

学术论文

基于频域的多变量广义预测控制 (MIMO-GPC) 稳定性分析

孙青林, 陈增强, 袁著祉
(南开大学自动化系, 天津 300071)

[摘要] 提出了基于频域的多变量广义预测控制 (MIMO-GPC) 稳定性分析方法, 推导了 MIMO-GPC 的闭环反馈结构, 给出了基于闭环特征多项式的 MIMO-GPC 的稳定性判据和奈奎斯特稳定性判据。这些判据可作为 MIMO-GPC 控制器参数设计的重要依据。

[关键词] 多变量广义预测控制; 频域分析; 稳定性判据

[中图分类号] TP273 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742 (2004) 10-0039-06

1 引言

广义预测控制 (GPC)^[1]算法很快就由单输入单输出 (SISO) 扩展到了多输入多输出的系统 (MIMO-GPC), 并且在系统自适应能力、去耦合作用等方面取得良好的效果。已大量的用于多变量的复杂工业控制现场。

在实际应用中, 一方面改进算法, 提高其运算速度, 如多变量广义预测控制的直接算法。另一方面人们在分析其稳定性和鲁棒性方面也作了大量的工作^[2], 这些分析大多是基于离散的时间域进行的, 笔者在推导 MIMO-GPC 闭环反馈结构的基础上, 提出了基于频域的 MIMO-GPC 稳定性分析方法。

2 MIMO-GPC 算法描述

多变量 GPC 控制算法描述如下:

$$A(z^{-1})\Delta y(k) = B(z^{-1})\Delta u(k-1) \quad (1)$$

其中:

$$A(z^{-1}) = I + A_1 z^{-1} + \dots + A_n z^{-n} \quad (2)$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_n z^{-n} \quad (3)$$

$y(k)$ 和 $u(k)$ 分别表示系统在当前的被控对象

和控制量, $n \times 1$ 维向量。

MIMO-GPC 的目标函数为

$$J = \sum_{j=1}^N \|\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)\|^2 + \Lambda \sum_{j=1}^{N_u} \|\Delta u(k+j-1)\|^2 \quad (4)$$

其中 $\{\hat{y}(k+j|k)\}$ 为 $y(k)$ 的前向 j 步预测序列, N 为预测步长, N_u 为控制步长, $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 为控制加权因子, $\{w(k+j)\}$ 为要跟踪的设定值柔化序列, 由如下动态方程产生:

$$w(k) = y(k),$$

$$w(k+j) = \alpha w(k+j-1) + \alpha' y_r(k), \quad j = 1, \dots, N \quad (5)$$

其中 $\alpha = \text{diag}\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ 为柔化因子对角阵, $\alpha' = \text{diag}\{1 - \alpha_1, \dots, 1 - \alpha_n\}$, $y_r(k)$ 为当前设定值。

为得到输出的向前第 j 步预测值 $\hat{y}(k+j|k)$, 需要求解如下两组丢番图方程:

$$I = E'_j(z^{-1}) A(z^{-1}) \Delta + z^{-j} F_j(z^{-1}), \quad j = 1, \dots, N \quad (6)$$

$$E'_j(z^{-1}) B(z^{-1}) = G'_j(z^{-1}) + z^{-j} H_j(z^{-1}), \quad j = 1, \dots, N \quad (7)$$

其中:

[收稿日期] 2003-11-11; 修回日期 2003-12-25

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (60374037, 60174021)

[作者简介] 孙青林 (1963-), 男, 浙江湖州市人, 南开大学自动化系副教授

$$\mathbf{E}'_j(z^{-1}) = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 z^{-1} + \cdots + \mathbf{E}_{j-1} z^{-(j-1)} \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_j(z^{-1}) = \mathbf{F}_{j0} + \mathbf{F}_{j1} z^{-1} + \cdots + \mathbf{F}_{j n_a} z^{-n_a} \quad (9)$$

$$\mathbf{G}'_j(z^{-1}) = \mathbf{G}_0 + \mathbf{G}_1 z^{-1} + \cdots + \mathbf{G}_{j-1} z^{-(j-1)} \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_j(z^{-1}) = \mathbf{H}_{j0} + \mathbf{H}_{j1} z^{-1} + \cdots + \mathbf{H}_{j n_b-1} z^{-(n_b-1)} \quad (11)$$

$$\Delta = 1 - z^{-1}$$

当 $\mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{B}_0$ 时, $\mathbf{H}_j(z^{-1}) = 0$, 此时 $\mathbf{G}'_j(z^{-1}) = \mathbf{B}_0 \mathbf{E}'_j(z^{-1})$ 该丢番图方程递推解为:

$$\mathbf{E}'_j(z^{-1}) = \mathbf{I}, \mathbf{F}_1(z^{-1}) = z[\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}}(z^{-1})], \quad \bar{\mathbf{A}}(z^{-1}) = \mathbf{A}(z^{-1})\Delta \quad (12)$$

$$\mathbf{E}'_{j+1}(z^{-1}) = \mathbf{E}'_j(z^{-1}) + r_j z^{-j},$$

$$\mathbf{F}_{j+1}(z^{-1}) = z[\mathbf{F}_j(z^{-1}) - r_j \bar{\mathbf{A}}(z^{-1})], \quad j = 1, \cdots, N \quad (13)$$

$$r_j = \mathbf{F}_{j0} \quad (14)$$

将式 (1) 两边左乘 $\mathbf{E}'_j(z^{-1})$, 得

$$\mathbf{E}'_j(z^{-1})\mathbf{A}(z^{-1})\Delta\mathbf{y}(k) = \mathbf{E}'_j(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k-1) \quad (15)$$

将式 (6) 和式 (7) 式代入式 (15) 得

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{G}'_j(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1})\mathbf{y}(k-j) + \mathbf{H}_j(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k-j-1) \quad (16)$$

于是得到 $\mathbf{y}(k)$ 的前向预测

$$\hat{\mathbf{y}}(k+j|k) = \mathbf{G}'_j(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k+j-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1})\mathbf{y}(k) + \mathbf{H}_j(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k-1) \quad (17)$$

令:

$$\mathbf{Y} = [\hat{\mathbf{y}}(k+j|k)^T, \cdots, \hat{\mathbf{y}}(k+N|k)^T]^T,$$

$$\Delta\mathbf{U} = [\Delta\mathbf{u}(k)^T, \cdots, \Delta\mathbf{u}(k+N_u-1)^T]^T,$$

$$\mathbf{F}(z^{-1}) = [\mathbf{F}_1(z^{-1})^T, \cdots, \mathbf{F}_N(z^{-1})^T]^T,$$

$$\mathbf{H}(z^{-1}) = [\mathbf{H}_1(z^{-1})^T, \cdots, \mathbf{H}_N(z^{-1})^T]^T,$$

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}(k+1)^T, \cdots, \mathbf{w}(k+N)^T]^T,$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{N_u-1} & \mathbf{G}_{N_u-2} & \cdots & \mathbf{G}_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{N-1} & \mathbf{G}_{N-2} & \cdots & \mathbf{G}_{N-N_u} \end{bmatrix} \circ$$

则有:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{U} + \mathbf{F}(z^{-1})\mathbf{y}(k) + \mathbf{H}(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k-1) \quad (18)$$

目标函数为:

$$J = \|\mathbf{Y} - \mathbf{W}\|^2 + \|\Delta\mathbf{U}\|_{\Lambda}^2, \quad (19)$$

将式 (18) 代入式 (19), 令 $\partial J / \partial \Delta\mathbf{u} = 0$, 得控制律:

$$\Delta\mathbf{U} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \Lambda)^{-1}\mathbf{G}^T(\mathbf{W} - \mathbf{F}(z^{-1})\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k-1)) \quad (20)$$

$(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \Lambda)^{-1}\mathbf{G}^T$ 的前 N 行为 $\mathbf{P}^T = [P_1, \cdots, P_N]$ 。其中 $P_j (j = 1, \cdots, N)$ 是 $n \times n$ 矩阵。于是, 式 (18) 可写为

$$\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{P}^T(\mathbf{W} - \mathbf{F}(z^{-1})\mathbf{y}(k) - z^{-1}\mathbf{H}(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k)) \quad (21)$$

3 MIMO-GPC 闭环反馈系统

将上节结果进一步推导如下:

由式 (5) 可知

$$\mathbf{W} = \mathbf{F}_\alpha\mathbf{y}(k) + \bar{\mathbf{F}}_\alpha\mathbf{y}_r(k) \quad (22)$$

其中

$$\mathbf{F}_\alpha = [\alpha, \alpha^2, \cdots, \alpha^N]^T,$$

$$\bar{\mathbf{F}}_\alpha = [\mathbf{I} - \alpha, \mathbf{I} - \alpha^2, \cdots, \mathbf{I} - \alpha^N]^T.$$

$\alpha^2 = \text{diag}\{\alpha_1^2 \cdots \alpha_n^2\}, \cdots, \alpha^N = \text{diag}\{\alpha_1^N \cdots \alpha_n^N\}$ 得

$$\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{P}^T[\bar{\mathbf{F}}_\alpha\mathbf{y}_r(k) - (\mathbf{F}(z^{-1}) - \mathbf{F}_\alpha)\mathbf{y}(k)] \quad (23)$$

可得

$$\mathbf{T}(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{R}\mathbf{y}_r(k) - \mathbf{S}(z^{-1})\mathbf{y}(k) \quad (24)$$

其中

$$\mathbf{T}(z^{-1}) = \mathbf{I} + z^{-1}\mathbf{P}^T\bar{\mathbf{H}}(z^{-1}) \quad (25)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{P}^T\bar{\mathbf{F}}_\alpha \quad (26)$$

$$\mathbf{S}(z^{-1}) = (\mathbf{P}^T\mathbf{F}(z^{-1}) - \mathbf{F}_\alpha) \quad (27)$$

由式 (1) 得

$$\Delta\mathbf{u}(k) = z\mathbf{B}^{-1}(z^{-1})\mathbf{A}(z^{-1})\Delta\mathbf{y}(k) \quad (28)$$

将 (28) 式代入 (24), 得

$$z\mathbf{T}(z^{-1})\mathbf{B}^{-1}(z^{-1})\mathbf{A}(z^{-1})\Delta\mathbf{y}(k) = \mathbf{R}\mathbf{y}_r(k) - \mathbf{S}(z^{-1})\mathbf{y}(k) \quad (29)$$

或

$$(z\mathbf{T}(z^{-1})\mathbf{B}^{-1}(z^{-1})\mathbf{A}(z^{-1})\Delta + \mathbf{S}(z^{-1}))\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{B}^{-1}(z^{-1})\mathbf{y}(k) = \mathbf{R}\mathbf{y}_r(k) \quad (30)$$

由式 (28) 可得 MIMO-GPC 闭环反馈结构框图, 如图 1 所示。闭环传递函数可表示为:

$$\mathbf{G}^*(z^{-1}) = (z\mathbf{T}(z^{-1})\mathbf{B}^{-1}(z^{-1})\mathbf{A}(z^{-1})\Delta + \mathbf{S}(z^{-1}))^{-1}\mathbf{R} \quad (31)$$

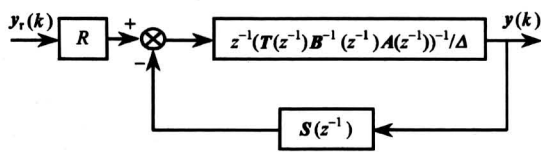


图 1 MIMO-GPC 反馈结构框图

Fig.1 Structure of MIMO-GPC

4 多变量系统的特性和频域稳定性判据

4.1 多变量反馈系统的基本结构和相关矩阵

通常图 1 所示闭环子系统都可化为图 2 的形式

$$H(s) = Q(s)[I_r + F(s)Q(s)]^{-1} = Q(s)D_e^{-1}(s) \quad (32)$$

或

$$H(s) = [I_m + Q(s)F(s)]^{-1}Q(s) = D_y^{-1}(s)Q(s) \quad (33)$$

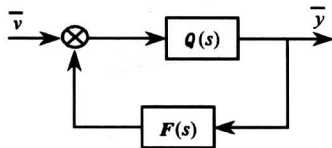


图 2 闭环反馈结构框图

Fig.2 Structure of closed-loop feedback

当 $\det Q(s) \neq 0$ 时, $H(s)$ 必定为非奇异矩阵, 它的逆为

$$H^{-1}(s) = \{[I_m + Q(s)F(s)]^{-1}Q(s)\}^{-1} = Q^{-1}(s)[I_m + Q(s)F(s)] = Q^{-1}(s) + F(s) \quad (34)$$

对式 (32) 至式 (34) 的两端分别求行列式, 可推导出回差矩阵行列式的几个关系如下:

$$\begin{aligned} \det [I_r + F(s)Q(s)] &= \det Q(s) / \det H(s) = \\ \det H^{-1}(s) / \det Q^{-1}(s) &= \det [Q^{-1}(s) + \\ F(s)] / \det Q^{-1}(s) &= \det [I_m + Q(s)F(s)] \end{aligned} \quad (35)$$

令闭环特征多项式为 $\rho_c(s)$, 开环特征多项式为 $\rho_o(s)$ 。可得

$$\rho_c(s) / \rho_o(s) = \det [I_m + Q(s)F(s)] = \det [I_r + F(s)Q(s)] \quad (36)$$

4.2 多变量闭环系统频域稳定性判据

作为单变量系统稳定的充分必要条件, 特征多项式在右半平面无零点。可把这个概念扩充到多变

量系统。

对于图 2 系统, 开环稳定的充要条件是开环特征多项式 $\rho_o(s)$ 的全部零点都位于复平面的开左半平面上。

同理, 该系统闭环稳定的充分必要条件是闭环特征多项式 $\rho_c(s)$ 的全部零点都位于复平面的开左半平面上。

开环特征多项式 $\rho_o(s)$ 、闭环特征多项式 $\rho_c(s)$ 和回差矩阵行列式存在如下关系式^[3]。

$$\frac{\rho_c(s)}{\rho_o(s)} = \det [I_m + Q(s)F(s)] = \prod_{i=1}^n (s - a'_i) / \prod_{j=1}^n (s - a_j) \quad (37)$$

式中 a'_i 是闭环特征多项式 $\rho_c(s)$ 的零点, 也就是系统的闭环极点。 a'_i 是开环特征多项式 $\rho_o(s)$ 的零点, 也就是系统的开环极点。因此, 只要求得回差矩阵行列式, 就可计算系统的开环极点和闭环极点, 进而分析系统的稳定性。

在介绍多变量系统的奈奎斯特图之前, 首先定义 D 型围线, 它是以半径无穷大的半圆顺时针包围右半复平面一周所形成的围线。如果在此围线上有传递函数的极点, 则以半径为无穷小的半圆从右侧绕过。这样得到的围线成为 D 型围线。

多变量系统的奈奎斯特图可描述如下^[3]: 设矩阵 $D(s)$ 为非奇异方阵, 它的行列式 $\det D(s)$ 就是 s 的标量函数。当 s 沿 D 型围线变化一周时, 函数 $\det D(s)$ 在复平面上划出一条闭合曲线, 这条曲线称为 $\det D(s)$ 的奈奎斯特图。这条闭合曲线顺时针包围复平面上坐标为 $a + jb$ 的点 A 的周数称为函数矩阵 $D(s)$ 关于 A 点的周数, 记为

$$\text{enc}(D(s), a + jb) \quad (38)$$

或

$$\text{enc}(D(s), A) \quad (39)$$

如果 A 点是原点, 上述周函数也可简记为

$$\text{enc} D(s) \quad (40)$$

并简称为 $D(s)$ 的周函数。

多变量系统的 Nyquist 稳定判据可描述如下: 设开环特征多项式 $\rho_o(s)$ 在右半 s 平面上有 n_0 个零点, 则闭环系统稳定的充分必要条件是

$$\text{enc} D(s) = -n_0 \quad (41)$$

其中 $D(s)$ 为系统的回差矩阵。

根据从 s 平面到 z 平面的映射关系, 不难得出多变量离散系统的稳定性判据。离散控制系统稳定

的充分必要条件是:

当且仅当离散特征方程的全部特征根均分布在 z 平面上的单位圆内, 或者特征根的模均小于 1, 相应的离散系统是稳定的。

同样, 多变量离散系统的 Nyquist 稳定判据可描述如下: 设开环特征多项式 $\rho_o(s)$ 在 z 平面的单位圆外上有 n_0 个零点, 则闭环系统稳定的充分必要条件是

$$\text{enc } \mathbf{D}(z) = -n_0 \quad (42)$$

上述判据可用于 MIMO-GPC 稳定性分析。

5 基于频域的 MIMO-GPC 算法稳定性判据

将图 1 中闭环反馈部分的前馈通路定义为

$$\mathbf{Q}(z^{-1}) = z^{-1}(\mathbf{T}(z^{-1}) \mathbf{B}^{-1}(z^{-1}) \mathbf{A}(z^{-1}))^{-1} / \Delta \quad (43)$$

因为图 1 中的 \mathbf{R} 为一常数阵, 在稳定性分析中可只考虑闭环回路中 $\mathbf{Q}(z^{-1})$, $\mathbf{S}(z^{-1})$ 的作用。系统的回差矩阵 $\mathbf{D}(z^{-1})$ 可表示为

$$\mathbf{D}(z^{-1}) = \mathbf{I} + \mathbf{Q}(z^{-1})\mathbf{S}(z^{-1}) \quad (44)$$

开环特征多项式 $\rho_o(z^{-1})$ 、闭环特征多项式 $\rho_c(z^{-1})$ 和回差矩阵行列式存在如下关系式:

$$\rho_c(z^{-1}) / \rho_o(z^{-1}) =$$

$$\det [\mathbf{I} + \mathbf{Q}(z^{-1})\mathbf{S}(z^{-1})] = \det \mathbf{D}(z^{-1}) \quad (45)$$

因此 $\det \mathbf{D}(z^{-1})$ 的极点为开环特征多项式 $\rho_o(z^{-1})$ 的根, 零点为闭环特征多项式 $\rho_c(z^{-1})$ 的根。

可以由 MIMO-GPC 的闭环反馈结构和回差矩阵, 对 MIMO-GPC 进行稳定性分析, 提出了稳定性定理 1。

定理 1 多输入多输出的广义预测控制器闭环反馈结构如图 2, 系统稳定的充要条件是回差矩阵行列式

$$\det \mathbf{D}(z^{-1}) = \det [\mathbf{I} + \mathbf{Q}(z^{-1})\mathbf{S}(z^{-1})]$$

的零点均分布在 z 平面上的单位圆内, 即回差矩阵行列式零点的模均小于 1, 或回差矩阵行列式分子多项式为 Hurwitz 多项式。

基于离散域内判别系统稳定性的奈奎斯特判据, 提出了 MIMO-GPC 系统基于频域的稳定性定理 2。

定理 2 多输入多输出的广义预测控制器闭环反馈结构如图 2, 设回差矩阵行列式在单位圆外的根的个数为 \tilde{P} , 则闭环系统稳定的充要条件是

$$\text{enc} [\mathbf{I} + \mathbf{Q}(z^{-1})\mathbf{S}(z^{-1})] = -\tilde{P},$$

即回差矩阵行列式

$$\det \mathbf{D}(z^{-1}) = \det [\mathbf{I} + \mathbf{Q}(z^{-1})\mathbf{S}(z^{-1})]$$

的奈奎斯特曲线逆时针绕原点的圈数为 \tilde{P} 。

应用定理 1 和定理 2, 可以形象直观地对多变量广义预测控制进行定量的稳定性分析, 并指导控制器参数设计。

6 仿真研究

对如下两变量系统进行仿真:

$$\begin{bmatrix} 1 - 1.5z^{-1} + 0.48z^{-2} & -0.2z^{-1} + 0.1z^{-2} \\ -0.1z^{-1} & 1 - 0.9z^{-1} + 0.2z^{-2} \end{bmatrix} \cdot \Delta \mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} 1 + 1.5z^{-1} & z^{-1} \\ 0 & 1 + z^{-1} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k-1) \quad (46)$$

控制器参数设定为: $N=3$, $N_u=2$, $\lambda=0.2$, $\alpha=0.5$ 。目标函数 $y_{r1}(k)$, $y_{r2}(k)$ 是 2 个方波。

经推导得系统的回差矩阵行列式为

$$\det \mathbf{D}(z^{-1}) = \det [\mathbf{I} + \mathbf{Q}(z^{-1})\mathbf{S}(z^{-1})] = \text{num}(z) / 128 \text{den}(z) \quad (47)$$

其中

$$\begin{aligned} \text{num}(z) = & 5.192 z^8 - 1.140 z^7 - 1.139 z^6 - \\ & 1.004 z^5 + 0.3230 z^4 + 0.1272 z^3 + \\ & 0.04685 z^2 - 0.01269 z + 0.0006923 \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \text{den}(z) = & (0.04056 z^6 - 0.02368 z^5 - \\ & 0.06297 z^4 + 0.04127 z^3 + 0.01562 z^2 - \\ & 0.01624 z + 0.0031)(z-1)^2 \end{aligned} \quad (49)$$

由式 (45) 可知 $\text{num}(z)$ 为闭环特征多项式, 其根为闭环传递函数的极点, 定义为 ρ_c 。 $\text{den}(z)$ 则为开环特征多项式, 其根为开环传递函数的极点, 定义为 ρ_o 。求得闭环极点和开环极点如下:

$$\begin{aligned} \rho_c = & 0.6155 + 0.1041j, 0.6155 - 0.1041j, \\ & -0.3471 + 0.4490j, -0.3471 - 0.4490j, \\ & -0.01506 + 0.2639j, -0.01506 - 0.2639j, \\ & -0.2175, -0.06960; \end{aligned}$$

$$\rho_o = -1.076, -0.7395, 1.087, 0.9999, 0.9999, 0.5019, 0.4051 + 0.1081j, 0.4051 - 0.1081j.$$

可见, 闭环极点 8 个都在单位圆内, 满足定理 1 对于 MIMO-GPC 控制器闭环系统稳定的充分必要条件。

回差矩阵行列式奈奎斯特图如图 3 所示, 由图 3 可见该系统的回差矩阵 $\mathbf{D}(z)$ 关于原点的周数为

$$\text{enc}(\mathbf{D}(z)) = -2,$$

而系统的开环极点有 2 个在单位圆外, 满足定理 2

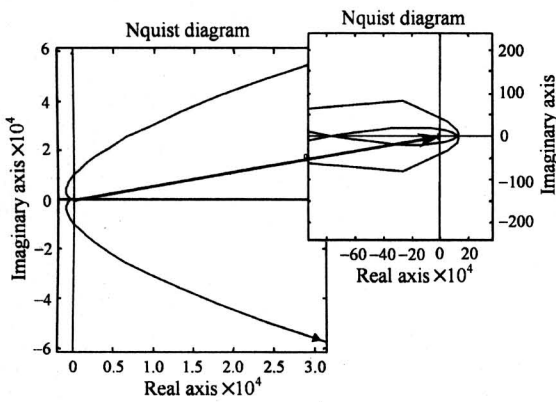


图 3 回差矩阵行列式的奈奎斯特图

Fig.3 Nyquist diagram of return difference determinant

闭环系统稳定的充分必要条件。

图 4 为该系统的输出仿真曲线，能很好的跟踪目标函数，系统稳定收敛符合根据定理 1 和定理 2 的分析结果。

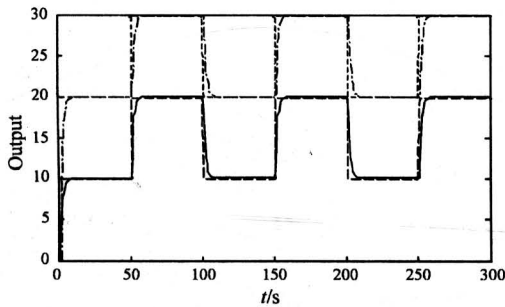


图 4 仿真输出

Fig.4 Results of simulation

与单变量 β -GPC^[4]相似，多变量 GPC 可使控制增量乘以 β 因子，即在式 (21) 乘 β ，仿真表明对系统的稳定性有明显影响。

$$\Delta u(k) = \beta P^T(W - F(z^{-1})y(k) - z^{-1}H(z^{-1})\Delta u(k)) \quad (50)$$

式 (46) 所描述系统中，其他控制参数不变，取 $\beta=1.22$ ，代入式 (25) 至式 (27)，计算闭环传递函数和回差矩阵 $D(z)$ ，得闭环特征多项式为

$$\begin{aligned} \text{num}(z) = & 8.308 z^8 - 5.816 z^7 - 7.054 z^6 - \\ & 3.69 z^5 + 1.749 z^4 + 0.5688 z^3 - \\ & 0.809 z^2 - 0.1383 z + 0.01649 \quad (51) \end{aligned}$$

开环特征多项式为

$$\text{den}(z) = (0.1622 z^6 - 0.02991 z^5 -$$

$$0.3444 z^4 + 0.1440 z^3 + 0.1425 z^2 - 0.1043 z + 0.01846)(z - 1)^2 \quad (52)$$

由式 (51) 和式 (52) 可分别计算出闭环极点 ρ_c 和开环极点 ρ_o ：

$$\begin{aligned} \rho_c = & 0.8072, -1.042, 0.3874 + 0.3739j, \\ & 0.3874 - 0.3739j, -0.5357 + 0.3276j, \\ & -0.5357 - 0.3276j, -0.2504, 0.08233; \\ \rho_o = & -1.313, -0.9021, 1.088, 0.9999, 0.9999, \\ & 0.5019, 0.4051 + 0.1081j, 0.4051 - 0.1081j. \end{aligned}$$

并绘出回差矩阵行列式 $\det D(z^{-1})$ 的奈奎斯特图如图 5 所示。

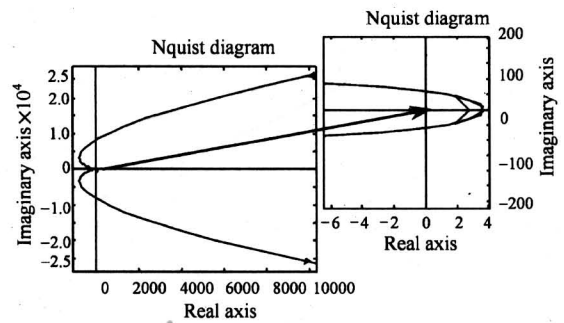


图 5 $\beta = 1.22$ 回差矩阵行列式的奈奎斯特图

Fig.5 $\beta = 1.22$ Nyquist diagram of return difference determinant

闭环极点 ρ_c 有一个在单位圆外，不满足定理 1 的系统稳定充要条件。开环极点 ρ_o 有 2 个在单位圆外，而奈奎斯特图表明周数

$$\text{enc}(D(z)) = -1,$$

不满足定理 2 的系统稳定充要条件。系统的输出仿真曲线见图 6。系统的输出仿真曲线是振荡发散。

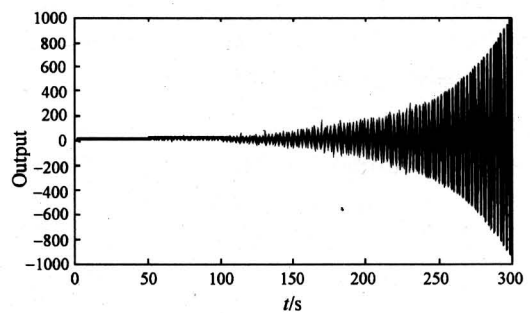


图 6 $\beta = 1.22$ 系统仿真输出

Fig.6 $\beta = 1.22$ results of simulation

7 结论

笔者提出并证明基于频域的多变量广义预测控制 (MIMO-GPC) 稳定性的分析方法, 可利用 Nyquist 稳定性判据, 分析基于闭环特征多项式的 MIMO-GPC 的稳定性。仿真表明这些判据形象直观, 可作为 MIMO-GPC 控制器参数设计的重要依据。为多变量预测控制的应用提供了重要的设计方法。

参考文献

- [1] Clarke D W, Mohtadi C. Properties of generalized predictive control [J]. *Automatica*, 1989, 25(2): 859~875
- [2] Zhang W D, Sun Y X, Xu X M. Robust digital controller design: new results [J]. *IEE Pt D*, 1998, 145(2): 159~164
- [3] 高黛陵, 吴 麒. 多变量频率域控制理论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1998
- [4] 孙明玮, 陈增强, 袁著祉. β 增量型广义预测控制 [J]. *控制理论与应用*, 2000, 11(2): 165~16

MIMO-GPC Stability Analysis Based on Frequency Domain

Sun Qinglin, Chen Zengqiang, Yuan Zhuzhi

(Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China)

[Abstract] A MIMO-GPC stability theorem based on frequency domain is presented in the paper. The closed-loop feedback structure of MIMO-GPC is proposed. Nyquist array methodology is used to analyze the stability of MIMO-GPC. The parameters of MIMO-GPC can be determined by stability criterion.

[Key words] MIMO-GPC; frequency domain analysis; stability criterion

(cont. from p.27)

Self-adaptive Creating of Truss Ground Structure Based on ANFIS

Li Ying^{1,2}, Hu Yunchang², Cao Hongduo³

(1. Electronic Engineering Department of Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Construction Engineering School of Tianjin University, Tianjin 300072, China;

3. Guanghua Management School of Beijing University, Beijing 100871, China)

[Abstract] The ground structure's intelligent and automatical creating is researched. The ground structures of truss structures are intelligently and automatically created by using collateral ANFIS (Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems). The essentials of this method is to form a mapping between configurations of the trusses existed and those to be found. The ground structure is inferred by the mechanism contained in sample trusses. To produce appropriate data format of ANFIS, the topology configuration of trusses is described as a series of decimal fraction. The simulation shows the efficiency of this system.

[Key words] truss; ANFIS; intelligent; self-adaptive