

# 一种损伤演化方程的建立和几种层裂准则的推导

曹结东, 李永池

(中国科学技术大学力学和机械工程系, 合肥 230027)

**[摘要]** 通过唯象分析和细观统计相结合的方法建立了一种韧性材料的损伤演化方程, 从物理上对方程中的参数进行了合理的解释, 并以此为依据推导了材料的便于工程应用的几种层裂准则, 根据准则总结了一些有意义的层裂规律; 通过层裂实验和数值模拟相结合的方法来确定材料参数, 计算结果与实验结果较好的一致性验证了所建的损伤演化方程和推导的层裂准则是合理的, 决定材料参数的方法是有效的。

**[关键词]** 损伤演化方程; 层裂准则; 数值模拟

**[中图分类号]** O346.5; O347.4 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2006)01-0040-06

## 1 引言

应力波相互作用引起的层裂破坏是一个在理论上和应用上都具有重大意义的课题。而关于层裂准则的研究已成为近二三十年来的热点问题之一。迄今为止, 人们提出了各种层裂准则, 如最早由 Rinehart 提出的临界破坏应力准则<sup>[1]</sup>, 认为拉应力只要达到某一极限强度, 材料即发生层裂。实验证明, 该准则只适合于在一定范围之内的应力率, 这是因为没有考虑到动态断裂现象中时率相关这一本质特征。Whiteman 提出的应力率准则认为层裂应力与应力率平方根成线性关系<sup>[2]</sup>, 其进步点是提出了层裂强度的时率相关性, 但是平方根的选取缺乏理论依据, 是纯唯象的宏观分析。Thurstan 整理了前人用炸药爆炸和平板高速撞击在多种金属上得出的层裂实验数据, 证实了  $\ln(\sigma_s - \sigma_0)$  与  $\ln(d\sigma/dx)$  间的直线关系, 提出了应力梯度准则<sup>[3]</sup>。如果利用关系  $\dot{\sigma} = U d\sigma/dx$ ,  $U$  是自由面反射的卸载波速, 它与应力率准则等价。Thurstan 的贡献是抛弃平方根这一固定型式, 引入材料常数  $n$  作为指数, 提出了由材料的静拉伸极限  $\sigma_b$  通过内

插法估算材料常数  $n$  的方法。按照 Davison 等的见解<sup>[4]</sup>, 以上准则都可叫做“离散度量型”的, 都是给出发生动态断裂的某种下限条件。不同的是, Tuler 和 Butcher 提出了一种积分型的损伤积累准则<sup>[5]</sup>, 其主要进步是同时给出了材料的动态损伤积累的连续度量以及发生宏观层裂的下限条件。但是这里所谓的损伤仍然是纯唯象的观点, 与真正的材料微观损伤并无直接的定量联系。随着损伤力学的发展, 宏观上的层裂现象与材料微观损伤被联系起来。Seaman 等提出损伤的成核及长大理论, 即 NAG 模型, 给出了材料中微空洞型损伤的细观统计方法<sup>[6]</sup>。Johnson 采用微观分析法建立了微空洞型损伤的演化方程<sup>[7]</sup>。Curran 与 Rajendran 通过板的撞击实验研究了由于层裂以及损伤发展导致自由面速度的回拉和振动规律<sup>[8,9]</sup>, 建立了损伤演化方程, 通过数值模拟和实验相结合的方法来决定方程中的材料参数。封加波把延性材料中的损伤  $D$  定义为在单位总体积  $V$  中的微孔洞的体积  $V_v$ , 即  $D = V_v/V$ <sup>[10]</sup>, 并在假定实体材料不可压缩后得到了损伤演化方程, 给出了方程中一些参数的明确的物理意义。李永池等根据封加波的思想、但抛弃了实体

[收稿日期] 2005-04-03; 修回日期 2005-05-08

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (10272097)

[作者简介] 曹结东 (1975-), 男, 安徽望江县人, 中国科学技术大学博士研究生

不可压缩的假定，得到了改进的更严密的损伤演化方程<sup>[11]</sup>，并将该方程运用到内爆柱壳的破坏理论和计算模拟中，取得了与试验一致的结果。

综上所述，人们已提出的层裂准则，一类是诸如时率无关的瞬态断裂准则、时率相关的应力率准则、应力梯度准则以及 Tuler-Butcher 损伤积累准则，等等。这类准则的相同点是完全局限在宏观力学领域，可称之为“宏观层裂准则”或“工程层裂准则”。这类准则在工程上被普遍采用。由于这类准则是直接由纯唯象的观点提出来的，即便有“损伤”这一概念，但与真正的材料微观损伤并无直接的定量联系，所以都有一定的局限性，特别是材料参数选取的随意性，缺乏物理依据。另一类是基于材料微观损伤的损伤演化方程和层裂条件。这类准则的共同点是提出了材料在微观上的损伤，大多包含了空穴的成核和长大影响，给出了损伤的演化方程。由于材料参数的选取具有一定的物理依据，能较好地反映真实的损伤发展程度，可称之为“微观层裂准则”。由于损伤的微观性，该类准则往往只能在数值模拟上应用比较方便，若在工程上用作材料动态断裂特性的评估方法，就不太直观和方便。笔者在前人工作的基础上，通过细观统计方法，建立了基于材料微观损伤的材料损伤演化方程和层裂条件，并以此为依据推导了材料的几种宏观层裂准则，使准则的所有参数具有切实的来源和明确的物理意义，便于在工程上应用。通过细观统计的实验方法确定材料参数的实验手段目前尚不具备，为此，笔者采用了通过自由面速度历史（即速度随时间的变化关系）的数值模拟，基于计算结果与试验结果的最佳一致性，得到了损伤演化方程中的材料参数，继而得到各种工程层裂准则中的有关参数。

## 2 损伤演化方程的建立

考虑包含大量空穴、总体积为  $V$  的一块介质，设空穴总体积为  $V_d$ ，实体物质总体积为  $V_s$ ，则  $V = V_s + V_d$ 。定义损伤度为

$$D = \frac{V_d}{V} = \frac{V_d}{V_s + V_d} \quad (1)$$

则

$$\dot{D} = \frac{\dot{V}_d V_s - V_d \dot{V}_s}{(V_s + V_d)^2} \quad (2)$$

从细观统计上分析，损伤的发展主要是空穴成核及空穴长大的贡献，即式 (2) 分子的第 1 项的贡献，而式 (2) 分子的第 2 项的物理意义是实体

部分的膨胀或收缩会导致空穴的减小或增大，相比之下后者对损伤发展的贡献微乎其微，与  $\dot{V}_d, \dot{V}_s$  相比， $V_d, \dot{V}_s$  都是小量， $V_d \dot{V}_s$  是高阶小量，可以忽略，式 (2) 变为

$$\dot{D} = \frac{\dot{V}_d V_s}{(V_s + V_d)^2} \quad (3)$$

并且有

$$\dot{V}_d = \dot{V}_n + \dot{V}_g \quad (4)$$

式中  $\dot{V}_n$  为单位时间内实体介质中因成核引起的新空穴体积，即空穴成核率； $\dot{V}_g$  为单位时间内已有空穴因长大而增加的空穴体积，即空穴长大率。借鉴经典的损伤积累层裂准则的启示，从唯象分析角度，假设：

$$\dot{V}_n = N \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda V_s \quad (5)$$

$$\dot{V}_g = a \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda V_d \quad (6)$$

式中  $\sigma_s$  为层裂处拉应力； $\sigma_0$  为损伤发展即空穴成核和长大的阈值应力，一般取作材料静拉伸断裂强度  $\sigma_b$ ； $\lambda$  为损伤率对相对超阈值应力的依赖指数； $N$  为空穴成核特征频率； $a$  为空穴长大特征频率。 $N$  和  $a$  都是具有单位的物理量，如采用国际基本单位， $N$  和  $a$  的单位都是  $s^{-1}$ 。

把式 (5)、式 (6) 代入式 (4)，再代入式 (3) 可得

$$\dot{D} = \frac{N V_s^2 + a V_d V_s \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda}{(V_s + V_d)^2} \quad (7)$$

将  $V_s = V - V_d$  代入式 (7) 得

$$\dot{D} = \left[ N \left( \frac{V - V_d}{V} \right)^2 + a \frac{V_d}{V} \frac{V - V_d}{V} \right] \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda \quad (8)$$

再将式 (1) 代入式 (8)，得损伤演化方程：

$$\dot{D} = [N(1 - D)^2 + aD(1 - D)] \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda \quad (9)$$

设材料发生宏观层裂的极限损伤值为  $D_c$ ，则层裂条件可写为

$$D = D_c \quad (10)$$

式 (9)、式 (10) 即为笔者建立的损伤演化方程及相应的层裂条件。其中  $N, a, \sigma_0, \lambda, D_c$  均为材料常数； $D_c$  为极限损伤，当损伤达到此值时材料即发生层裂。式 (9) 的物理意义是十分明确的，第 1 项表示空穴成核对损伤发展的贡献，其特点是与未损伤量  $(1 - D)$  的二次方成正比，未损伤量越大，空穴

成核对损伤发展的贡献越大;第2项表示空穴长大对损伤发展的贡献,其特征是与已有损伤  $D$  和未损伤量  $(1-D)$  的乘积成正比,由于  $D+(1-D)=1$ ,故已有损伤与未损伤量越接近,已有损伤越大,空穴长大对损伤发展的贡献也越大。这些趋势在物理上应该是合理的。笔者将通过层裂实验与数值模拟相结合的方法来确定以上5个参数,获得材料在几种宏观层裂准则中的有关参数。

### 3 几种宏观层裂准则的推导

引入损伤并以式(9)、式(10)共同作为材料的层裂准则无疑是比较严谨、科学的,但是将它们作为对材料动态断裂特性的评估方法,在工程上不太直观和方便。为此,笔者由式(9)、式(10)推导出工程上常用的几种层裂准则:应力率准则、应力梯度准则、Tuler-Butcher 积分型损伤积累准则。需要说明的是,引起层裂现象多是由于材料受到爆炸载荷或高速撞击的作用,爆炸载荷引起的层裂处的拉应力历史(即拉应力随时间的变化关系)通常可以近似为线性增长拉应力历史;而高速撞击引起的层裂处的拉应力历史往往可以先近似为线性增长,达到某一极限值后会保持一定时间的矩形恒值形式。当撞击速度足够高时,拉应力在线性增长阶段会使材料发生层裂。所以,笔者建立的几种层裂准则都是基于层裂处的拉应力历史为线性增长或矩形恒值拉应力历史。对于后者,笔者还引入了矩形恒值拉应力的平均应力率和平均应力梯度两个新概念,以使两种情况下的层裂准则具有相同的型式。

#### 3.1 应力率准则

笔者抛弃 Whiteman 等采用的平方根固定的型式,为便于量纲统一而引入参考应力率。改进后的应力率层裂准则型式为

$$\sigma_c = \sigma_0 + B(\dot{\sigma}/\dot{\sigma}_0)^\gamma \quad (11)$$

为了从损伤演化方程得到该准则型式,笔者首先给出层裂处的拉应力历史,将其代入式(9),通过求解微分方程,求出损伤历史  $D(t)$ ,并求出达到  $D(t_c) = D_c$  的  $t_c$ ,再将其回代到拉应力历史中,得到损伤达到极限时刻的层裂应力  $\sigma_c$ ,并做相应的变形使其与式(11)的型式相同,具体如下:

1) 当拉应力历史为线性增长,  $\dot{\sigma}$  为拉应力应力率,则有

$$\sigma_s = \sigma_0 + \dot{\sigma} t \quad (12)$$

将式(12)代入式(9)得

$$\dot{D} = [N(1-D)^2 + aD(1-D)] \left( \frac{\dot{\sigma} t}{\sigma_0} \right)^\lambda \quad (13)$$

式(13)可以变形为可分离变量的常微分方程:

$$\int_{D_0}^{D_c} \frac{dD}{(N-a)D^2 + (a-2N)D + N} = \left( \frac{\dot{\sigma}}{\sigma_0} \right)^\lambda \int_0^{t_c} t^\lambda dt \quad (14)$$

式中  $D_0$  为材料初始损伤,通常可取为0,  $D_c$  即为极限损伤,  $t_c$  为从拉应力达到  $\sigma_0$  开始到最后层裂的时间,简称为层裂时间。为简化书写形式,引入几个新的参数  $a_1, a_2, a_3, a_4, K$ 。这些参数都可以通过式(15)由材料常数直接求出,可见它们都是具有单位的物理量。如采用国际基本单位,  $a_1, a_2, a_3, a_4$  的单位同  $N$  和  $a$  一样,都是  $s^{-1}$ ,而  $K$  的单位则是  $s$ ,是时间的物理量。 $K$  的物理意义将在下面详述。

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= N - a, a_2 = a - 2N, a_3 = N \\ a_4 &= \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3} \\ K &= \ln \left( \left| \frac{2a_1D_c + a_2 - a_4}{2a_1D_c + a_2 + a_4} \right| / \right. \\ &\quad \left. \left| \frac{2a_1D_0 + a_2 - a_4}{2a_1D_0 + a_2 + a_4} \right| \right) / a_4 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(14)的积分结果为

$$K = (\dot{\sigma}/\sigma_0)^\lambda t_c^{(\lambda+1)} / (\lambda+1) \quad (16)$$

由式(16)可解出  $t_c$

$$t_c = [(\sigma_0/\dot{\sigma})^\lambda (\lambda+1)K]^{1/(1+\lambda)} \quad (17)$$

将式(17)代入式(12),得到层裂时刻的拉应力:

$$\sigma_c = \sigma_0 + [\sigma_0^\lambda (\lambda+1)K]^{1/(1+\lambda)} \dot{\sigma}^{1/(1+\lambda)} \quad (18)$$

为使得  $\dot{\sigma}^{1/(1+\lambda)}$  成为无量纲,特引入参考应力率  $\dot{\sigma}_0$ ,式(18)变为

$$\sigma_c = \sigma_0 + [\dot{\sigma}_0 \sigma_0^\lambda (\lambda+1)K]^{1/(1+\lambda)} (\dot{\sigma}/\dot{\sigma}_0)^{1/(1+\lambda)} \quad (19)$$

从而得到在线性增长拉应力历史下改进的应力率层裂准则,其中  $B = [\dot{\sigma}_0 \sigma_0^\lambda (\lambda+1)K]^{1/(1+\lambda)}$ ,  $\gamma = 1/(1+\lambda)$ ,参考应力率  $\dot{\sigma}_0$  一般取作准静态拉伸下的应力率,笔者把层裂应力与损伤阈值应力的差值即  $\sigma_c - \sigma_0$  定义为层裂超应力,式(19)中  $B$  的物理意义即为参考应力率  $\dot{\sigma}_0$  下材料的层裂超应力,  $\gamma$  为层裂超应力对相对应力率的依赖指数。

2) 当拉应力历史为矩形恒值拉应力  $\sigma_c$  时:

$$\sigma_s = \sigma_c \equiv \sigma_0 + \Delta\sigma \quad (\sigma_c \geq \sigma_0) \quad (20)$$

将式(20)代入式(9)得

$$\dot{D} = [N(1 - D)^2 + aD(1 - D)] \left( \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right)^\lambda \quad (21)$$

同上，也可解该微分方程得

$$K = (\Delta\sigma/\sigma_0)^\lambda t_c \quad (22)$$

由式(22)可解出  $t_c$

$$t_c = (\sigma_0/\Delta\sigma)^\lambda K \quad (23)$$

若定义该矩形恒值拉应力的平均应力率  $\dot{\sigma} = \Delta\sigma/t_c$ ，则有

$$\Delta\sigma = \dot{\sigma} t_c = \dot{\sigma} (\sigma_0/\Delta\sigma)^\lambda K \quad (24)$$

由式(24)直接解得

$$\Delta\sigma = [\sigma_0^\lambda K]^{1/(1+\lambda)} \dot{\sigma}^{1/(1+\lambda)} \quad (25)$$

将式(25)代入式(20)，同样引入平均参考应力率  $\dot{\sigma}_0$  得

$$\sigma_c = \sigma_0 + [\dot{\sigma}_0 \sigma_0^\lambda K]^{1/(1+\lambda)} (\dot{\sigma}/\dot{\sigma}_0)^{1/(1+\lambda)} \quad (26)$$

从而得到在矩形恒值拉应力历史下改进的应力率层裂准则，其中  $B = [\dot{\sigma}_0 \cdot \sigma_0^\lambda K]^{1/(1+\lambda)}$ ， $\gamma = 1/(1+\lambda)$ ， $B$  的物理意义为参考平均应力率  $\dot{\sigma}_0$  下材料的层裂超应力， $\gamma$  为层裂超应力对相对应力率的依赖指数。

笔者不仅推导出了以上应力率层裂准则，还根据推导结果得出以下几个有意义的规律：

第一，同一材料在应力率或平均应力率增加到原来的  $n$  倍时，层裂超应力，即  $\sigma_c - \sigma_0$  增加到原来的  $n^{1/(1+\lambda)}$  倍；层裂时间即  $t_c$  减小到原来的  $1/n^{-\lambda/(1+\lambda)}$ 。

第二，同一材料如果在线性增长拉应力历史下的层裂应力为  $\sigma_c$ ，若采用与该  $\sigma_c$  相等的矩形恒值拉应力，后者的平均应力率将是前者的应力率的  $(1+\lambda)$  倍，后者的层裂时间  $t_c$  则是前者的  $1/(1+\lambda)$ 。

第三，当同一材料分别受到线性增长和矩形恒值拉应力历史时，如果前者的应力率等于后者的平均应力率，则前者的层裂超应力以及层裂时间都等于后者的  $(1+\lambda)^{1/(1+\lambda)}$  倍。这些结论在物理上应该是合理的。

### 3.2 应力梯度准则

应力梯度层裂准则的型式为

$$\sigma_c = \sigma_0 + A(d\sigma/dx)^n \quad (27)$$

为了得到该准则型式，笔者利用关系  $\dot{\sigma} = U d\sigma/dx$ ，3.1节推导的应力率层裂准则即可方便推出应力梯度层裂准则。

1) 拉应力历史为线性增长， $\dot{\sigma}$  为拉应力应力率，式(19)变为

$$\sigma_c = \sigma_0 + [U\sigma_0^\lambda(\lambda+1)K]^{1/(1+\lambda)} (d\sigma/dx)^{1/(1+\lambda)} \quad (28)$$

从而得到在线性增长拉应力历史下的应力梯度层裂准则，其中  $A = [U\sigma_0^\lambda(\lambda+1)K]^{1/(1+\lambda)}$ ， $n = 1/(1+\lambda)$ 。

2) 当拉应力历史为矩形恒值拉应力  $\sigma_c$  时，同前，若定义该矩形恒值拉应力的平均应力梯度  $d\sigma/dx = \Delta\sigma/(Ut_c)$ ，则有平均应力率  $\dot{\sigma} = Ud\sigma/dx$ ，式(26)变为

$$\sigma_c = \sigma_0 + [U\sigma_0^\lambda K]^{1/(1+\lambda)} (d\sigma/dx)^{1/(1+\lambda)} \quad (29)$$

从而得到在矩形恒值拉应力历史下的应力梯度层裂准则，其中  $A = [U\sigma_0^\lambda K]^{1/(1+\lambda)}$ ， $n = 1/(1+\lambda)$ 。

### 3.3 Tuler-Butcher 损伤积累准则

Tuler-Butcher 损伤积累准则的型式为

$$\int_0^{t_c} (\sigma_s - \sigma_0)^\lambda dt = K_f \quad (30)$$

为了得到该型式，笔者将式(9)写成分离变量的积分形式：

$$\int_0^{D_c} \frac{dD}{(N-a)D^2 + (a-2N)D + N} = \int_0^{t_c} \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda dt \quad (31)$$

同前，也可解该积分方程得

$$\int_0^{t_c} (\sigma_s - \sigma_0)^\lambda dt = \sigma_0^\lambda K \quad (32)$$

从而得到 Tuler-Butcher 损伤积累层裂准则，其中材料参数  $K_f = \sigma_0^\lambda K$ ，为使材料参数成为具有明确意义的物理量，将该准则变形为

$$\int_0^{t_c} \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_0} - 1 \right)^\lambda dt = K \quad (33)$$

这就是 Tuler-Butcher 损伤积累准则的更实用型式。由于左边的积分变量是无量纲， $K$  是一个与  $t$  一样具有时间单位的物理量，这与前面关于  $K$  的物理量的说明是一致的。式(33)还说明， $K$  的物理意义可理解为矩形恒值拉应力等于  $2\sigma_0$  时材料的层裂时间  $t_c$ ，该意义在式(23)中也能得到相同的体现。

值得一提的是，目前在冲击动力学方面的大型商业软件如 Ls-dyna 等都提供了 Tuler-Butcher 损伤积累准则<sup>[12]</sup>，若让 Ls-dyna 中有关 Tuler-Butcher 准则的材料参数通过笔者所建损伤演化方程的参数推导而得到，则与嵌入笔者的损伤演化方程是等价的，从而为研究多维问题时使用商业软件进行研究提供了方便。

## 4 材料常数的确定

笔者通过唯象分析与细观统计相结合的方法建

立了基于材料微观损伤的材料损伤演化方程，鉴于目前尚不具备利用细观统计的实验方法来确定材料参数，而采用了层裂实验和应力波数值模拟相结合的方法，应用嵌入损伤演化方程的一维应变波计算程序，模拟由层裂实验得到的材料样品自由面质点的速度时程曲线，并基于计算结果与试验结果之间的最佳一致性，得到了损伤演化方程中的材料参数和极限损伤数值，即  $N, a, \sigma_0, \lambda, D_c$ ；继而利用式(15)、式(19)、式(26)、式(28)、式(29)和式(32)，得到各种宏观层裂准则中的有关参数，即  $B, \gamma, A, n, K_f, K$ 。

关于层裂的数值模拟方法详见文献[13]，这里只给出 2 种钢的自由面时程曲线实验结果和计算结果，如图 1、图 2 所示。

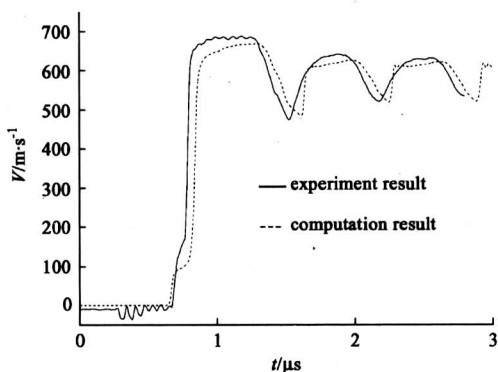


图 1 D6AC 钢自由面速度时程曲线  
Fig.1 Free-surface velocity of D6AC steel

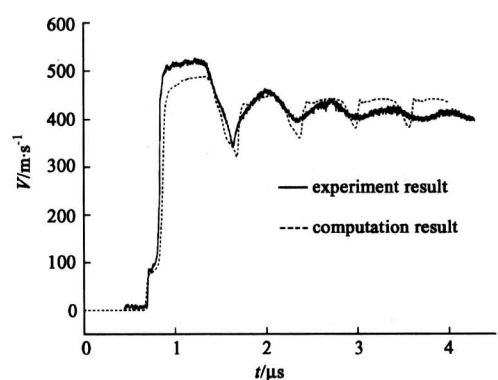


图 2 921 号钢自由面速度时程曲线  
Fig.2 Free-surface velocity of 921 steel

通过对比，可以看到模拟结果是令人满意的，曲线的变化趋势也取得了满意的结果，所得到的最终材料参数见表 1。

不论在工程上采用哪种宏观层裂准则，只要材

料参数是通过笔者的相应公式求得的，都与笔者建立的基于微观上的损伤演化方程和微观层裂条件是等价的。以应力率准则为例，采用表 1 的材料参数，很容易得到两种钢的  $\sigma_c - \dot{\sigma}$  曲线，见图 3、图 4，其中线 1 和线 2 分别表示在线性增长和矩形恒值拉应力下的曲线。通过曲线可以直观地看出由上述推导关系所总结的层裂规律。

表 1 2 种钢的损伤演化方程及层裂准则中的材料参数

Table 1 Material damage parameters of two kinds of steel

材料	D6AC 钢	921 号钢
$a/s^{-1}$	$7.8 \times 10^5$	$7.6 \times 10^5$
$N/s^{-1}$	10	20
$\sigma_0/MPa$	500	450
$\lambda$	2.9	2.7
$D_c$	0.3	0.3
$\dot{\sigma}_0/MPa \cdot s^{-1}$	100	100
线性下 $B/MPa$	26.4	20.3
矩形下 $B/MPa$	18.62	14.25
$\gamma$	0.256 4	0.27
$K_f$	$2.253 \times 10^{20}$	$2.95 \times 10^{18}$
$K/s$	$1.336 \times 10^{-5}$	$1.276 \times 10^{-5}$

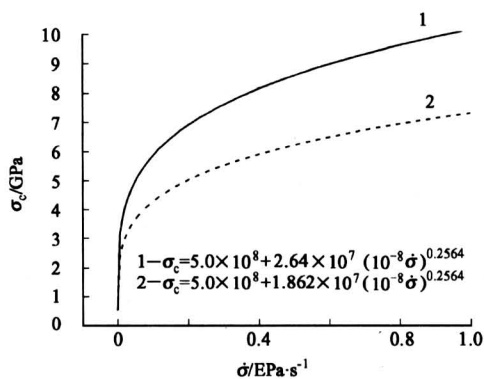


图 3 D6AC 钢应力率层裂准则  $\sigma_c - \dot{\sigma}$   
Fig.3 Spallation criterion of D6AC steel

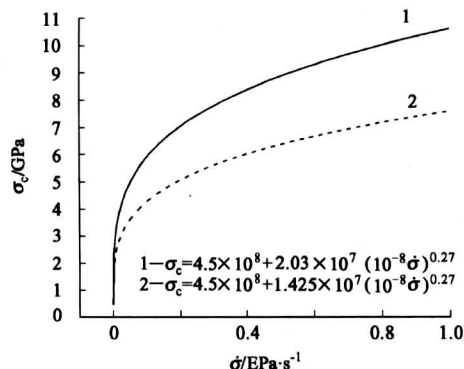


图 4 921 号钢应力率层裂准则  $\sigma_c - \dot{\sigma}$   
Fig.4 Spallation criterion of 921 steel

## 5 结论

1) 笔者综述了一些典型的层裂准则,分析了它们的异同并做了合理的分类。

2) 通过唯象分析与细观统计相结合的方法,建立了一种韧性材料基于材料微观损伤的损伤演化方程。

3) 由微观上的损伤演化方程和层裂条件推导出工程上的几种宏观层裂准则。

4) 通过系统的数值模拟,由实验测量得到的自由面速度时程曲线确定了损伤演化方程和层裂条件中的材料参数,继而得到了几种工程上层裂准则的有关参数。计算结果与实验结果取得了满意的一致性,说明新的损伤演化方程和推导的层裂准则是合理的,决定材料参数的方法是有效的。

### 参考文献

- [1] Rinehart J S. Some quantitative data bearing on the scabbing of metals by an explosive attack [J]. J Appl Phys, 1951, 22 (3): 555~562
- [2] Whiteman P. Preliminary report on the effect of stress rate on the dynamic fracture in steel, brass and aluminium [R]. 1962, AWRE SWAN-10/61
- [3] Thurstan R S, Mudd W L. Spallation criterion for numerical computational data [R]. 1968, LA-4013, TID-4500
- [4] Davison L, Stevens A L. Continuum measures of spall damage [J]. J Appl Phys, 1972, 43 (2): 988
- [5] Tuler F R, Butcher B M. A criterion for the time - dependent of dynamic fracture [J]. J Fra Mech, 1968, 4 (3): 431~440
- [6] Seaman L, Curran D R, Shochey D A. Computational models for ductile and Brittle fracture [J]. J Appl Phys, 1976, 47 (11): 4814~4826
- [7] Johnson J N. Tensile plasticity and ductile fracture [J]. J Appl Phys, 1988, 64 (12): 6699~6711
- [8] Curran D R, Seaman L, Shochey D A. Dynamic fracture of solids [J]. Physics Reports, 1987, 147 (5, 6): 253~388
- [9] Rajendran A M, Dietenberger M A, Grove D J. A void growth-based failure model to describe spallation [J]. J Appl Phys, 1989, 65 (4): 1521~1527
- [10] 封加波. 金属动态延性破坏的损伤度函数模型 [D]. 北京理工大学, 1992
- [11] 李永池, 李大红, 魏志刚, 等. 内爆炸载荷下圆管变形、损伤和破坏规律的研究[J]. 力学学报, 1999, 31 (4): 442~449
- [12] Ls-dyna. Theoretical Manual [M]. Lstc, May 1998
- [13] Li Yong-chi, Tan Fu-li, Guo Yang, et al. Determination of the damage evolution equation and spallation criterion of metals [J]. Journal of Ningbo University, 2003, 16 (4): 443~447

## Research of the Damage Evolution Equation and Spallation Criterion

Cao Jiedong, Li Yongchi

(Department of Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**[Abstract]** In this paper, a new kind of damage evolution equation is presented by the method of phenomenological analysis and microscopic statistics. And on the basis of this several spallation criterions are established, which are used easily in engineering. By the numerical simulations of the free surface velocity histories and based on the best consistence between the computational results and the experimental ones, the material parameters in the damage evolution equation and the spallation criterion are obtained. The satisfactory agreement between the computational results and the experimental ones show that the new form of damage evolution equation and the spallation criterion are reasonable, and the method of determining the material parameters is effective.

**[Key words]** damage evolution equation; spallation criterion; numerical simulation