 CT75-3-1，骨料最大粒径 $D_m = 150$ mm，初始裂长 $a_0 = 825$ mm， $W = 1.5$ m， $S = 375$ mm，弹性模量 $E = 4.314$ GPa。

从表 1 试验数据和计算结果可以看出，裂缝端部的粘聚力是随着裂缝的发展而变化的，粘聚力分布函数系数 f 均为负数。在最大载荷前， f 绝对值小于 1，过大载荷后绝对值大于 1，而且随着裂纹扩展而变大。由该表所列数据和计算值 f 和式 (17) 可以得到不同载荷状态下，粘聚力在断裂过程区的分布情况。图 4 分别表示出了两组断裂试验所得到的粘聚力在归一化虚拟裂缝上的分布，从两幅图可以看出在不同断裂状态下粘聚力的分布规律。显然，在临界载荷之前，粘聚力曲线是过饱和的，而在过大荷载后，处于裂纹失稳扩展阶段，粘聚力分布是欠饱和的。

为了形象地描述裂缝在扩展过程中粘聚力在变化长度裂缝上的分布规律，不妨把粘聚力数值大小直接表示在断裂过程的虚拟裂缝上。图 5 为对应于表 1 中第一组算例的粘聚力在变动裂纹上的分布面貌，其中裂缝原长度 $a_0 = 1375$ mm，新开裂的长度分别为 $a_1 = 75$ mm， $a_2 = 322$ mm， $a_3 = 523$ mm， $a_4 = 618$ mm， $a_5 = 757$ mm，对应的载荷分别是 $P_1 = 36.5$ kN， $P_2 = 60.5$ kN， $P_3 = 49$ kN， $P_4 = 35$ kN， $P_5 = 20$ kN， $P_m = 69.7$ kN。从图 5 可以看出，裂纹在开始扩展阶段，粘聚力很厚重，但当发展到超过极值载荷后，粘聚力作用段变得很短，因而材料抗力减弱，表明随着裂纹逐渐发展，其粘聚力呈现减弱的趋势。由此看来，粘聚力参数 f 可以作为表示材料断裂状态的一个参量。

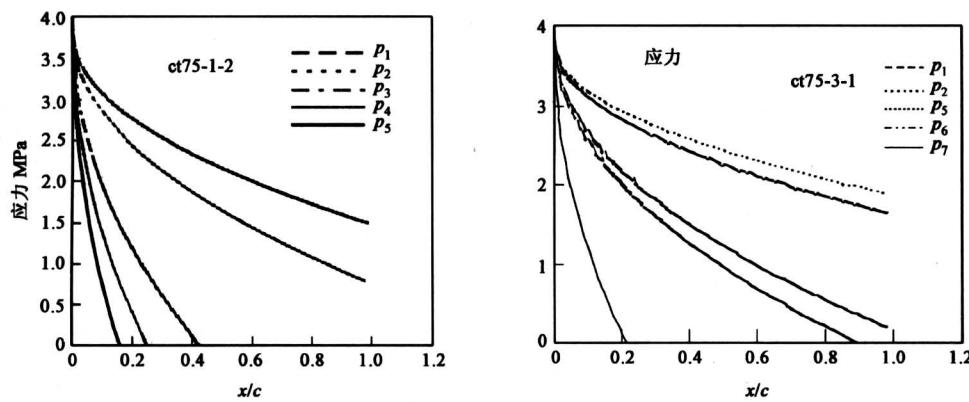


图4 两组实验数据得出的粘聚力在断裂过程区上的归一化分布

Fig.4 The normalized distributions of cohesive stress along the fracture process zone according to the testing data of two groups

表1 两组模型试验数据和相应的粘聚力参数f值

Table 1 The testing data measured from two specimens and the corresponding values of cohesive force parameters

载荷	载荷数 值/kN	a /mm	H /mm	B /mm	COD/mm	f
$P_1 < P_m$	35.6	75	1 450	75	0.034	-0.613 1
$P_2 < P_m$	60.5	322	1 697	322	0.07	-0.802 9
$P_m > P_3$	49.0	523	1 898	523	0.48	-1.534 8
$P_m > P_4$	35.0	618	1 993	618	0.83	-1.995 9
$P_m > P_5$	20.0	757	2 132	757	1.45	-2.506
注：试件编号 CT75-1-2， $D_m = 150$ mm， $a_0 = 1375$ mm， $E = 4.314$ GPa； $W = 2.5$ m， $P_m = 69.7$ kN， $S = 625$ mm						
$P_1 < P_m$	44.0	75	900	75	0.0675	-0.952 8
$P_2 < P_m$	61.0	182	1 007	182	0.094	-0.506 6
$P_3 < P_m$	64.8	232	1 057	232	0.10	-0.516 6
$P_4 < P_m$	65.6	296	1 121	296	0.1025	-0.550 4
$P_5 < P_m$	66.5	334	1 159	334	0.105	-0.569 8
$P_m > P_6$	65.0	410	1 235	410	0.34	-1.052
$P_m > P_7$	44.0	581	1 305	581	0.98	-2.165
注：试件编号 CT75-3-1， $D_m = 150$ mm， $a_0 = 825$ mm， $E = 4.314$ GPa； $W = 1.5$ m， $S = 375$ mm						

4 结语

混凝土的非线性断裂过程，可通过裂缝端部断裂过程区的粘聚力分布变化来描述。由本文提出的模型和方法，能够实现裂端粘聚力变化的量化表达。笔者发现，稳定发展时的裂缝粘聚力分布高于

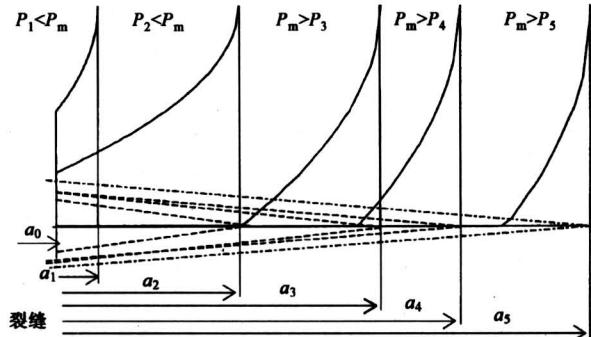


图5 裂纹扩展过程中粘聚力分布的变化

Fig.5 The variation of cohesive stress distribution during crack propagation

注： $a_1 = 75$ mm， $a_2 = 322$ mm， $a_3 = 523$ mm， $a_4 = 618$ mm，
 $a_5 = 757$ mm， $a_0 = 1375$ mm； $P_1 = 36.5$ kN， $P_2 = 60.5$ kN，
 $P_3 = 49$ kN， $P_4 = 35$ kN， $P_5 = 20$ kN， $P_m = 69.7$ kN

失稳发展时的粘聚力分布。表征粘聚力变化的参数，可用来描述裂缝发展的状态。

参考文献

- [1] 过镇海. 钢筋混凝土原理[M]. 北京：清华大学出版社，1999
- [2] Bazant Z, Chen E P. Scaling of structural failure[J]. Applied Mechanics Review. 1997, 50(10): 593~627
- [3] Kaplan M F. Crack propagation and the fracture of concrete [J]. Journal of American Concrete Institute, 1961, 58: 591~610
- [4] Hillerborg A, Modeer M, Petersson P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means

- of fracture mechanics and finite element [J]. Cement and Concrete Research. 1976, 6: 773~782
- [5] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete. Journal Engineering Mechanical [J], ASCE, 1985, 111(10): 1227~1241
- [6] Karihaloo B L, Nallathambi P. Effective crack model for the determination of fracture toughness (K_{Ic}^S) of concrete [J]. Engineering Fracture mechanics, 1990, 35 (4/5): 637~645
- [7] Bazant Z P. Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110: 518~535
- [8] 徐世烺, 赵国藩. 混凝土结构裂纹扩展的 K_R 阻力曲线与双 K 断裂准则 [A]. 第五届全国核反应堆结构力学会议文集 [C]. 1988 年 10 月, 成都
- [9] Xu Shilang, Reinhardt H W. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part III: Compact tension specimens and wedge splitting specimens [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98: 179~193
- [10] Weibull W. A statistical theory of the strength of materials. Proceedings of the Royal Swedish Institute for Engineering Research 153, 1939, 1~55
- [11] Carpinteri A. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties [J]. Mech. Mat., 1994, 18: 89~101
- [12] Issa M A, etc. Size effects in concrete fracture: Part I, experimental setup and observations [J]. International Journal of Fracture. 2000, 102: 1~24
- [13] 王利民. 混凝土及加筋与纤维增强混凝土结构破坏的几个力学问题研究 [R]. 大连理工大学土木建筑学院, 2000
- [14] 王铎, 杜善义, 王殿富, 等. 断裂力学 [M]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学出版社, 1989
- [15] Mazars J, Cabot G P, Saouridis C. Size effect and continuous damage in cementitious materials [J]. International Journal of Fracture. 1991, 51: 159~173
- [16] 赵国藩, 徐世烺, 王凤翼, 等. 国家七五科技攻关项目阶段成果报告: 大骨料全级配混凝土断裂韧度和断裂能 [R]. 大连理工大学土木工程系, 1989. 12

Calculation of Cohesive Stress Along the Fictitious Crack Zone in Concrete Materials

Xu Shilang¹, Wang Limin^{1,2}

(1. Department of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Department of Mechanics, Shandong Institute of Technology, Zibo, Shandong 255012, China)

[Abstract] Nonlinear fracture behaviors of concrete materials are mainly caused by the cohesive stress along the fracture process zone. Based upon concrete fracture properties and the analytical model of crack with cohesive forces, two simple formulae concisely expressing the cohesive stress distribution are presented through analyzing characteristics of the cohesive force distribution function. One formula has only one undefined parameter. The other one has two undefined parameters. According to the superposition principle of deformation body, a formula for calculating the sole undefined parameter to control the cohesive force distribution function is deduced. Similarly, two algebra equations for solving the two undefined parameters also for controlling the cohesive force distribution are given. As a result, using the test data of crack opening displacement, the cohesive stress distribution is determined. The relevant calculation examples and discussions are given, too, in this paper.

[Key words] concrete; crack opening displacement; fictitious crack cohesive force; algebra equations