学术论文

脉冲暂态混沌神经网络在约束非线性规划中的应用

李　旻[1,2]，曹宏铎[3]，胡云昌[2]，山秀明[1]
（1. 清华大学电子工程系，北京　100084；2. 天津大学建筑工程学院，天津　300072；
3. 北京大学光华管理学院，北京　100871）

［摘要］　脉冲暂态混沌神经网络（PTCNN）是对暂态混沌神经网络的改进，呈现丰富的动力学性质，具有很强的跳出局部最小点的功能，在解决无约束非线性规划问题时，可以找到包括全局和局部最小值的尽量全面的最优解。当遇到带约束条件的非线性规划问题时，只有对约束条件进行合理处理，才能更有效地解决约束非线性规划问题。文章使用惩罚函数方法对含有约束条件的非线性规划问题进行处理，将其变成一个不含约束条件的非线性规划问题，进而用 PTCNN 求解，得到了令人满意的结果。

［关键词］　PTCNN；惩罚函数法；非线性约束规划
［中图分类号］ TP 183　　［文献标识码］ A　　［文章编号］ 1009－1742（2004）05－0045－04

1　引言

脉冲暂态混沌神经网络（PTCNN）将混沌动力用脉冲方式进行控制，施加于神经网络上，形成脉冲暂态混沌神经网络，使得混沌动力和神经收敛动力交替起作用，从而具有更强的跳出局部最小点的功能，可以更有效地进行问题的全局寻优[1~12]。PTCNN 在解决无约束非线性规划问题时，利用其丰富的动力学性质，既可以不断地跳出极小点所在区域，又可以在极小点所在区域内稳定到极小点，从而尽量全面地找到包括全局和局部最小值[13]。对于有约束条件的非线性规划问题，只有将约束条件合理转换才能够充分利用 PTCNN 的良好性质来解决具有多个极小点的约束非线性规划问题。这里使用惩罚函数方法，对含有约束条件的非线性规划问题进行处理[14]，使得目标函数与约束条件合并成一个表达式，将其变成一个不含约束条件的非线性规划问题，进而用脉冲暂态混沌神经网络进行求解，得到了比较满意的结果。

2　脉冲暂态混沌神经网络

本文应用以下脉冲暂态混沌神经网络模型：

$$
\begin{aligned}
x_i(t) &= \frac{1}{1+\exp(-y_i(t)\varepsilon_i(t_l))}\\
y_i(t+1) &= k_i y_i(t) + \alpha_i\Big(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}x_j(t)\Big) - z_i(t)(x_i(t)-I_0)\\
z_i(t_l) &= \exp\Big(-\frac{u(l)}{u_{1i}}\Big)\mu_{2ii}\\
u(l) &= -10+\frac{20}{m}zm(l-1)\\
\varepsilon_i(t_l) &= \frac{1}{1+(\exp(-u(l)\times\lambda_{1i}))\lambda_{2i}}\lambda_{3i}^{jj},\\
i &= 1,2,\cdots,n\\
l &= 1,2,\cdots,\mathrm{round}\Big(\frac{m}{zm}\Big)\\
jj &= 1,2,\cdots,zm
\end{aligned}
\tag{1}
$$

其中 $w_{ij}=w_{ji}, w_{ii}=0$，$\sum_{j=1,j\neq i}^{n} w_{ij}x_j - I_i = -\frac{\partial E}{\partial x_i}$；$E$ 为能量函数，对应所求函数；x_i 为神经元 i 的输出；y_i 为神经元 i 的内部状态；w_{ij} 表示从神经元 i

［收稿日期］　2003－08－01；修回日期　2003－11－04
［作者简介］　李　旻（1973－），女，天津市人，博士，清华大学电子工程系博士后

的连接权值；I_i 为神经元 i 的偏置；I_0 为一正数，$0 \leqslant I_0 \leqslant 1$；$\alpha$ 为一比例常数，$0 \leqslant \alpha \leqslant 1$；$k$ 为神经隔膜的衰减因子，$0 \leqslant k \leqslant 1$；$z_i(t)$ 为自反馈连接权值或不应性强度，$z_i(t) \geqslant 0$；l 是相应于单个脉冲范围内的变量计数器；t_l 是相应于 l 的时间变量；$u(l)$ 是一个取值范围在$[-10,10]$之间的递增的数列，之所以取这个区间，是为了取得一个适合基本脉冲波形；m 为迭代次数；zm 为施加脉冲的次数；$\exp(-u(l))$ 是一个基本脉冲函数；μ_{1i}为控制脉冲波形的参数；μ_{2i}是控制波形幅度的系数，对应于不同的函数而取不同的值；λ_1，λ_2，为函数 $\dfrac{1}{1+(\exp(-u(l)\times\lambda_1))\lambda_2}$ 的性态参数；λ_3 是 ε_i 的幅度函数，它控制着 ε_i 的变化区间。jj 是与施加脉冲的次数 zm 相对应的序列，它的存在导致 ε_i 逐渐以低起点分段增加。

PTCNN 包含许多可调参数，可以控制整个系统呈现非常多样的动力特性，随着混沌脉冲的间歇加入使得系统可以不断地进入混沌和稳定状态，当极小点不止一个时，既可以不断地进入和跳出不同极小值的局域范围，又可以在局部区域内向此区域的极小值不断靠近，进而稳定到该极小值。使得系统可以更有效地进行问题的全局寻优。

3 约束条件处理

约束条件的处理方法使用惩罚函数法进行，从而将约束非线性规划问题转变成只具有一个目标函数 $L(x)$ 的无约束非线性规划问题。

设优化问题为

求 x_i

$$\min(f(x_i))$$

$$\text{s.t.} \quad g_l(x_i) < 0$$

$$i = 1,2,\cdots,n \qquad l = 1,2,\cdots,NL$$

其中 n 为变量个数；NL 为约束条件个数；$g\ (x_i)$为约束条件。

构造罚函数 $L\ (x_i)$：

$$L(x_i) = f(x_i) + \lambda\sum_{l=1}^{NL}\max(g_l(x_i),0)$$

其中 λ 是罚因子，取一个大正数。则对于脉冲暂态混沌神经网络而言：

$$\sum_{j=1,j\neq i}^{n} w_{ij}x_j - I_i = -\frac{\partial L}{\partial x_i}$$

而

$$\frac{\partial L(x_i)}{\partial x} = \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} + \lambda\sum_{l=1}^{NL}\max(g_l(x_i),0)\frac{\partial g_l(x_i)}{\partial x_i},$$

所以

$$\sum_{j=1,j\neq 1}^{n} w_{ij}x_j - I_i = -\left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} + \lambda\cdot\sum_{l=1}^{NL}\max(g_l(x_i),0)\frac{\partial g_l(x_i)}{\partial x_i}\right)$$

4 算例

为说明 PTCNN 全局寻优的特点，首先给出一个无约束非线性规划算例 1。

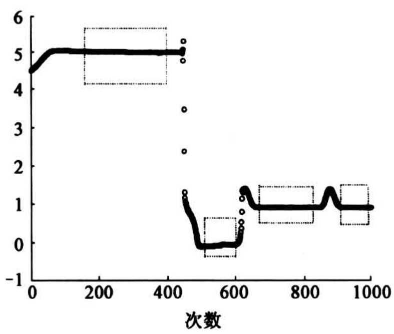
例 1 求 x

s.t. $\min(f = x^2(x-1)^2(x-5)^2 - 5)$

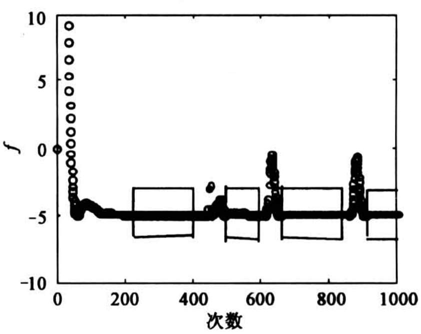
参数取值：

$[k_i,\alpha_i,\ I_{0i},\mu_{1i},\mu_{2i},\lambda_{1i},\lambda_{2i},\lambda_{3i},m,n] = [1,1,0.5,2,10,0.2,0.1,0.25,1000,1]$。

结果如图 1 所示。



a 自变量 x 相图



b 目标函数 f 相图

图 1 例 1 计算结果

Fig.1 Result of example 1

图 1 (a) 为 x 相图，图 1 (b) 为 f 相图，虚线框中对应的是稳定极小点 0，1，5，对应的极小值为 0。全部为全局最小，全局最小值为 -5。此例证明用脉冲暂态混沌神经网络可以找到问题所有的全局极值点。

下面给出一个约束非线性规划的算例，同时作为比较，又计算了没有约束条件时的寻优结果，从对比可以发现罚函数法在 PTCNN 计算有约束问题时是有效的，系统对同一函数在条件不同时给出了不同结果。

例 2：求 x

$$\min(f = x^2(x-2)^2)$$

s.t. $\quad \frac{1}{x} < 1$ 取得最小值。

首先将例 2 写成更一般的优化问题形式，

求 x

$$\min(f = x^2(x-2)^2)$$

$$\text{s.t.} \quad g(x) = \frac{1}{x} - 1 < 0$$

用罚函数法对问题进行变形，取 $\lambda = 100$，则

$$L(x) = x^2(x-2)^2 + 100\max\left(\left(\frac{1}{x} - 1\right), 0\right)$$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} = x2(x-2)^2$$

所以 $$+ x_2(x-2)\cdot 2 + 100\max\left(\left(\frac{1}{x} - 1\right), 0\right)\left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

此外又取参数 $[k_i, \alpha_i, I_{0i}, \mu_{1i}, \mu_{2i}, \lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_{3i}, m, n] = [1,1,0.5,2,100,0.2,0.1,0.28,500,1]$。将参数输入 PTCNN 系统对罚函数进行寻优。图 2 是函数图形，图 3 是没加约束条件时得到的结果，寻找到两个最小点 $x=0$，$x=2$，图 4 是加约束条件后得到的结果，只保留了一个最优点 $x=2$。

图 4(a) 为自变量 x 的寻优结果图，图 4(b) 为目标函数的变化曲线，图 4(c) 为目标函数导数的变化曲线。对照图 4 可以确定最小点位置。最小点的目标函数导数值处于 0 附近，其对应图 4(a) 中虚框部分 $x=2$，这时的极小值为 $f=0$，且为全局最小值。

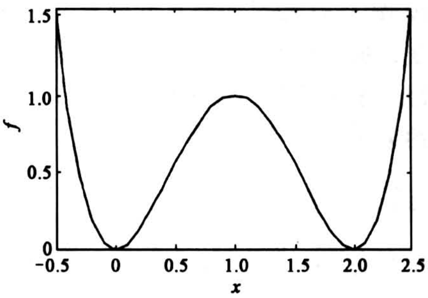


图 2　函数曲线

Fig.2　Curve of function

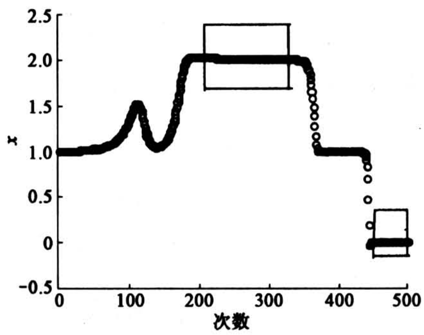
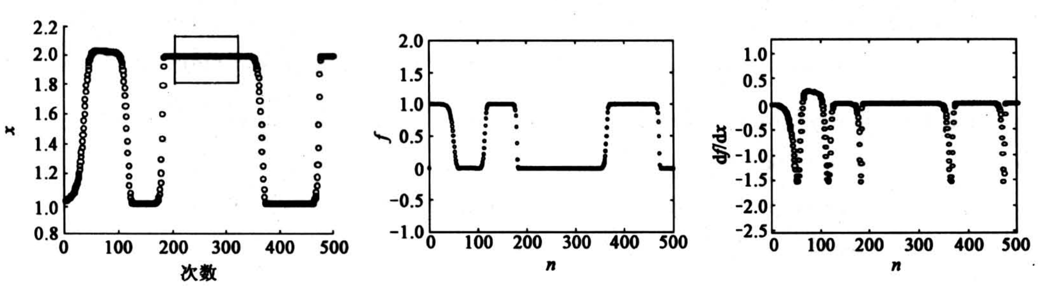


图 3　无约束时 x 相图

Fig.3　Chart of variable x without restriction condition

为了比较，下面来看看当取消约束条件时例 2 中的目标函数的计算结果，参数取为 $[k_i, \alpha_i, I_{0i}, \mu_{1i}, \mu_{2i}, \lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_{3i}, m, n] = [1,1,0.5,2,10,0.2,0.1,0.08,200,2]$。寻优结果见图 3。这时得到的稳定极小点为 0 和 2，对应的极小值为 0。



a 有约束时 x 相图　　b 有约束时 f 相图　　c 有约束时 df/dx 相图

图 4　例 2 计算结果

Fig.4　Result of example 2

比较图4(a)和图3明显发现系统的运行有了很大改变，加入约束条件后，脉冲暂态混沌神经网络不再趋向于不符合约束条件的 $x=0$ 点，说明系统对于约束非线性规划问题是有效的。

5 结语

脉冲暂态混沌神经网络具有丰富的动力学性质，可以有效地跳出局部最小点。将其应用于求解有约束条件的非线性规划问题时，应用惩罚函数方法，可以将目标函数与约束条件合并成一个表达式，使问题变成一个不含约束条件的非线性规划问题，进而用脉冲暂态混沌神经网络对问题进行求解，经算例证明方法有效。

参考文献

[1] Zhou Changsong. Chen Tianlun, Huang Wuqun. Chaotic neural network with nonlinear self-feedback and its application in optimization [J]. Neurocomputing, 1997, 14: 209~222

[2] Zhou Changsong, Chen Tianlun, Chaotic annealing for optimization [J]. Phys Rev E, 1997, 55: 2580~2587

[3] Chen Luonan, Aihara Kazqyuki. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos [J]. Neural Networks, 1995, 8: 915~930

[4] Chan L, et al. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient [J]. Chaos. Networks, 1995, (8): 915~930

[5] 余群明，王耀男. 智能模拟神经网络的发展新动向[J]. 模式识别与人工智能，1999, 12 (3): 313~319

[6] 张学义等. 一种混沌神经网络及其在优化计算中的应用[J]. 系统工程与电子技术，2000, 22 (7): 69~71

[7] 董　军，胡上序. 混沌神经网络研究进展与展望[J]. 信息与控制，1997, 26 (5): 360~367

[8] 何振亚，谭　营，王保云. 一种新的混沌神经网络模型及其动力学分析[J]. 东南大学学报，1998, 28 (6): 1~5

[9] 杨立江，陈天仑，黄五群. 暂态混沌动力学在神经网络优化计算中的应用[J]. 南开大学学报，1999, 32 (3): 99~103

[10] 王东生，曹　磊. 混沌、分形及其应用[M]. 合肥：中国科学技术大学出版社，1995. 279~320

[11] 陈士华，陆君安. 混沌动力学初步[M]. 武汉：武汉水利电力大学出版社，1998. 1~171

[12] 刘秉正编著. 非线性动力学与混沌基础[M]. 长春：东北师范大学出版社，1995. 139~272

[13] 李　昊，胡云昌，曹宏铎. 多脉冲控制的暂态混沌神经网络及其应用[J]. 系统工程与电子技术，2003, 25(12): 1389~1392

[14] 现代应用数学手册编委会. 现代应用数学手册·运筹学与最优化理论卷[M]. 北京：清华大学出版，1998. 126~132

Pulse Transiently Chaotic Neural Network for Nonlinear Constrained Optimization

Li Ying[1,2], Cao Hongduo[3], Hu Yunchang[2], Shan Xiuming[1]

(1. *Department of Electronics Engineering*, *Tsinghua University*, *Beijing* 100084, *China*;
2. *Construction Engineering School*, *Tianjin University*, *Tianjin* 300072, *China*;
3. *Guanghua School of Management*, *Peking University*, *Beijing* 100871, *China*)

[**Abstract**] Pulse Transiently Chaotic Neural Network (PTCNN) can find almost all optima including the part optima and the global with its abundance dynamical characteristic, when is used in nonlinear non-constrained optimization. The optimization problem is first unconstrained by virtue of non-differentiable exact penalty function, and is further solved by PTCNN. It is showed by an example that this method is efficient.

[**Key words**] PTCNN; penalty function; nonlinear constrained optimization