

新型碳酚醛材料动静态力学性能和本构关系研究

张 泰，王肖钧，王志海，郭 扬，王元博

(中国科技大学力学和机械工程系，合肥 230027)

[摘要] 研究了碳纤维增强酚醛复合材料在不同温度下的动静态压缩力学性能，碳酚醛材料不但是应变率敏感材料，也是温度相关材料；提出了一个非线性粘弹性本构方程，通过对实验应力-应变曲线的拟合给出了本构方程的材料参数，讨论了温度对本构方程参数的影响；分析了材料力学行为的时温等效性，给出了不同加载条件下的时温等效曲线。

[关键词] 碳酚醛；力学性能；粘弹性；本构模型；时温等效

[中图分类号] O347.1；TQ323 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2006)05-0063-06

1 前言

碳酚醛复合材料成本相对低廉，并且防热、耐烧蚀，通常作为功能材料应用于火箭和导弹飞行器的防热部位，但是其强度较低，应用范围受到限制。近年来，随着高性能酚醛树脂的开发，碳酚醛复合材料的力学性能有了较大改善，有逐渐取代碳/环氧材料之势，并广泛应用于火箭发动机助推器蒙皮和固体火箭柔性接头增强件等关键部位。

随着碳酚醛复合材料应用范围的扩大和新型碳酚醛材料的不断推出，有关其力学性能的研究，尤其是高应变率和高温环境下力学性能的研究，成为十分迫切的课题。传统的纤维增强复合材料力学性能研究主要集中于常温和低应变率范畴。虽然也有一些高应变率方面的工作，如 T. E. Tay 和 S. T. Sun 等进行的玻璃纤维复合材料实验与理论研究^[1~3]，但依然远远跟不上实际工程的需要。纤维增强复合材料本身的多样性和结构上的复杂性决定了其本构关系研究的难度。笔者基于这一情势，根据实际需要，对一种新型碳酚醛材料开展了动静态力学性能的实验与理论研究。由于实际应用中碳酚醛复合材料主要受到离面方向的冲击载荷作用，因

此以离面方向压缩力学性能研究为重点，进行了不同温度下材料力学行为的实验研究。结果表明，该材料不但是应变率敏感材料，也是温度相关材料。在实验基础上，提出了适用于不同应变率区段的率相关本构方程，并拟合了方程中的材料参数，进而研究了温度对参数的影响。最后对材料的时温等效现象进行了讨论和分析。

2 实验装置及试件描述

笔者采用 MTS 装置和 SHPB 装置对碳酚醛材料的动静态力学行为做了较系统的研究^[4]。试件为碳纤维增强酚醛树脂复合材料，如图 1 所示。纤维分层铺设，面内正交，加载方向沿图 2 中的 x_1 方向（离面方向），或纤维铺设方向，即 x_2 ， x_3 方向（面内方向）。圆柱体试件的准静态压缩试件尺寸为 $\phi 8 \times 14$ mm，动态压缩试件尺寸为 $\phi 12 \times 5$ mm。

3 实验结果及分析

3.1 静态压缩实验

MTS 实验应变率范围在 $10^{-4} \sim 10^0$ /s，温度分别为室温、150℃和300℃。MTS 实测应力应变曲线如图 3、图 4 所示。可知：

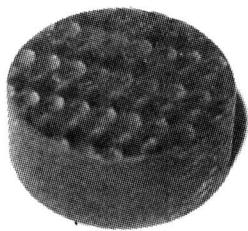


图 1 碳酚醛试件

Fig.1 Carbon/phenolic specimen

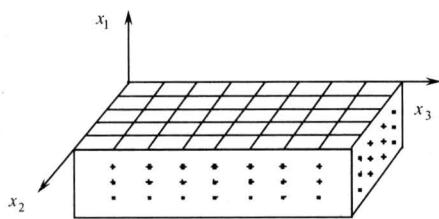


图 2 试件纤维取向及加载方向

Fig.2 Fiber direction and loading direction of specimen

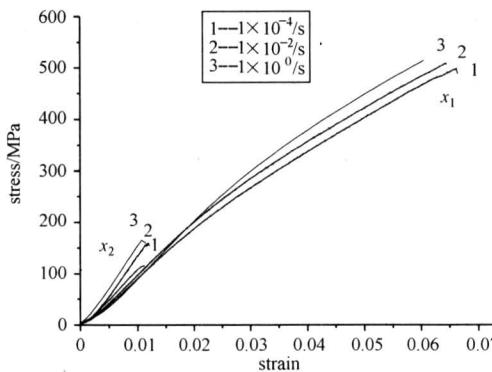


图 3 常温下离面和面内方向应力应变曲线

Fig.3 Stress-strain curves at normal temperature

1) 碳酚醛材料具有明显的各向异性特征。虽然在离面方向 x_1 的弹性模量要小于面内方向 x_2 ，但其破坏应力和应变均远高于 x_2 方向，因而在 x_1 方向具有更高的压缩吸能特性。

2) 材料在低应变率下类似于弹性行为，即材料在加载过程中，无论离面方向或面内方向都没有出现明显的塑性变形。

3) 材料在低应变率下表现出一定的应变率硬化效应和温度软化效应。随着应变率的提高，材料应力应变曲线略有上升，破坏强度也随之提高。在同一应变率下，随着温度的升高（图 4），材料的破坏强度有所降低。因此，就材料响应而言，降低

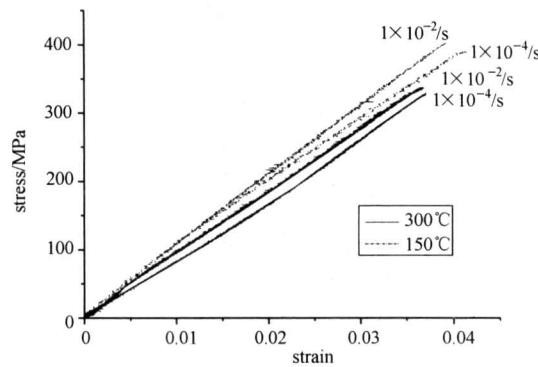


图 4 高温下离面方向应力应变曲线

Fig.4 Stress-strain curves at high temperature

应变率与升高温度间存在一定的等价性。

3.2 离面方向动态压缩实验

冲击加载实验在 SHPB 装置上进行，其应变率范围在 $500 \sim 1300/s$ 之内，由于实验条件的限制，只进行了常温实验。离面方向实测的应力应变曲线如图 5 所示：

- 1) 与 MTS 实验结果类似，碳酚醛材料在高应变率下没有出现明显的塑性变形。但是应力应变曲线的非线性行为比 MTS 实验结果显著。
- 2) 随着应变率的提高，材料应力应变曲线略有上升，破坏强度也随之提高。
- 3) 材料的动态破坏强度比准静态破坏强度高。在实验应变率范围内，SHPB 实验的平均破坏强度大约比 MTS 实验结果高出 13 %。

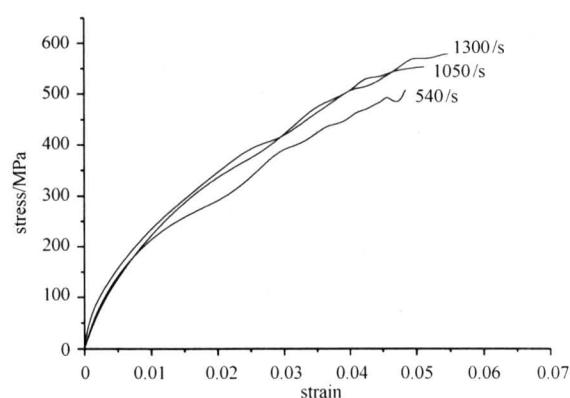


图 5 常温下不同应变率的应力应变曲线

Fig.5 Stress-strain curves of different strain rates at normal temperature

4 离面方向压缩本构模型研究

以上实验结果表明，材料力学行为与应变率和温度有关，可以通过热粘弹性本构模型予以描述。

实验中，小应变假定不能满足，线性理论不再适用，因此需要建立更有普遍意义的非线性粘弹性理论。

根据 Green-Rivlin 理论，非线性粘弹性材料的本构方程可展开成多重积分^[5]：

$$\begin{aligned}\sigma(t, T) = & \int_{-\infty}^t \varphi_1(t - \tau_1; T) \dot{\epsilon}(\tau_1) d\tau_1 + \iint_{-\infty}^t \varphi_2(t - \\& \tau_1, t - \tau_2; T) \dot{\epsilon}(\tau_1) \dot{\epsilon}(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\& \iiint_{-\infty}^t \varphi_3(t - \tau_1, t - \tau_2, t - \tau_3; T) \cdot \\& \dot{\epsilon}(\tau_1) \dot{\epsilon}(\tau_2) \dot{\epsilon}(\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots \quad (1)\end{aligned}$$

其中 $\varphi_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ 是材料松弛函数，它们同时依赖于时间和温度：

$$\varphi_i = \phi_i(t; T) \quad i = 1, 2, 3 \dots$$

利用 Boltzmann 叠加原理可以说明式 (1) 中各项的物理意义。第 1 项是时刻 τ_1 开始的应变增量对现时刻 t 响应行为的影响，为线性项，所谓线性是指响应对应变历史的依赖是线性的，允许 σ 对现时刻应变的非线性依赖关系；第 2 项是材料在受载中，任两个时刻 τ_1, τ_2 开始的应变增量对现时刻 t 响应行为的积累效应；以后各项亦然。

不同材料 φ_i 有不同的形式，以表现不同的粘弹性。实际材料内部结构的复杂性决定了其细观结构单元的多重性。从力学松弛的角度来说，材料的松弛过程与内部结构有关。不同运动单元的运动需要不同尺度的时间来完成，因此需要一个很宽的松弛谱来描述。但是实际上 $\varphi_i(t)$ 在不同时间和不同应变率区段内往往存在着某一起主导作用的松弛时间，因此可以用离散的松弛谱代替连续谱，并通过材料性能实验对具体函数形式予以确定。

简单地将材料的松弛时间按其数量级大小分成若干组（例如 n 组），则式 (1) 中材料松弛函数可写成

$$\varphi_i = \sum_{l=1}^n \varphi_i^{(l)} + \varphi_i^R,$$

式中 $\varphi_i^{(l)}$ ($l = 1, \dots, n$) 表示与不同数量级的松弛时间相对应的松弛函数； φ_i^R 表示松弛时间为无限大的已松弛项。取 $n = 3$ ，将松弛函数中具有记忆效应的部分看成三部分之和，分别对应于高应变率、低应变率和松弛实验中所表现出来的粘弹效应，于是：

$$\varphi_i = \varphi_i^{(1)} + \varphi_i^{(2)} + \varphi_i^{(3)} + \varphi_i^R \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

类似于酚醛树脂类复合材料，在常温下完成一

次应力松弛实验大约需要几天甚至更长时间。因此，与 MTS 或 SHPB 实测时间尺度相比，可以视 $\varphi_i^{(3)}$ 为常数。唐志平指出^[6]，粘弹性材料中的非线性响应主要由较大应变阶段的非线性弹性所引起。因此，可以假定线性项 φ_1 是由包括 2 个互不耦合的具有不同松弛时间的 Maxwell 体构成，其松弛函数为 $\varphi_1^{(1)} = E_1 e^{-\frac{1}{\theta_1}(t-\tau_1)}$, $\varphi_1^{(2)} = E_2 e^{-\frac{1}{\theta_2}(t-\tau_1)}$ ，分别代表材料低应变率和高应变率的响应模态，其中 E_1, E_2 表示弹簧的杨氏模量， θ_1, θ_2 表示粘滞的松弛时间。材料的非线性作用项 φ_2 和 φ_3 为纯弹性项，于是式 (1) 可以表示成：

$$\sigma(t, T) = \int_0^t [E_1 e^{-\frac{1}{\theta_1}(t-\tau_1)} + E_2 e^{-\frac{1}{\theta_2}(t-\tau_1)}] \dot{\epsilon}(\tau_1) d\tau_1 + \alpha \epsilon(t) + \beta \epsilon^2(t) + \gamma \epsilon^3(t) \quad (3)$$

式中 $\alpha = \varphi_1^{(3)} + \varphi_1^R, \beta = \varphi_2, \gamma = \varphi_3$ 。

式 (3) 表明，材料中需要比较长的时间才能完成松弛过程的运动单元，短时间内表现为纯弹性性质。

4.1 材料参数的实验拟合

式 (3) 中的材料参数可以通过 MTS 实验和 SHPB 实验予以确定。

MTS 实验着重于低应变率范围，与 MTS 实验中表现的松弛时间 θ_1 相比， $\theta_2 \approx (10^{-3} \sim 10^{-5}) \theta_1$ ，因此可以忽略 $\varphi_1^{(2)}$ 的作用，式 (3) 成为：

$$\begin{aligned}\sigma = & \int_0^t E_1 e^{-\frac{1}{\theta_1}(t-\tau)} \dot{\epsilon}(\tau) d\tau + f_T(\epsilon), \\ f_T(\epsilon) = & \alpha \epsilon + \beta \epsilon^2 + \gamma \epsilon^3\end{aligned} \quad (4)$$

对于温度敏感材料，式中的材料常数应该是温度的函数，积分式 (4) 得：

$$\sigma = \alpha \epsilon + \beta \epsilon^2 + \gamma \epsilon^3 + E_1 \theta_1 \epsilon [1 - e^{-\frac{\epsilon}{\theta_1}}] \quad (5)$$

利用 MTS 的实验结果可以拟合出式 (5) 中的参数 $\alpha, \beta, \gamma, E_1, \theta_1$ ，如表 1 所示。

α 是静态杨氏模量，它随温度的升高而降低，说明温度对弹性模量的软化作用； θ_1 是松弛时间，温度越高，松弛时间越短，因此该材料具有时温等效性。上述参数应该都是温度的函数，但只进行了几个有限温度下的实验，难以给出准确的表达式。倘若对 α 和 θ_1 进行实验拟合，发现在半对数坐标系里，它们可以表示为：

$$\alpha = \alpha_0 + K_\alpha \log(T/T_0) \quad (6)$$

$$\theta_1 = \theta_0 + K_\theta \log(T/T_0) \quad (7)$$

式中 $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $\alpha_0 = 10495.1 \text{ MPa}$, $K_\alpha = -1262.9 \text{ MPa}$, $\theta_0 = 1.172 \text{ s}$, $K_\theta = -0.311 \text{ s}$ 。拟合曲线如图 6、图 7 所示。

表 1 准静态实验中拟合的材料常数

Table 1 Coefficients by fitting quasi-static experiments

| 参数 | α/MPa | β/MPa | γ/MPa | θ_1/s | E_1/MPa |
|--------|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------|------------------|
| 常温 | 10 495 | -34 200 | -253 700 | 1.17 | 1 065 |
| 150 °C | 9 412 | 42 508 | -757 100 | 0.91 | 1 495 |
| 300 °C | 8 995 | -31 550 | 840 000 | 0.80 | 1 493 |

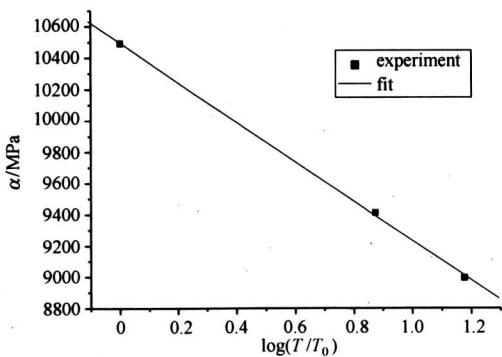


图 6 α 与温度关系拟合曲线

Fig. 6 Fitting curve of relation between α and temperature

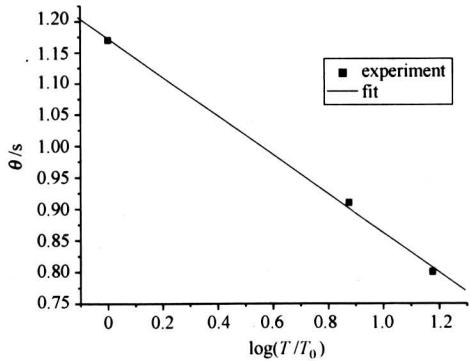


图 7 θ 与温度关系拟合曲线

Fig. 7 Fitting curve of relation between θ and temperature

SHPB 实验着重于高应变率范围, 高应变率下材料的松弛时间 θ_2 通常在 $10^{-3} \sim 10^{-5} \text{ s}$ 量级, 因此与 θ_2 相比, 可以视 $\theta_1 \approx \infty$, 于是式 (3) 成为:

$$\sigma = \int_0^t E_2 e^{-\frac{1}{\theta_2}(t-\tau)} \dot{\epsilon}(\tau) d\tau + f_T(\epsilon),$$

$$f_T(\epsilon) = \bar{\alpha}\epsilon + \bar{\beta}\epsilon^2 + \bar{\gamma}\epsilon^3 \quad (8)$$

式中 $\bar{\alpha} = \alpha + E_1$, $\bar{\beta} = \beta$, $\bar{\gamma} = \gamma$ 。积分式 (8) 得:

$$\sigma = \bar{\alpha}\epsilon + \bar{\beta}\epsilon^2 + \bar{\gamma}\epsilon^3 + E_2 \theta_2 \dot{\epsilon} [1 - e^{-\frac{\epsilon}{\theta_2}}] \quad (9)$$

利用 SHPB 的实验曲线可以获得式 (9) 的参数 E_2 和 θ_2 , $E_2 = 16828 \text{ MPa}$, $\theta_2 = 5.06 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。

4.2 本构方程对实验曲线的拟合

基于以上分析可知, 碳酚醛材料的本构关系在应变率为 $(10^{-4} \sim 10^3) / \text{s}$ 范围内可以表示为:

$$\sigma = \alpha\epsilon + \beta\epsilon^2 + \gamma\epsilon^3 + E_1 \theta_1 \dot{\epsilon} [1 - e^{-\frac{\epsilon}{\theta_1}}] + E_2 \theta_2 \dot{\epsilon} [1 - e^{-\frac{\epsilon}{\theta_2}}] \quad (10)$$

式中参数可通过 MTS 和 SHPB 实验获得, 见表 2。

表 2 常温实验中拟合的材料常数

Table 2 Coefficients by fitting dynamic experiments at normal temperature

| α/MPa | β/MPa | γ/MPa | θ_1/s | E_1/MPa | θ_2/s | E_2/MPa |
|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------------|------------------|
| 10 495 | -34 200 | -253 700 | 1.17 | 1 070 | 5.06×10^{-6} | 16 828 |

图 8、图 9 分别给出了常温下离面方向准静态和动态的实验曲线以及由本构方程给出的理论曲线的比较。可见给出的本构方程可以很好地描述碳酚醛材料在不同应变率区段的应力应变行为。

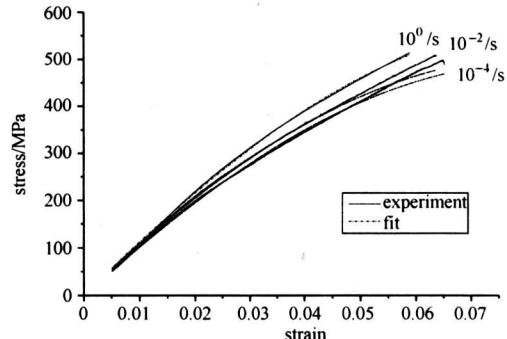


图 8 常温时准静态本构关系拟合结果

Fig. 8 Fitting results of quasi-static constitutive relationship at normal temperature

4.3 时温等效性分析

同一个力学松弛行为既可以在较高的温度和较短的时间表现出来, 也可以在较低的温度和较长的时间表现出来, 这种等效性质称为时温等效^[7]。实验表明, 式 (10) 的材料参数大多是温度的函数, 但是要获得函数的具体表达式需要做大量的实验。时温等效性研究有助于建立常温实验与高温实验的关系, 通过常温实验预测材料的高温响应特性。

热流变简单材料的基本假设为存在时温等效因

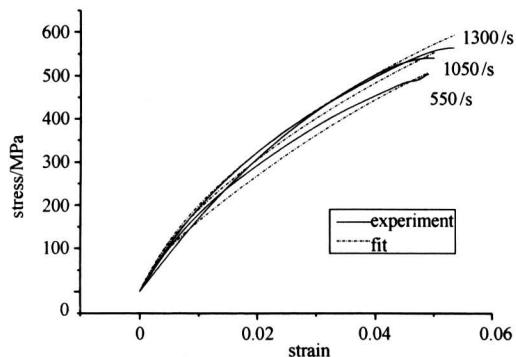


图9 常温时冲击加载本构关系拟合结果
Fig.9 Fitting results of dynamic constitutive relationship at normal temperature

子 $a(T)^{[s]}$:

$$a(T) = \xi/t \text{ 或 } \xi = a(T)t \quad (11)$$

使得任意环境温度 T 下等温过程的松弛函数 $\varphi(T, t) = \varphi(\xi)$, 也就是说, 若在参考温度 T_0 下的本构方程为:

$$\sigma = \int_0^t \varphi(t - \tau) \dot{\epsilon} d\tau \quad (12)$$

则热流变简单材料在温度 T 下的本构方程成为:

$$\sigma = \int_0^\xi \varphi(\xi - \xi') \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi'} d\xi' \quad (13)$$

式中 $\xi = a(T)t, \xi' = a(T)\tau$ 。

热流变简单材料的结果是针对线粘弹性导出的。可以推想, 碳酚醛材料本构关系的非线性项仅表现在弹性响应上, 因此可以通过引入时温等效因子 $a(T)$, 将材料本构方程改写为:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma - f_i(T, \epsilon)}{E_i(T)} = \int_0^\xi \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi'} e^{-\frac{\xi-\xi'}{a(T)\theta_i}} d\xi' \quad (14)$$

式中 $\bar{\sigma}$ 是用来描述材料热粘性响应的无量纲超应力; $\theta_i = \eta_i/E_i$, $i = 1, 2$, 分别对应于准静态和动态情形。再引入无量纲参量 $Z = \dot{\epsilon}\theta_i(T) = \frac{\partial \epsilon}{\partial t}\theta_i(T)$, 则 T 和 t 不再作为两个独立的变量出现, 在恒温、恒应变率实验中, Z 为常量, 式(14)成为:

$$\bar{\sigma}/Z = 1 - e^{-\frac{\xi}{Z}} \quad (15)$$

式(15)表明, 以 Z 为参量的所有实验点必须符合统一的应力应变曲线。图10便是在无量纲坐标系 $\frac{\sigma}{Z} - \frac{\epsilon}{Z}$ 里不同应变率和不同温度下的实验点与理论曲线式(15)的比较。可见实验结果符合时温等效规律, 这对于今后研究该材料的力学响应行

为有一定的参考价值。

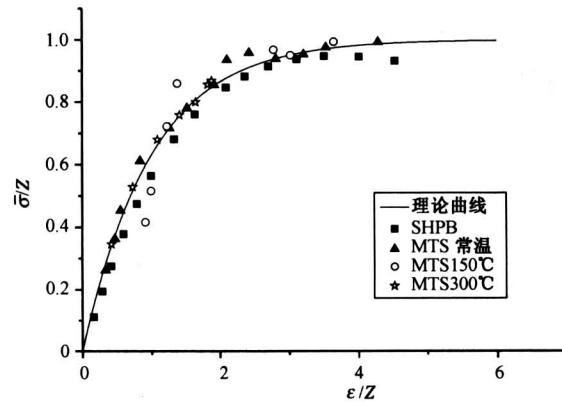


图10 时温等效性曲线

Fig.10 Curves of time-temperature equivalent law

5 结语

笔者较系统地研究了碳酚醛材料离面方向的动静态压缩力学性能。结果表明, 该材料有明显的应变率效应和温度效应。利用热粘弹性理论建立了率相关的本构模型, 同时研究了模型中的一些参数与温度的相关性。最后研究了高、低应变率下材料统一的时温等效规律。

参考文献

- [1] Tay T E, Ang H G, Shim V P W. An empirical strain rate-dependent constitutive relationship for glass-fibre reinforced epoxy and pure epoxy [J]. Composite Structures, 1995, 33(4): 201~210
- [2] Thiruppukuzhi S V, Sun C T. Models for the strain-rate-dependent behavior of polymer composites [J]. Composites Science and Technology, 2001, 61(1): 1~12
- [3] Thiruppukuzhi S V, Sun C T. Testing and modeling high strain rate behavior of polymeric composites [J]. Composites Part B: Engineering, 1998, 29(5): 535~546
- [4] Lai Ninan, Tsai J, Sun C T. Use of split Hopkinson pressure bar for testing off-axis composites [J]. International Journal of Impact Engineering, 2001, 25(3): 291~313
- [5] 王礼立, 余同希, 李永池. 冲击动力学进展[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1992. 88~116
- [6] 唐志平. 高应变率下环氧树脂的力学性能研究[R]. 合肥: 中国科学技术大学, 1981
- [7] 徐大本. 环氧树脂在高应变率下的时温等效和热粘弹性本构方程[R]. 合肥: 中国科学技术大学, 1984

Research on the Quasi-static and Dynamic Properties and Constitutive Relation of Carbon Fiber-reinforced Phenolic Composite

Zhang Tai, Wang Xiaojun, Wang Zihai, Guo Yang, Wang Yuanbo

(University of Science and Technology of China, Department of Mechanics
and Mechanical Engineering, Hefei 230027, China)

[Abstract] The quasi-static and dynamic compression properties of carbon fiber-reinforced phenolic composite are investigated by a series of MTS and SHPB tests. The results show that the material is rate-dependent and temperature-dependent. A new nonlinear viscoelastic constitutive model is proposed and the coefficients in the constitutive equation are obtained by the experiment stress-strain curves. The influence of temperature on the constitutive equation is remarkable, and its effects can be described by the material parameters related to temperature. Based on the consideration that the responses of the material to reducing strain rate and raising temperature are similar, the time-temperature equivalent law is investigated and the corresponding equivalent curve under different loading conditions is approached.

[Key words] carbon fiber-reinforced phenolic composite; dynamic properties; viscoelasticity; constitutive model; time-temperature equivalent law

(cont. from p.51)

An Adaptive Demodulation Method for BPSK Signals

Li Yanxin^{1,2}, Hu Aiqun¹, Song Yubo¹

(1. Research Center of Information Security, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

[Abstract] The paper presents a novel method for demodulating the binary phase shift keying (BPSK) signals basing on adaptive filtering. The commonly used least mean square (LMS) error adaptive filtering algorithm is employed for studying the demodulating procedure and the performance of the novel adaptive BPSK demodulation. The novel adaptive BPSK demodulation does not need the adaptive filter completing convergence. The performance of the method in theory is compared with computer simulating results. It shows that the error rates in simulation agree well with that in theory. Also, it is indicated that the demodulation method has many advantages over conventional ones, such as the powerful anti-noise ability, the small transfer delay, and the convenient implementation with DSP technology, and has lower error rates than correlation modulation at the same sample rate.

[Key words] digital communications; adaptive signal processing; demodulation; BPSK