

以土体应力状态计算边坡安全系数的方法

王国体

(合肥工业大学, 合肥 230009)

[摘要] 土坡的稳定分析一直是沿着条分法的思路发展的。由于对土体应力状态条件的忽视和条分法本身的缺陷, 使得条分法得到的安全系数在工程中的应用面临激烈的挑战。土体不同条件下的应力状态表现为 K_0 效应和变化, 它对坡体的安全度影响不可忽视。笔者以考虑土体应力状态为条件, 应用土的库伦强度定律和摩尔-库伦准则, 推导出平面土坡的安全系数计算公式, 与条分法的安全系数对比结果说明这种方法具有概念明确、计算简便、定性可靠的重要特点, 可以直接提供于工程应用和参考。

[关键词] 侧应力系数 K_0 ; 初始应力状态; 稳定安全系数公式

[中图分类号] O34 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2006)12-0080-05

1 引言

土坡稳定或滑坡的出现是土坡坡体内部应力和强度作用的核心问题或它们变化的结果。土体应力状态及其变化应是坡体稳定及其变化的先决条件。在对坡体进行安全性评价过程中, 坡体的应力状态被忽视了, 应力状态的变化过程被舍弃了, 因而工程中的坡体稳定分析方法都是建立在以分条为基础的, 稳定分析计算的结果——安全系数是土坡稳定的基本反映和评价依据。然而, 土坡的安全性应与应力状态相关, 是随应力状态的变化而变化的, 应当建立土坡与其应力状态及其变化相适应的评价方法。

目前在工程实际应用中, 评价土坡稳定性广泛使用的方法是极限平衡分析方法——条分法。长期以来, 从减少计算工作量、寻找滑动中心和滑裂面的规律为研究的主要目标, 到对分条基本假定进行修改和补充、使之成为更符合实际的普遍条分法并借助计算机程序设计为目标的研究, 使工程应用有了基本的依据, 但由于这种方法本身分条的缺陷及静不定问题^[1], 使条分法面临实际工程应用的挑

战。然而, 坡体包括开挖坡体时, 土的初始应力状态及其状态变化对安全度的影响一直被搁置、忽视, 没有考虑土体的应力状态, 亦即土体开挖前的土体应力状态对坡体稳定的重要影响。

笔者以土体的应力状态为主线, 应用摩尔-库伦强度准则, 按稳定安全系数的定义, 建立了土体边坡安全系数的具体公式。

2 土体的初始应力状态和边坡的开挖

2.1 土体内一点的应力状态和抗剪强度储备

设具有天然地表面的土体, 在自重应力状态下保持稳定, 按弹性半空间平面应力状态分析, 设地表面为坐标系平面零点, 土体均质, 重度 γ , 在自重应力状态下满足库伦抗剪强度定律(见图1)。图中将深度坐标 z 和重力坐标 γz 一起表示在同一坐标轴上, 下同。

这样, 土体内任意点的初始自重应力为已知, 即通过测试可得, 取平面应力状态为分析依据, 则满足主应力状态, 并为

$$\sigma_x = K_0 \gamma z = \sigma_3 \quad (1)$$

$$\sigma_z = \gamma z = \sigma_1 \quad (2)$$

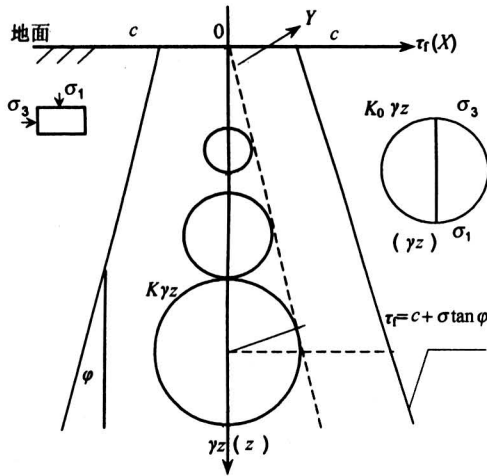


图 1 土体的自重应力状态和抗剪强度

Fig.1 States of soil weight stress and shear intensity

式中, K_0 为土体的应力状态下的侧应力系数; z 为任一点距地面的距离; σ_x, σ_z 为任一点土的 x 方向、 z 方向应力, σ_1, σ_3 为最大主应力、最小主应力。

平面应力状态, 应用土的一点的抗剪强度库伦定律

$$\tau_f = c + \sigma \tan \varphi \quad (3)$$

土的一点强度极限平衡条件的摩尔 - 库伦准则为

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 + \sigma_3)_f + 2c \cdot \cot \varphi} \quad (4)$$

应用摩尔 - 库伦准则, 按传统的安全系数的定义, 土体沿深度 h 范围内的安全储备为

$$F_s = \frac{\int_0^h \tau_f dz}{\int_0^h \tau_{\max} dz} = \frac{4c(1 + K_0) + \gamma h(1 + K_0)^2 \tan \varphi}{\gamma h(1 - K_0^2)} \quad (5)$$

式中, F_s 为土体某一深度内储备的安全系数; c , φ 是土体的抗剪强度指标, 分别为凝聚力和内摩擦角。其他同前。

式 (5) 对应于土体的总应力状态, 在土体有孔隙水应力出现时, 当孔隙水应力与深度变化一致时, 式 (5) 中对应参数换为有效应力参数。

2.2 开挖边坡的平面应力状态和抗剪强度

天然土坡稳定或由于工程需要进行的边坡开挖, 是边坡坡面上应力释放的过程, 它表现为在坡面上的任意点由于来自自重应力状态下在坡面上逐步释放应力为零的全过程。假设土体不能承受拉应力, 其主应力状态下必有 $\sigma_3 = 0$ 的基本形式。坡体

开挖的过程中, 点的稳定用一点的应力状态和抗剪强度的发挥来维持, 一旦达到或超过极限强度, 坡面点就会失去稳定。天然边坡时, 则依靠土体自身的抗剪强度来维持。

取边坡延长方向为平面应力的状态分析, 设在开挖过程中侧压力系数不变时, 坡面应力状态变化的过程可以通过图 2 中的应力圆沿深度的扩大来表述。由图中的应力圆的扩展可以得到, 边坡将随着深度 (高度) 增加而失稳破坏, 这是对边坡应力状态变化的定性过程描述。

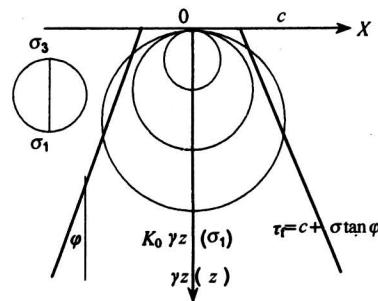


图 2 坡面沿深度应力状态的变化和抗剪强度的发挥

Fig.2 States of stress along slope surface and shear intensity

3 不同坡角边坡的稳定安全系数计算

以不同坡角开挖条件下的土体为例来描述一般性的土体边坡。当平面土体开挖成不同坡角和深度时, 表现为应力状态的改变过程和强度条件的不同发挥, 寻找描述应力状态变化的基本规律, 进而导出满足安全系数随不同坡角、高度 (深度)、应力状态、抗剪强度的关系公式。

3.1 不同坡角边坡的开挖表述

与条分法一样, 取平面土坡为分析对象。在开挖边坡的安全性分析过程中, 除了应用图 2 坡面点的定性描述之外, 基于同一土体, 以不同开挖深度 h 、不同坡角 β 边坡的开挖坡体形式作为工程简化平面土坡的形式, 如图 3 所示。

3.2 基本假定和公式

假定开挖土体可以简化为平面土坡计算时, 设土体均质, 初始应力状态可用式 (1)、式 (2) 来表述, 土的抗剪强度满足库伦定律公式 (3), 摩尔 - 库伦强度准则使用式 (4), 设开挖土体卸荷时影响土坡稳定、引起土坡失稳的是沿深度内点的水平

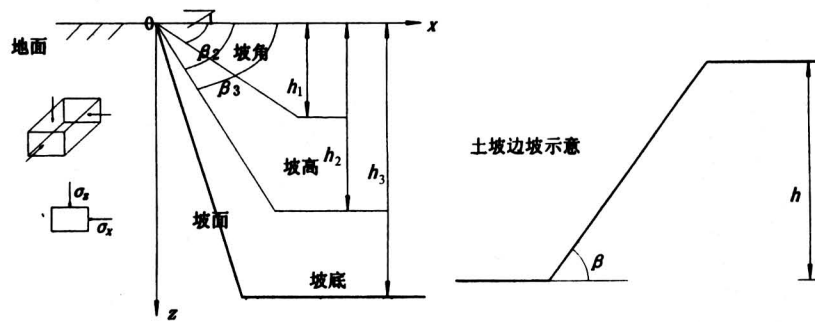


图3 不同开挖形式的边坡描述与简化

Fig.3 Description of different slope in excavation

应力, 应满足开挖坡角 $\beta = 0^\circ$, 即未开挖, $\sigma_x = K_0 \gamma z$; 当 $\beta = 90^\circ$, 即垂直开挖, $\sigma_x = 0$ 。不同开挖坡角边坡的应力状态变化为

$$\sigma_x = K_0 \gamma z (1 - \sin \beta) \quad (6)$$

定义: 土坡稳定安全系数 F_s 等于在开挖深度 z 内的坡体稳定为抗剪强度与剪应力之比, 应用式 (2) 至 (4), 参照 2 中所述的方法, 采用对土坡深度内的抗剪强度和剪应力的广义积分, 可以导出安全系数的具体公式, 得到

$$F_s = \frac{\int_0^z \tau_f dz}{\int_0^z \tau_{\max} dz} =$$

$$\frac{4c(1 + K_0 - K_0 \sin \beta) + \gamma z(1 + K_0 - K_0 \sin \beta)^2 \tan \varphi}{\gamma z[1 - K_0^2(1 - \sin \beta)^2]} \quad (7)$$

式中, β 为开挖土坡坡角, z 为坡体开挖深度, 其他同前。

3.3 公式的检验和讨论

式 (7) 是基于开挖边坡形式推导出的, 为了不失对一般土坡应用的一般性, 现对式 (5) 和式 (7) 进行必要的理论检验和相关讨论。

1) 当边坡土体的抗剪强度参数凝聚力 $c = 0$ 时, 为砂土; 若 $K_0 = 0$, 即土层未产生自重应力固结作用, 可以认为天然堆砂, 可得 $F_s = \tan \varphi$, 临界安全系数为 $\tan \varphi$, 说明在天然堆砂时, 砂土的临界稳定安全当然应该是天然边坡的比值 m , 且这一比值 m 就是天然坡角并必应等于内摩擦角。

2) 当边坡土体的抗剪强度参数凝聚力 $c = 0$, 为砂土时, 取 $F_s = 1$, 则 $\varphi = 45^\circ$, 即脆性材料的安全角 (或刚性破坏角)。

3) 当边坡土体的抗剪强度参数凝聚力 $c \neq 0$, $K_0 = 0$, $\varphi = 0$ 时, $F_s = 4c/\gamma$, 即粘性材料的强度累积与重力之比。

4) 对于式 (7), 当 $\beta = 0$ 时, 即为平面土体未开挖, 式 (7) 即为式 (5)。

5) 开挖坡角 $\beta = 90^\circ$ 时, 即垂直边坡, 坡体危险面必是垂直坡面, 则边坡稳定安全系数 $F_s = 4c/\gamma z + \tan \varphi$, 即边坡稳定安全应由粘性材料和摩擦材料组成。

6) 开挖坡角 $\beta = 90^\circ$ 时, 当取 $\varphi = 0$, $F_s = 1$ 时, $z = 4c/\gamma$, 区别于 Rankine 土压力理论的假设条件。

以上的检验和讨论说明, 对于式 (5)、式 (7), 特设情况下, 概念清楚, 意义明确, 不失一般性, 可以作为土坡稳定安全系数的借鉴和参考。

对于任一天然或工程土坡, 其应力状态可以通过试验测取相关参数 K_0 为已知, 将式 (7) 应用于不同坡角的土坡, 可以进行不同边坡安全系数的计算。

4 算例及与条分法的对比

应用式 (7) 计算相关教科书与文献中的算例。由于算例中无天然应力状态的具体 K_0 实测值, 假定取值和应用经验估算公式 $K_0 = 1 - \sin \varphi$, 将计算得到的安全系数与原题目的条分法计算结果相比较。

1) 一均质粘性土坡, 见参考文献 [2] 204 页例题, 坡体的重度、凝聚力、内摩擦角、坡度及坡高分别为 $\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3$, $c = 40 \text{ kPa}$, $\varphi = 8^\circ$, 边坡比即 $\tan \beta = 1:2$, $h = 15 \text{ m}$, 条分法的安全系数为 1.19。按式 (7) 计算结果见表 1 中的 1-1 栏。

2) 简化的一码头岸坡, 化为一均质粘性土坡, 参见参考文献 [2] 例题, 坡体土层的重度、凝聚力、内摩擦角、坡度及坡高分别为整理均匀下列参数形

式 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $c = 8 \text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$, $\tan\beta = 1:3$, $h = 9.5 \text{ m}$, Janbu 条分法的安全系数为 1.15 ~ 1.20。按式 (7) 计算结果见表 1 中 1-2 栏。

3) 一粘性均质土坡, 见参考文献[3]170 页, 坡体的重度、凝聚力、内摩擦角、坡度及坡高分别为 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $c = 10 \text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$, $\tan\beta = 1:2$, $h = 20 \text{ m}$, 条分法的安全系数为 1.34。按式 (7)

计算结果见表 1 的 1-3 栏。

4) 一斜拉码头的粘性土坡滑坡分析, 见参考文献[4], 计算机设计程序计算的条分法和 Bishop 安全系数为 0.619 76 - 0.674 819。简化后均质坡体的重度、凝聚力、内摩擦角、坡度及坡高分别为 $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$, $c = 2 \text{ kPa}$, $\varphi = 12^\circ$, $\tan\beta = 1:2$, $h = 6 \text{ m}$, 按公式 (5) 计算结果见表 1 的 1-4 栏。

表 1 稳定安全系数计算结果与对比

Table 1 Calculation results of safety factor of stability

K_0	1-1			1-2			1-3			1-4	
	0.5	0.6	$1 - \sin\varphi = 0.86$	0.7	0.6	$1 - \sin\varphi = 0.65$	0.35	0.7	$1 - \sin\varphi = 0.66$	算法	安全系数
公式(7)	1.02	1.10	1.43	1.391	1.188	1.281		0.988	1.005	公式(5)	0.731
							1.41	有效应力指标		$K_0 = 1 - \sin\varphi = 0.86$	
参考法		1.19			1.15 - 1.20			1.34 圆弧条分法 ^[3]		条分法 ^[6]	0.619 76
		瑞典圆弧条分法 ^[2]			Janbu 条分法 ^[2]			1.67 有效应力 Bishop 公式 ^[3]		Bishop 公式 ^[6]	0.674 81

5) 将参考文献[5]中均质土层、坡面形状复杂的高边坡 (图 4), 简化为均质坡体用边坡比表示, 重度、凝聚力、内摩擦角、坡度及坡高参数等分别为 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, $c = 15 \text{ kPa}$, $\varphi = 35^\circ$, $\tan\beta = 1:2$, $h = 80 \text{ m}$, 应用 Bishop 公式及遗传算法计算给出的 10 个滑动面对应得安全系数为 1.037 ~ 1.040。

应用侧应力系数的经验参考公式 $K_0 = 1 - \sin\varphi = 0.3$, 用式 (7) 计算得到的安全系数为 1.03。

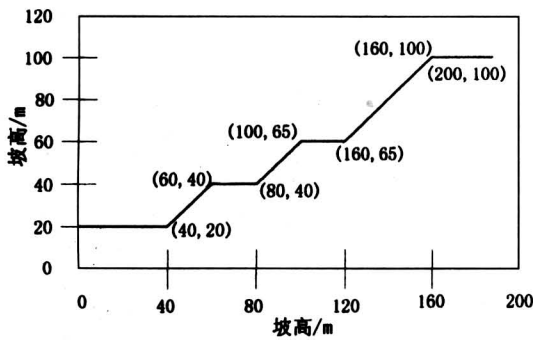


图 4 文献 5 边坡轮廓坐标图

Fig.4 Profile of slop in literature 5

6) 依据 ACADS 考核题 EX1©边坡轮廓图 (图 5)^[5,6], 文献[5]计算分析的滑动面参考位置, 简化为均质坡体的重度、凝聚力、内摩擦角、坡度及坡高等参数分别为 $c = 5.3 \text{ kPa}$, $\varphi = 38^\circ$, $\tan\beta = 1:2$, $h = 10 \text{ m}$, (3 层土的参数为 $\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3$, c 分别为 0, 5.3, 7.2 kPa, φ 分别为 38° , 23° , 20°)。应用 Bishop 公式及遗传算法计算给出的 10 个滑动

面对应的安全系数为 1.398 ~ 1.40。应用侧应力系数的经验参考公式 $K_0 = 1 - \sin\varphi = 0.4$, 按式 (7) 计算得到的稳定安全系数为 1.37, 考题提供的“裁判值”为 1.39。

以上例证表明, 本文公式在各类题目和实际工程中计算得到的稳定安全系数, 与现行条分法相比, 定性完全一致, 且定量基本可靠。由于本文公式的应用理论背景概念明确, 依据清晰, 并且计算简单, 极大地减少了工作量。

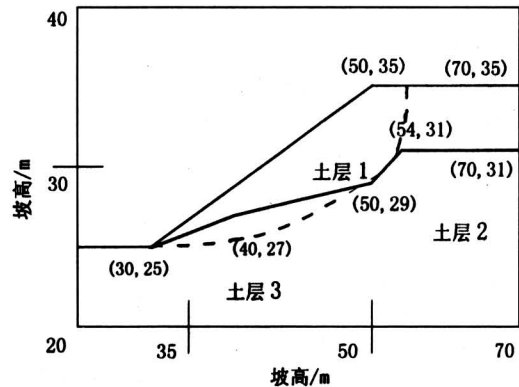


图 5 ACADS 考核题 EX1©边坡轮廓图

Fig.5 Profile of slope in EX1©

5 结论

结合土体自重作用下的应力状态的 K_0 参数、应用土的抗剪的基本理论, 给出了平面土坡强度安

全储备和坡体安全系数计算公式。该公式基本概念明确,应用计算简单方便。通过假定和经验计算公式的参数,结合参考文献、教科书中各类算例与条分法结果比较,表明该公式计算结果合理;若结合工程实际,可由直接试验测取 K_0 参数,所得结果可具体应用于土坡安全系数的评价。

由于土的工程性质的复杂性、土坡结构的特殊性和工程环境的变化性,坡体的安全性计算的定量准确评价取决于应力状态和强度的改变。本文以土体的 K_0 系数为主线,应用土体强度的基本理论,在考虑基本条件的情况下给出坡体的稳定安全系数的计算公式,可以与传统的条分法的计算结果作对比。但计算工作量大大减少,极为方便^[6]。

土的侧应力系数 K_0 是当代土力学的研究成果,但土坡的侧应力系数的变化规律还有待于测试和研究。以 K_0 和自重为主的土体应力状态变化和土体强度应是决定土坡安全的综合因素,式(7)计算结果同条分法一样,可作为土坡的安全评价计算的另一依据,式(5)可以作为支护措施的选择

和判定的依据^[7,8]。

参考文献

- [1] 陈祖煜,左小刚,邢义川,等. 边坡稳定分析最大原理的理论分析和试验验证[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 404~409
- [2] 卢廷浩主编. 土力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 2002. 170~180
- [3] 天津大学主编. 土力学与地基[M]. 北京: 人民交通出版社, 1980. 180~188
- [4] 王国体主编. 地基基础计算与程序设计[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1990, 61~79
- [5] 吕文杰, 李晓军, 朱合华, 等. 基于遗传算法的边坡稳定分析通用算法[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 595~599
- [6] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理 方法 程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003, 23~42
- [7] 王国体, 赖焕枫, 陈登伟. 边坡应力重塑方法的数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(6): 729~723
- [8] 王国体. 应力重塑方法及其工程实现[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(6): 750~753

The Method and Formula for Stability Factor of Slope with State of Soil Original Stress

Wang Guoti

(Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

[Abstract] The methods for analysis of stability of slope are usually considered, developed and improved along the line of finite slice method. But the safety factor of stability is facing challenge in engineering application. Because of the state of original stress in soil is ignored and disfigurement of finite slice method is in existence at all time. In different conditions of soil consolidation, K_0 , the lateral stress coefficient of soil state, has influenced the property of soil and excavation of slope. In this paper, in consideration of the state of soil original stress, the calculating formula for safety factor have been given with applying Coulomb's equation for shear strength of soil and Mohr - Coulomb rule. There are many examples of safety factor using the formula of this paper, which have been calculated and compared with finite slice methods selected from reference literatures. The formula have showed their clear concept, simple calculation and dependable result. They can be used in engineering.

[Key words] ateral stress coefficient K_0 ; state of original stress; formula of safety factor of stability