

研究报告

# 单向离合器外环应力计算的有限元方法研究

罗一新<sup>1</sup>, 吴 波<sup>2</sup>

(1. 湖南科技大学, 湖南湘潭 411201; 2. 武汉理工大学, 武汉 430000)

**[摘要]** 单向离合器是一种常见的机械传动部件, 其外环应力计算尚无理想的方法。文章以五滚柱式单向离合器为研究对象, 根据外环的特点, 采用有限元分析方法, 分析了影响其计算精度的各种因素, 计算出其外环的应力, 并且将计算结果与曲梁计算法进行了比较。研究表明, 有限元分析方法对于外环类零件的应力计算确是一种理想的方法。

**[关键词]** 离合器; 外环; 应力; 有限元

**[中图分类号]** TH133.4; O241.82 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)09-0056-04

## 1 前言

单向(超越)离合器广泛应用于机床、汽车及飞机等较精密的机械装置, 其中以滚柱式最为普遍, 主要功能是传递扭矩、完成起动、保护原动机不受损坏。其工况的好坏直接影响到各行业的生产。据统计资料介绍, 离合器失效大多是由于外环破裂所致。而引起离合器失效的应力主要是外环的周向正应力。离合器外环形状复杂, 具有一定的力学特点。多年来国内外一直采用 Thjomas 法<sup>[1]</sup>, 将外环视为承受均匀分布载荷的厚壁圆筒计算其工作时的正应力。实践表明, 这种方法误差太大。笔者在文献[2]中提出了一种离合器外环应力计算的新方法——曲梁计算法, 为外环类零件提供了一种较好的解析方法。笔者提出的有限元方法借助电子计算机计算离合器外环应力, 较之曲梁法更迅速、更准确。

## 2 外环受力分析及结构简化

滚柱式单向离合器外环形状依滚柱数目不同而异, 常见的有四滚柱式、五滚柱式、六滚柱式三种。外环的内壁均匀分布着由阿基米德螺线组成的

楔形槽。由于一般情况下外环的外径 D 与壁厚 B 之比为  $H = D/B = (4 \sim 5)$ 。根据资料推荐, 可将外环的有限元分析视为平面问题对待。

图 1 为五滚柱式单向离合器工作情况示意图, 外环为主动元件。图 2 为外环的受力情况示意图。

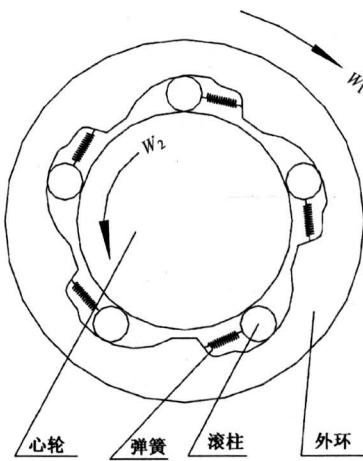


图 1 离合器工作情况示意图

Fig. 1 Schematic diagram of working situation for clutch

如图 2 所示, 外环的受力主要由传递扭矩  $M_c$  产生的正压力  $N_z$  与摩擦力  $F_m$  及因高速旋转而产生的

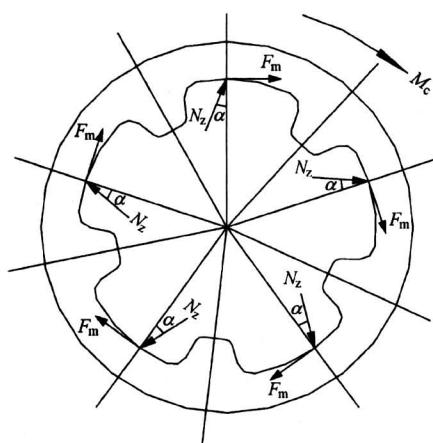


图 2 外环受力情况示意图

Fig.2 Schematic diagram of suffer power situation for external ring

离心力组成。由于楔角  $\alpha$  较小, 摩擦力与离心力的数值也很小, 为计算简便, 仅考虑正压力  $N$  并将其投影到通过外环中心的径向方向上。经过简化后, 外环成为轴对称问题, 可取  $1/5$  部分进行有限元分析。

### 3 计算求解

#### 3.1 单元与节点的划分

单元采用常应变三角形单元。划分单元的原则为: 外环楔形槽轮廓线变化陡急处单元划分较细, 其余地方划分较粗。节点的编号以使单元相邻节点差值最小为原则。外环的  $1/5$  部分划分为 97 个节点和 148 个单元, 见图 3。

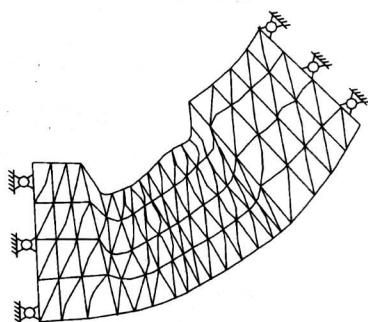


图 3 单元划分示意图

Fig.3 Schematic diagram of divorced unit

#### 3.2 边界条件的处理

由有限元理论知, 当研究对象简化后, 其边界条件会发生相应变化(见图 4)。当按  $1/5$  外环进行有限元分析时, 边界条件可能会出现两种情况:

- a. 外环的界与  $ox$  轴或  $oy$  轴重合; 既与  $ox$  轴又与  $oy$  轴重合;
- b. 外环边界与  $ox$  轴成一夹角  $\theta = 360^\circ/5$ 。

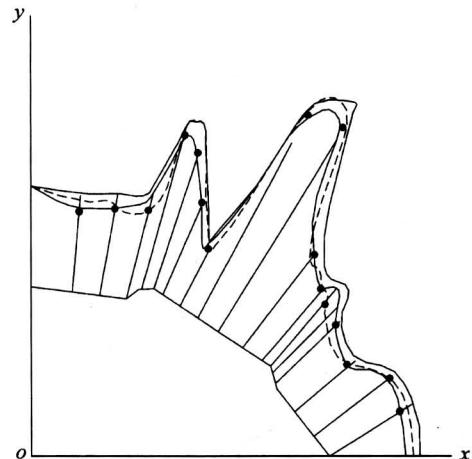


图 4 结果比较示意图

Fig.4 Schematic diagram of comparing result

若属第一种情况, 则有位移  $\delta_y = 0$  或  $\delta_x = 0$ , 此时边界条件处理较易, 只需将已知位移值代入有限元刚度方程中即可。有限元刚度方程为

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{F} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵;  $\boldsymbol{\delta}$  为边界上的节点值;  $\mathbf{F}$  为等效节点载荷。

此时式(1)可展开为

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} \delta_i = F_i, i = 1, 2, \dots, n,$$

式中  $K_{ij}$  为刚度阵元素,  $\delta_i$  为节点  $j$  的位移,  $F_i$  为节点力。

对于第二种情况, 由于外环边界不在  $ox$  轴上, 根据变形条件有  $\delta_{iy}/\delta_{ix} = \tan \theta$ , 需要进行坐标变换处理。

边界条件处理的具体方法是: 将边界支座去掉, 在支承点加一反向的内力  $F_i$  将其简化为非约束点, 同时保持其边界的变形协调条件。此时, 由于内力存在着关系式

$$F_{iy}/F_{ix} = -\cot \theta,$$

式中  $\theta$  为有支座的两外环边界之间的夹角, 所以边界的变形协调条件为

$$\delta_{iy} = \delta_{ix} \tan \theta, F_{iy} = -F_{ix} \cot \theta \quad (2)$$

边界条件的处理对刚度方程也有影响, 此时必须修正刚度矩阵  $\mathbf{K}$ 。现设以变形协调条件为  $\delta_{i+1} = \delta_i \tan \theta, F_{i+1} = -F_i \cot \theta$  来修正  $\mathbf{K}$ 。

将刚度方程式(1)展开, 将上述变形协调条

件代入得

$$\begin{aligned}
 & K_{11}\delta_1 + \cdots + (K_{1i} + K_{1(i+1)}\operatorname{tg}\theta)\delta_i + \\
 & K_{1(i+2)}\delta_{i+2} \cdots K_{1n}\delta_n = F_1 \\
 & \vdots \\
 & K_{ii}\delta_1 + \cdots + (K_{ii} + K_{(i+1)(i+1)}\operatorname{tg}\theta)\delta_i + \\
 & K_{(i+1)(i+2)}\delta_{i+2} + \cdots K_{in}\delta_n = F_i \\
 & K_{(i+1)1}\delta_1 + \cdots + (K_{(i+1)i} + K_{(i+1)(i+1)}\operatorname{tg}\theta)\delta_i + \\
 & K_{(i+1)(i+2)}\delta_{i+2} + \cdots K_{i+1n}\delta_n = -F_i\operatorname{ctg}\theta \\
 & \vdots \\
 & K_{n1}\delta_1 + \cdots + (K_{ni} + K_{n(i+1)}\operatorname{tg}\theta)\delta_i + \\
 & K_{n(i+2)}\delta_{i+2} + \cdots K_{nn}\delta_n = F_n
 \end{aligned} \tag{3}$$

式(3)中的  $n$  个未知量中有  $n-1$  个未知量的位移, 其余一个未知量为内力  $F_i$ 。因为有关系式  $-F_i\operatorname{ctg}\theta\operatorname{tg}\theta = -F_i$ , 故式(3)可变为

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc}
 K_1 & \cdots & K_{1i} + K_{1(i+1)}\operatorname{tg}\theta & 0 & K_{i(i+2)} & \cdots & K_{1n} & \left[ \begin{array}{c} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{i+1} \\ \vdots \\ \delta_n \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} F_1 \\ \vdots \\ F_i \\ \vdots \\ F_{i+1} \\ \vdots \\ F_n \end{array} \right] \\
 K_{i(i+1)}\operatorname{tg}\theta & \cdots & K_{i(i+2)}\operatorname{tg}\theta K_{i(i+1)} + \operatorname{tg}^2\theta K_{(i+1)(i+1)} & 0 & K_{i(i+2)} + K_{(i+1)(i+2)}\operatorname{tg}\theta & \cdots & K_{in} + K_{(i+1)n}\operatorname{tg}\theta & & \\
 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & & \\
 K_{(i+2)i} & \cdots & K_{(i+2)i} + K_{(i+2)(i+1)}\operatorname{tg}\theta & 0 & K_{(i+2)(i+2)} & \cdots & K_{(i+2)n} & & \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\
 K_{n1} & \cdots & K_{ni} + K_{n(i+1)}\operatorname{tg}\theta & 0 & K_{n(i+2)} & \cdots & K_{nn} & & 
 \end{array} \right]$$

利用高斯消元法可求得  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \delta_{i+1}, \dots, \delta_n$ , 然后利用关系式  $\delta_{i+1} = \delta_i\operatorname{ctg}\theta$  求得  $\delta_{i+1}$ 。

利用计算机平面问题的计算程序在微机上仅需用 1 min 左右的时间即可获得全部结果, 而未简化受力模型的外环, 用有限元方法计算一般需要 20 min 多, 运用解析法则时间更长, 而且容易出错。

### 3.4 计算实例

$$\begin{aligned}
 & K_{11}\delta_1 + \cdots + (K_{1i} + K_{1(i+1)}\operatorname{ctg}\theta)\delta_i + \\
 & K_{1(i+2)}\delta_{i+2} + \cdots K_{in}\delta_n = F_1 \\
 & \vdots \\
 & (K_{ii} + K_{(i+1)i}\operatorname{ctg}\theta)\delta_i + \cdots + (K_{(i+1)(i+1)}K_{(i+1)i}\operatorname{ctg}\theta + \\
 & K_{(i+1)(i+2)}\operatorname{tg}^2\theta)\delta_i + \cdots + (K_{in} + \\
 & K_{(i+1)n}\operatorname{ctg}\theta)\delta_i = 0 \\
 & \vdots \\
 & K_{n1}\delta_1 + \cdots + (K_{ni} + K_{n(i+1)}\operatorname{ctg}\theta)\delta_i + \cdots + \\
 & K_{nn}\delta_n = F_n
 \end{aligned} \tag{4}$$

将式(4)中第  $i+1$  个方程消去, 余下  $n-1$  阶方程即可求得  $n-1$  个未知位移  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{i+1}, \dots, \delta_n$ 。显而易见, 在求解过程中仅涉及节点的位移值, 而无需求解内力  $F_i$ 。

### 3.3 扩充矩阵

为使计算机求解方便, 需要将  $n-1$  个方程中的矩阵  $(K)_{(n-1)(n-1)}$  扩充成  $n$  阶矩阵, 扩充后的矩阵为

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc}
 K_1 & \cdots & K_{1i} + K_{1(i+1)}\operatorname{tg}\theta & 0 & K_{i(i+2)} & \cdots & K_{1n} & \left[ \begin{array}{c} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{i+1} \\ \vdots \\ \delta_n \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} F_1 \\ \vdots \\ F_i \\ \vdots \\ F_{i+1} \\ \vdots \\ F_n \end{array} \right] \\
 K_{i(i+1)}\operatorname{tg}\theta & \cdots & K_{i(i+2)}\operatorname{tg}\theta K_{i(i+1)} + \operatorname{tg}^2\theta K_{(i+1)(i+1)} & 0 & K_{i(i+2)} + K_{(i+1)(i+2)}\operatorname{tg}\theta & \cdots & K_{in} + K_{(i+1)n}\operatorname{tg}\theta & & \\
 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & & \\
 K_{(i+2)i} & \cdots & K_{(i+2)i} + K_{(i+2)(i+1)}\operatorname{tg}\theta & 0 & K_{(i+2)(i+2)} & \cdots & K_{(i+2)n} & & \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\
 K_{n1} & \cdots & K_{ni} + K_{n(i+1)}\operatorname{tg}\theta & 0 & K_{n(i+2)} & \cdots & K_{nn} & & 
 \end{array} \right] \tag{5}$$

五滚柱式单向离合器的结构参数如下: 外径  $D_1 = 57$  mm, 壁厚  $B = 12$  mm, 阿基米德螺线段所对应的圆心角  $\gamma = 28^\circ$ , 传递扭矩  $M_c = 30$  N·m, 楔形槽最高点至外环中心的直径  $D_2 = 43$  mm, 心轮直径  $d_1 = 31$  mm, 滚柱直径  $d_2 = 6.8$  mm, 楔角  $\alpha = 0.087$ 。

按简化和不简化两种情况进行计算所得结果见表 1。表 1 结果表明, 最大误差小于 5%。

表 1 结果比较

Table 1 Comparison of results

单元号	1	9	18	26	35	42	51	58	62	74	81	86	94	106	115	124	130	135
不简化/MPa	36.05	32.71	32.90	37.45	40.03	30.51	30.45	33.24	95.32	135.63	74.32	30.46	33.57	38.73	34.69	39.44	33.46	35.98
简化/MPa	35.70	31.54	31.47	36.70	39.76	29.70	29.83	32.99	94.08	132.86	73.53	29.87	32.86	37.90	33.21	38.60	32.51	34.81
误差/%	1.010	3.577	4.931	2.020	0.725	2.655	2.036	0.752	1.301	2.042	1.063	1.937	2.115	2.143	4.266	2.130	2.839	3.252

在图 4 所示的由简化计算结果绘制的 1/5 外环部分的应力分布图上, 圆点连线为模拟离合器工况运用光弹性实验所获得的结果组成。从图 4 中不难

看出, 应力集中的部位与实际情况相符。

综上所述, 简化外环的受力状况及合理地处理边界条件, 完全符合工程要求。

## 4 结论

- 1) 滚柱式单向离合器外环的受力分析可作为平面问题处理；将正压力  $N_z$  投影到通过外环中心的径向方向上可简化计算；
- 2) 在进行外环类零件的有限元件分析时，应进行适当的边界条件处理；
- 3) 有限元计算结果准确，此方法可推广至类似零件的应力分析。

### 参考文献

- [1] Huls T A. Design practice-passenger [J]. Automatic Transmission, SAE, 1973, 6 (5): 79~80.
- [2] 罗一新, 王时任, 陈继平. 六滚柱式定向离合器套环拉伸应力计算新方法 [J]. 力学与实践, 1989,
- [3] 张学军, 王彬森, 柳瑞清. 扁挤压筒装配压力的一种计算法 [J]. 塑性工程学报, 2000, 7 (3): 10~12
- [4] 徐致让, 薛家国. 四辊轧机辊系变形分析的有限元方法 [J]. 力学与实践, 2000, 22 (5): 22~24.
- [5] 戚刚, 吴昌华, 张南林. 发动机连杆精细有限元分析模型和算法的研究 [J]. 中国机械工程, 2001, 12 (3): 282~284
- [6] 赵冬, 冯仲齐, 梅占磬. 框支剪力墙结构在地震力作用下弹塑性分析的有限元方法 [J]. 应用力学学报, 2001, 18 (1): 149~154
- [7] 冯仲齐, 梅占磬. 有旋转自由度的高精度三角形单元 [J]. 计算力学学报, 1998, 15 (3): 293~294

## Study on Finite Element Method for Calculation of Stress on External Ring of One-way Clutch

Luo Yixin<sup>1</sup>, Wu bo<sup>2</sup>

(1. Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201, China;  
 2. Wuhan University of Technology, Wuhan 430000, China)

**[Abstract]** At present there is no appropriate method for calculation of stress on external ring of a one-way clutch. In this paper, according to characteristics of the external ring, the method of finite element analysis has been used, the factors which have influence on computational accuracy have been studied, and the stress on external ring of a five roller-type one-way clutch has been calculated. Studies have shown that finite element analysis is really an attractive method for the calculation of stress on parts similar to external ring.

**[Key words]** clutch ; external ring ; stress ; finite element