

学术论文

# 非线性系统高阶微分反馈控制

齐国元<sup>1,2</sup>, 陈增强<sup>2</sup>, 袁著祉<sup>2</sup>

(1. 天津科技大学自动化系, 天津 300222; 2. 南开大学自动化系, 天津 300071)

**[摘要]** 提出了不依赖系统模型的高阶微分反馈控制思想, 控制目标是系统输出及其微分和高阶微分逼近设定输入及其微分和高阶微分, 极大地提高了对控制品质要求。基于这种思想设计了能高品质地提取量测信号的微分和高阶微分的高阶微分器 (HOD, high order differentiator), 该 HOD 参数少, 容易调节, 并给出其稳定性、收敛性和滤波特性的证明; 另外, 对带有未知扰动、模型未知的非线性 SISO 和 MIMO 系统分别设计了基于 HOD 的高阶微分反馈自适应控制器 (HODFC, high order differentials feedback adaptive controller), 给出了闭环系统稳定性和鲁棒性分析, 并且实现了线性化解耦控制。

**[关键词]** 高阶微分器; 高阶微分反馈控制器; 稳定性; 鲁棒性; 解耦控制

**[中图分类号]** TP273    **[文献标识码]** A    **[文章编号]** 1009-1742 (2003) 08-0035-10

## 1 引言

随着控制理论和技术的发展, 产生了许多先进的控制思想和算法, 但是, 在工业控制和航天控制过程中, 应用最广的仍然是 PID 控制或智能 PID 控制<sup>[1]</sup>。最近, PID 控制的研究重点为非线性系统 PID 控制器以及自适应 PID 控制器。国内控制论学者韩京清提出一种非线性 PID 控制器具有较强的抗干扰能力<sup>[2]</sup>。国际著名的控制专家 Åström 等在自校正 PID 控制器方面扩展了大量的研究<sup>[3,4]</sup>。PID 的重要特征是通过考虑设定输入与闭环系统的输出之间误差的微分使系统达到指定的动态行为, 控制律是基于误差和误差微分的函数。但是 PID 控制器仅考虑误差一阶微分 (速度变化率), 没有考虑误差二阶微分 (加速度变化率) 以及高阶微分变化率, 因此 PID 控制器没有完全刻画系统的动态行为。通常实际被控对象是高阶非线性不确定系统, 用逆系统的观点, 控制器也应是输出和输入及其微分和高阶微分的函数, 控制器仅含

有信号及其一阶微分是不够的。文献 [5~7] 设计了高增益观测器 (HGO, high gain observer) 获得直到  $n$  阶的误差微分估计, 进一步基于 HGO 设计了由误差和直到  $n$  阶的误差微分估计构成的非线性自适应控制器, 给出了闭环系统稳定性分析和收敛性分析。Khalil 在文献<sup>[7]</sup>中考虑的是这样一类带有未知参数的 SISO 非线性最小相位系统

$$\begin{aligned} y^{(n)} &= f_0(x, v) + \sum_{i=1}^p f_i(x, v) \theta_i + \\ &\quad (g_0 + \sum_{i=1}^p g_i \theta_i) u^{(m)}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $u$  是系统的控制输入,  $y$  是可测输出,  $y^{(i)}$  表示  $y$  的  $i$  阶微分,  $m < n$ ,  $f_i(\cdot)$  是已知光滑的非线性函数,  $x = [y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}]^T$  表示有界输出微分向量,  $v = [u, u^{(1)}, \dots, u^{(m-1)}]^T$  表示有界输入微分向量,  $g_i, i = 0, 1, \dots, p$  为已知常数参数,  $\theta_i \in \Omega$ , 为未知常参数。其控制目标为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_r(t), \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}(t) = \theta. \quad (2)$$

[收稿日期] 2003-03-05; 修回日期 2003-04-24

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目 (60174021), 天津市高等学校科技发展基金资助项目 (020603)

[作者简介] 齐国元 (1970-), 男, 黑龙江绥化市人, 博士, 天津科技大学讲师

Khalil<sup>[7]</sup>设计的自适应控制器获得了良好的控制效果。但是, Khalil 考虑的系统要求非线性函数  $f_i(\cdot)$  已知, 部分参数已知, 没有考虑系统的外来扰动。同时也没有考虑多变量系统解耦控制。笔者考虑了具有一般意义的带有未知扰动、模型未知的非线性 SISO 不确定时变系统和 MIMO 不确定时变系统 (MIMO 系统模型表达式见式 (33))。其 SISO 不确定时变系统模型表达式为

$$\Pi: \dot{y}^{(n)} = f(x, v, t) + g(x, v, t)u^{(m)} + d(t). \quad (3)$$

系统的初始条件为  $u^{(i)}(t_0) = u_0^{(i)}, i = 0, 1, \dots, (m-1), y^{(j)}(t_0) = y_0^{(j)}, j = 0, 1, \dots, (n-1)$ 。其中  $u, y, y^{(j)}$  以及向量  $x, v$  的意义同式 (1),  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  是未知非线性有界光滑函数,  $d(t)$  为未知有界扰动,  $m < n$ 。显然, 控制系统  $\Pi$  是输入和输出信号、信号微分及其高阶微分的非线性函数。假定设定输入  $y_r$  为有界的  $n$  阶可微信号, 令设定输入微分向量  $r = [y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(n-1)}]^T$ , 设定输入与系统输出之间的误差微分向量  $e = r - x = [e, e^{(1)}, \dots, e^{(n-1)}]^T$ , 其中标量  $e = y_r - y$ 。笔者提出高阶微分反馈控制器, 首先做出如下定义:

**定义 1** 高阶微分反馈控制: 对系统  $\Pi$ , 若存在控制律

$$u^{(m)} = \varphi(e, y^{(n)}), \quad (4)$$

使得闭环控制系统渐近稳定, 且有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x = r, \quad (5)$$

则称此控制为高阶微分反馈控制。实现高阶微分反馈控制的控制律式 (4) 为高阶微分反馈控制器 (HODFC)。

显然, 高阶微分反馈控制目标不同于式 (2), 控制目标较常规误差反馈控制要求更严格, 控制器是误差和误差微分及其高阶微分反馈的函数, 控制不仅实现系统输出渐近跟踪设定输入, 而且实现系统输出的各阶变化率渐近跟踪设定输入的各阶变化率, 极大地提高控制品质。由于纯微分环节无论是物理上还是数字方法上都是不存在的, 因而实现高阶微分反馈控制需要解决 2 个问题, 一个是提取设定输入信号和带有噪声的系统输出信号的微分和高阶微分, 即设计高品质的高阶微分器 (HOD), 另一个是基于微分器设计 HODFC。

通常的提取微分的方法是差分法, 或用纯微分环节与惯性环节串联构成一阶微分器 (OOD), 但是, 这些方法提取的微分和高阶微分品质较差, 尤

其是信号中含有噪声, 容易产生尖峰脉冲, 用这样的信号去控制系统将严重影响控制的品质。Khalil<sup>[5]</sup>设计的 HGO 在其极点实部达到负无穷远时, 估计的微分收敛到真实微分。但是, 当极点实部达到负无穷远时, HGO 估计的微分在初始暂态期间和被估计信号的拐点处将产生尖峰脉冲, 尤其是估计高阶微分。为克服尖峰脉冲, Khalil<sup>[5]</sup>在基于 HGO 的控制器上加载了一个饱和函数, 有效地抑制尖峰信息传递到被控对象。显然, 该 HGO 必须连同控制器一起使用, 不能作为独立的微分器使用。另外, 该 HGO 没有考虑所提取信号被噪声污染情况, 而实际观测到的输出信号是有噪声的。当 HGO 提取含有噪声信号时, 信号将有大量的拐点, 被估计的微分会产生大量的尖峰脉冲, 控制器中饱和函数将时时对输入信息是否在兴趣域之内做出判断, 若在兴趣域之外, 将进行饱和处理, 因而极大地增加了计算负担, 并将影响控制品质。

笔者设计了独立于被控系统的 HOD, 基于根轨迹分析方法和 HOD 的极点要求配置了 HOD 的参数, 所设计的 HOD 能对含有噪声信号进行滤波, 高精度地逼近真实信号, 并高品质地同时提取信号的微分和高阶微分; 所提出的 HOD 不依赖被控系统的模型, 只依赖于系统产生的信号; 参数少, 容易调节; 给出了 HOD 渐近稳定性和收敛性证明。

关于控制器设计, 笔者基于非线性微分反馈控制要求, 对 SISO 非线性未知时变系统式 (3), 基于 HOD 设计了 HODFC, 其形式和设计思想不同于 Khalil<sup>[7]</sup>给出的状态反馈控制器。理论分析表明该 HODFC 实现了高阶微分反馈控制, 所提出的 HODFC 对系统扰动和非线性函数变化具有较强鲁棒性。仿真表明: HODFC 既能控制最小相位系统, 也能控制非最小相位系统。对 MIMO 非线性未知时变系统, 基于 HOD 设计了多变量高阶微分反馈控制器 (MHODFC), 实现了多变量高阶微分反馈线性化解耦控制, 并给出了闭环系统渐近稳定性和鲁棒性证明。

## 2 高阶微分器设计及其稳定性和收敛性分析

假定可测真实信号  $y(t)$  为任意分段连续的非线性信号, 含有噪声的量测信号为  $\chi(t) = y(t) + \eta(t)$ ,  $\eta(t)$  为噪声。设计的 HOD 为

$$\sum : \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \dot{\hat{x}}_2(t) + a_1(\chi(t) - \hat{x}_1(t)) \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n_o-1}(t) = \dot{\hat{x}}_{n_o}(t) + a_{n_o-1}(\chi(t) - \hat{x}_1(t)) \\ \dot{\hat{x}}_{n_o}(t) = a_{n_o}(\chi(t) - \hat{x}_1(t)), \end{cases} \quad (6)$$

其中  $n_o$  为  $\Sigma$  的阶次, 通常设置  $n_o \geq n+1$ ,  $\hat{x}_1(t)$ ,  $\hat{x}_2(t), \dots, \hat{x}_{n_o}(t)$  为系统  $\Sigma$  的状态,  $a_i(i=1, \dots, n_o)$  为参数。图 1 为 HOD 的模拟结构图。

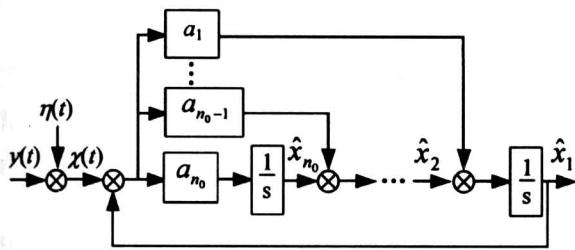


图 1 HOD 的模拟结构图

Fig. 1 The analogue diagram of the HOD

问题是基于信号  $\chi(t)$ , 用 HOD 获得逼近真实信号  $y(t)$  的滤波信号  $\hat{x}_1(t)$ , 也即  $\hat{y}(t)$ , 进一步基于  $\chi(t)$  和  $\hat{x}_1(t)$  高品质地获得逼近  $y^{(1)}, \dots, y^{(n)}$  的估计  $\hat{y}^{(1)}, \dots, \hat{y}^{(n)}$ 。显然, HOD 不依赖原系统 II 的模型, 它只依赖于系统产生的信号, 是基于信号另外设计的系统, 因而产生信号的原系统可以是非线性时变系统。HOD 的参数怎样选取? 其稳定性、收敛精度如何? 提取信号微分和高阶微分品质如何? 下面给出分析。

对式 (6) 两边取拉氏变换, 容易得到  $\chi$  到  $\hat{x}_1$  的传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{a_1 s^{n_o-1} + \dots + a_{n_o-1}s + a_{n_o}}{s^{n_o} + a_1 s^{n_o-1} + \dots + a_{n_o-1}s + a_{n_o}}. \quad (7)$$

将  $\Phi(s)$  视为  $\chi$  到  $\hat{x}_1$  单位反馈的闭环传递函数, 则其零极点形式开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K \prod_{i=1}^{n_o-1} (s - z_i)}{s^{n_o}}, \quad (8)$$

其中

$$a_1 = K, a_2 = -K \sum_{i=1}^{n_o-1} z_i, \dots, a_{n_o} = (-1)^{n_o} K \prod_{i=1}^{n_o-1} z_i. \quad (9)$$

由此 HOD 的参数  $a_i(i=1, \dots, n_o)$  可通过选取  $G(s)$  的增益和零点  $z_i(i=1, \dots, n_o)$  的值来确定。

由式 (8), 从结构上看, 它是一个  $n_o$  型伺服系统, 若  $\chi(t)$  是非周期  $n$  阶可微信号, 可实现无静差跟踪, 即便是周期  $n$  阶可微信号, 也能保证估计具有较高的精度。图 2 为  $\chi$  到  $\hat{x}_1$  单位反馈的闭环系统方框图。

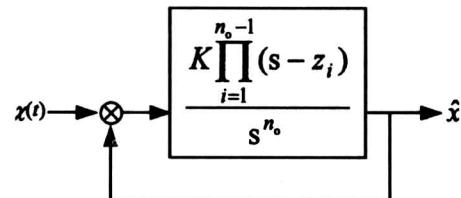


图 2 HOD 的闭环方框图

Fig. 2 The block diagram of the HOD

下面基于闭环系统的根轨迹设计理想的参数  $z_i(i=1, \dots, n_o-1)$  和  $K$ , 使系统  $\Sigma$  渐近稳定, 并能高品质提取信号的高阶微分。系统根轨迹如图 3 所示 (以  $n_o = 5, z_i = -2(i=1, \dots, 4)$  为例), 图 3 中 5 条根轨迹用不同的线型和线的宽度来表示根轨迹的分布和趋势。

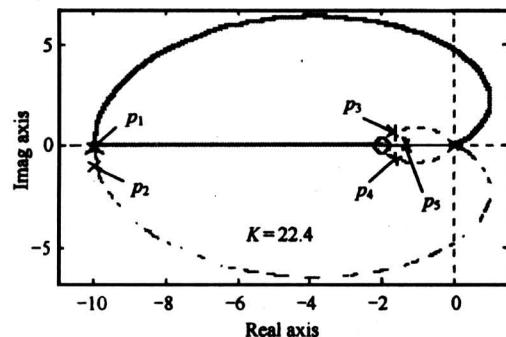


图 3 系统  $\Sigma$  的根轨迹 ( $n_o = 5, a = 2$ )

Fig. 3 The root-locus of the system

$$\Sigma (n_o = 5, a = 2)$$

为使系统  $\Sigma$  渐近稳定, 要求所有零点  $z_i(i=1, \dots, n_o)$  均应位于  $s$  平面上的左半平面, 最好位于负实轴上。由式 (8), 闭环系统随着  $K$  的变化有  $n_o$  条根轨迹, 根轨迹均从原点出发, 随着  $K$  的增大,  $n_o > 2$  时将有部分根轨迹进入  $s$  平面的右半平面 ( $n_o \leq 2$  时所有根轨迹均在  $s$  平面的左半平面, 但很快全部进入左半平面), 当  $K \rightarrow \infty$  时, 有  $n_o - 1$  条根轨迹趋近于  $n_o - 1$  个零点, 有一条根轨迹沿着负实轴趋近于负无穷远点。设计闭环极点  $s_i(i=1, \dots, n)$  应考虑以下两点:

- 1) 使系统  $\Sigma$  中  $\hat{x}_1$  应有尽可能小的超调, 因为

$\hat{x}_1$  振荡越激烈，微分  $\hat{x}_i (i = 2, \dots, n_o)$  将使得振荡更加严重，满足这一点应设计闭环系统的一对主导极点处在合适的位置，即主导极点虚部绝对值要尽可能地小，实部绝对值取值要适中，过小不能保证跟踪的速度，过大其指数模态将迅速收敛到零，但这些模态的幅值趋近于无穷大，跟踪误差会变化过快，而使各阶微分振荡激烈，影响提取的微分品质。

2) 其他极点的虚部应尽可能地小，以保证更高阶微分的品质。

为不失一般性，设所有零点取相同值，且为负实数，即

$$z_i = -a, i = 1, \dots, n_o. \quad (10)$$

通常取  $a \in [2, 10]$ 。 $K$  的值可通过闭环极点选取确定，根据上面的分析，可以选取根轨迹在实轴上的分离点为一对闭环极点。由式(8)， $\chi$  到  $\hat{x}_1$  的闭环传递函数变为

$$\Phi(s) = \frac{K(s + a)^{n_o-1}}{s^{n_o} + K(s + a)^{n_o-1}}. \quad (11)$$

系统特征方程为

$$s^{n_o} + K(s + a)^{n_o-1} = 0, \quad (12)$$

即  $-K = \frac{s^{n_o}}{(s + a)^{n_o-1}}$ ，根轨迹分离点满足

$$-\frac{dK}{ds} = \frac{s^{n_o-1}(s + a)^{n_o-2}(s + n_o a)}{(s + a)^{2(n_o-1)}} = 0. \quad (13)$$

求得分离点为  $s = -n_o a$ ，( $s=0$  舍弃， $s=-a$  为会合点)。选取一对闭环极点的值为  $s_{1,2} = -n_o a$ ，并由  $s_{1,2}$  确定  $K$  的值。由幅值条件

$$K \frac{\prod_{j=1}^{n_o-1} |s - z_j|}{\prod_{i=1}^{n_o} |s - p_i|} = 1, \quad (14)$$

其中  $z_j = -a, (j = 1, \dots, n_o - 1)$  为开环零点， $p_i = 0, (i = 1, \dots, n_o)$  为开环极点， $s$  为任意闭环极点。把  $s = -n_o a$  代入式(14)，求得

$$K = \frac{(n_o a)^{n_o}}{((n_o - 1)a)^{n_o-1}} = \frac{n_o^n a}{(n_o - 1)^{n_o-1}}. \quad (15)$$

由式(9)、式(10)和式(15)知，HOD 只有 2 个可调参数，即  $n_o$  和  $z = -a$ ，参数  $a_i (i = 1, \dots, n_o)$  由参数  $n_o$  和  $a$  计算，并且这样选取参数能保证系统 HOD 的渐近稳定性。如取  $n_o = 5, a = 2$  时，求得  $K = 24.4$ ，图 3 中“ $\times$ ”号为闭环系统  $K = 24.4$  时的 5 个极点，注意到这些极点的分布是符合上述闭环极点的 2 个条件的。这样取得的  $a$

值不但能满足较高精度而且具有良好的滤波性能。

**定理 1** HOD 不依赖被观测的非线性对象模型，其参数按照式(9)、式(10)和式(15)选取，具有以下特性：

1)  $\Sigma$  是渐近稳定的系统；

2) 不考虑观测噪声时， $\Sigma$  具有高精度的收敛性，能高品质地跟踪信号，并提取其微分和高阶微分，即

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_1 = y, \lim_{a \rightarrow \infty} \bar{x}_i = y^{i-1}, i = 2, \dots, n_o, \quad (16)$$

其中

$$\bar{x}_i(t) = \hat{x}_i + a_{i-1}(y - \hat{x}_1), i = 2, \dots, n_o; \quad (17)$$

3) 当考虑观测噪声时，按照式(16)和式(17)估计，HOD 仍能保持一定的精度，同时具有良好的滤波特性。

**证明** 根据系统  $\Sigma$  极点的选取，显然该系统是渐近稳定的。

1) 不考虑观测噪声时，有  $\chi = y$ ，把式(15)代入式(11)并取极限有

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \Phi(s) = \frac{\frac{n_o^n a}{(n_o - 1)^{n_o-1}}(s + a)^{n_o-1}}{s^{n_o} + \frac{n_o^n a}{(n_o - 1)^{n_o-1}}(s + a)^{n_o-1}} = 1, \quad (18)$$

即有

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_1 = y, \quad (19)$$

进一步有

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_1^{(i)} = y^{(i)}, i = 2, \dots, n_o, \quad (20)$$

由式(4)

$$\bar{x}_i(t) = \hat{x}_i + a_{i-1}(y - \hat{x}_1) = \hat{x}_1^{(i-1)}, \quad (21)$$

由式(20)和式(21)有

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \bar{x}_i(t) = y^{(i-1)}, i = 2, \dots, n_o.$$

2) 如果考虑观测噪声， $\chi(t) = y(t) + \eta(t)$ 。

我们验证 HOD 的从  $\chi(t)$  到  $\hat{x}_1(t)$  的滤波特性，由式(11)，HOD 本身就是一个滤波器，当参数  $a$  和  $K$  按照式(10)和式(15)取值时，HOD 具有良好的滤波特性，这一点通过图 4 和图 5 给出的 BODE 图得到验证 ( $a = 2$ )，因为通常信号是低频的，而随机噪声是高频的，从图 4 和图 5 容易看出 HOD 具有理想的低通滤波特性。

**说明** 1) 式(16)中极限  $a \rightarrow \infty$  仅是数学上的严格需要。实际中并不需要  $a$  的值取得太大，如当取  $n_o = 5, a = 5$ ，计算从  $\chi$  到  $\hat{x}_1$  误差传递函数为

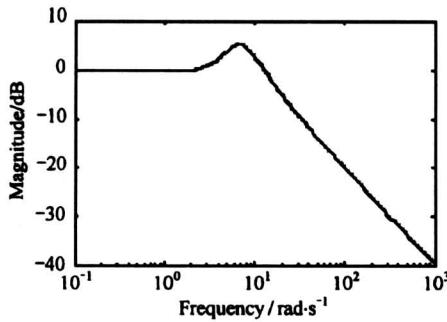


图 4 HOD 幅频特性曲线

Fig. 4 The magnitude plot of the HOD

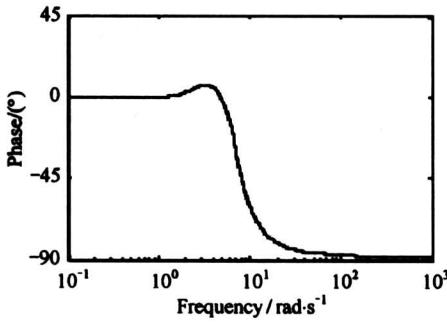


图 5 HOD 相频特性曲线

Fig. 5 The phase plot of the HOD

$$\Phi_e(s) = \frac{s^5}{s^5 + 61s^4 + 1221s^3 + 9155s^2 + 30518s + 38147}.$$

令  $s = j\omega$ , 当  $\omega \in [0.5, 4]$  范围时,  $| \Phi_e(j\omega) | \in [8.03 \times 10^{-7}, 0.0099]$ , 可见 HOD 跟踪精度和微分精度是相当高的。

2) 令  $\hat{y}$  表示实际系统输出  $y$  的估计,  $\hat{y}^{(1)}, \dots, \hat{y}^{(n)}$  表示输出微分及其高阶微分  $y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}$  的估计, 由式 (16) 和式 (17) 有

$$\hat{y} = \hat{x}_1, \hat{y}^{(i-1)} = \bar{x}_i, i = 2, \dots, n+1. \quad (22)$$

由于取  $n_o \geq n+1$ , 利用 HOD 可以高精度地估计系统输出或设定信号的直到  $n$  阶的微分。

3) 所提出的 HOD 也是一类系统的观测器。下面给出分析:

非线性系统式 (3) 可以转化为状态空间模型

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = x_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = x_n \\ \dot{\hat{x}}_n = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)u^{(m)} + d(t) \\ \chi = x_1 + \eta(t) \end{cases} \quad (23)$$

其中  $x_1 = y, \dots, x_n = y^{(n-1)}$ ,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$

$= [y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}]^T$  为状态向量, 因而当 HOD 获得输出的各阶微分估计  $\hat{y}, \hat{y}^{(1)}, \dots, \hat{y}^{(n-1)}$  也即获得了状态  $\mathbf{x}$  的估计  $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n]^T$ , 因而 HOD 也是状态观测器。但是 HOD 只能做这类系统的观测器, 对于更为一般的状态空间模型表示的系统, 其状态分量通常是输入、输出及输入、输出微分及它们的高阶微分的线性或非线性函数, 当函数未知时, HOD 将不能作为观测器。

### 3 高阶微分反馈控制

#### 3.1 SISO 非线性系统的高阶微分控制

考虑系统 II, 为给出 HODFC, 先假定系统输出微分向量  $\mathbf{x}$  和  $y^{(n)}$  已知, 设定输入微分向量  $\mathbf{r}$  已知, 有下面定理:

定理 2 对带有未知扰动, 模型未知的 SISO 非线性不确定时变系统式 (1), 实现高阶微分反馈控制的 HODFC 为

$$u^{(m)} = R(\mathbf{K}\mathbf{e} - y^{(n)}). \quad (24)$$

同时, 该 HODFC 对系统的参数变化和扰动变化具有较强的鲁棒性。其中  $R$  为较大的比例增益,  $\mathbf{K} = [k_n, k_{n-1}, \dots, k_1]^T$ ,  $\mathbf{K}$  满足使  $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n = 0$  的特征值达到满意的极点要求。

证明 将式 (24) 代入式 (3), 有

$$y^{(n)} = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)R(\mathbf{K}\mathbf{e} - y^{(n)}) + d(t). \quad (25)$$

将  $\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{x} = [y_r - y, y_r^{(1)} - y^{(1)}, \dots, y_r^{(n-1)} - y^{(n-1)}]^T$  代入式 (25), 有

$$\begin{aligned} &g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)R(y^{(n)} + k_1 y^{(n-1)} + \dots + k_n y) = \\ &g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)R(k_1 y_r^{(n-1)} + \dots + k_n y_r) + \\ &f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + d(t) - y^{(n)}. \end{aligned} \quad (26)$$

式 (26) 两边除以  $g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)R$ , 有

$$\begin{aligned} &y^{(n)} + k_1 y^{(n-1)} + \dots + k_n y = \\ &(k_1 y_r^{(n-1)} + \dots + k_n y_r) + \delta, \end{aligned} \quad (27)$$

其中  $\delta = (f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + d(t) - y^{(n)})/g(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)R$ , 由于  $f(\cdot), g(\cdot), d(t)$  有界, 因此  $y^{(n)}$  有界, 从而  $\delta$  有界, 因此通过调节增益  $R$  可以使  $\delta$  趋近于零, 从而有

$$y^{(n)} + k_1 y^{(n-1)} + \dots + k_n y = k_1 y_r^{(n-1)} + \dots + k_n y_r. \quad (28)$$

进一步, 设定输入与系统输出之间有线性化闭环传递函数

$$\frac{Y(s)}{Y_r(s)} = \Phi_e(s) = \frac{k_1 s^{n-1} + \dots + k_n}{s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n}. \quad (29)$$

由于  $\mathbf{K} = [k_n, k_{n-1}, \dots, k_1]^T$  满足使  $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n = 0$  的特征值达到满意的极点，因此系统渐近稳定并具有良好的控制品质。注意  $y$  到  $y_r$  之间的传递函数  $\Phi_c(s)$  的形式恰好是 HOD 的传递函数式 (7) 的形式，当  $\mathbf{K} = [k_n, k_{n-1}, \dots, k_1]^T$  按照 HOD 的参数取值时（按照式 (9)，式 (10) 和式 (15) 计算，其中  $n_o = n$ ），由定理 1，HODFC 使得控制系统输出及其高阶微分将高精度地渐近跟踪设定输入及其高阶微分，即有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x} = \mathbf{r}, \quad (30)$$

实现了高阶微分反馈控制。由式 (27)，HODFC 具有较强鲁棒性，当非线性函数  $f, g$  和  $d(t)$  发生变化时，只要  $R$  充分大，几乎不影响控制品质。

当  $u^{(m)}$  给出后，通过积分器和初始条件容易得到  $v = [u, u^{(1)}, \dots, u^{(m-1)}]^T$ ，即

$$\begin{cases} u^{(m-1)} = \int u^{(m)} dt + u_0^{(m-1)} \\ u^{(m-2)} = \int u^{(m-1)} dt + u_0^{(m-2)} \\ \vdots \\ u = \int u^{(1)} dt + u_0. \end{cases} \quad (31)$$

由于系统状态  $\mathbf{x}$  和设定输入微分向量  $\mathbf{r}$  未知（通常设定输入  $y_r$  仅是一个给定信号，不能确知其具体函数，因而其微分和高阶微分也是未知的），用设计的 HOD 获得向量  $\hat{\mathbf{x}}$ 、微分向量  $\hat{\mathbf{r}}$  和  $\hat{y}^{(n)}$ 。将控制律式 (24) 用下式代替

$$u^{(m)} = R(\mathbf{K}\hat{\mathbf{e}} - \hat{y}^{(n)}), \quad (32)$$

其中  $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{x}}$ ，同理， $v = [u, u^{(1)}, \dots, u^{(m-1)}]^T$  通过式 (32) 和式 (31) 求得。由此得到自适应 HODFC。

由观测器和控制器的可分离特性，基于 HOD 的 HODFC 仍能保证闭环控制系统渐近稳定，且具有鲁棒性。通常取 HOD 的极点与虚轴的距离较闭环系统极点的与虚轴的距离大 3~7 倍。

图 6 为基于 HOD 和 HODFC 的 SISO 系统自适应高阶微分反馈控制实现图。

### 3.2 MIMO 非线性系统的高阶微分反馈控制

考虑模型未知的 MIMO 非线性不确定时变系统

$$\begin{aligned} y_i^{(n_i)} &= f_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) + g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) \cdot \\ &u_i^{(m_i)} + d_i(t), i = 1, \dots, p, \end{aligned} \quad (33)$$

其中  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1^T, \mathbf{X}_2^T, \dots, \mathbf{X}_p^T]^T$  为输出微分向量， $\mathbf{X}_i = [y_i y_i^{(1)}, \dots, y_i^{(n_i-1)}]^T$  为第  $i$  个输出微分向量，

$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_p]^T$  为输入微分向量， $\mathbf{U}_i = [u_i, u_i^{(1)}, \dots, u_i^{(m_i-1)}]^T$  为第  $i$  个输入微分向量， $m_i < n_i$ ， $d_i(t)$  为未知有界扰动，初始条件  $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{U}(t_0) = \mathbf{U}_0$ 。假定  $f_i(\cdot)$  和  $g_i(\cdot)$  是未知非线性光滑有界函数， $\mathbf{X}_i$  和  $\mathbf{Y}_i$  及  $y_i^{(n_i)}$ ， $i = 1, \dots, p$  有界。

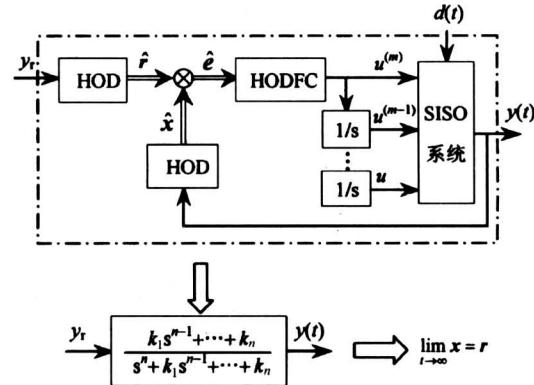


图 6 基于 HOD 和 HODFC 的 SISO 系统自适应高阶微分反馈控制实现图

Fig.6 The realized diagram of adaptive high order differentials feedback control based on the HOD and the HODFC for SISO system

令设定输入为  $y_{ri}$ ， $i = 1, \dots, p$ ，并假定  $y_{ri}$  有  $n_i$  阶导数，令  $\mathbf{Y}_r = [\mathbf{Y}_{r1}^T, \mathbf{Y}_{r2}^T, \dots, \mathbf{Y}_{rp}^T]^T$  为设定输入微分向量，其中  $\mathbf{Y}_{ri} = [y_{ri}, y_{ri}^{(1)}, \dots, y_{ri}^{(n_i-1)}]^T$  为第  $i$  个有界设定输入微分向量，设定输入与系统输出的误差微分向量  $\mathbf{E}_i = \mathbf{Y}_{ri} - \mathbf{X}_i$ 。首先考虑  $\mathbf{X}_i$  和  $\mathbf{Y}_{ri}$  及  $y_i^{(n_i)}$ ， $i = 1, \dots, p$  完全可测情况。

定理 3 对带有未知扰动的非线性不确定 MIMO 时变系统式 (33)，实现多变量高阶微分反馈控制的 MHODFC 为

$$u_i^{(m_i)} = R_i(\mathbf{K}_i \mathbf{E}_i - y_i^{(n_i)}), i = 1, \dots, p. \quad (34)$$

该 MHODFC 能够实现线性化解耦控制，对系统的参数变化和扰动变化具有较强的鲁棒性。其中  $R_i$  为较大的比例增益，令  $\mathbf{K}_i = [k_{i n_i}, k_{i(n_i-1)}, \dots, k_{i1}]^T$ ， $\mathbf{K}_i$  按照 HOD 的参数取值。

证明 将式 (34) 代入式 (33)，有

$$y_i^{(n_i)} = f_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) + g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) R_i(\mathbf{K}_i \mathbf{E}_i - y_i^{(n_i)}) + d_i(t), i = 1, \dots, p.$$

进一步有

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) R_i(y_i^{(n_i)} + k_{i1} y_i^{(n_i-1)} + \dots + k_{in_i} y_i) &= \\ g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) R_i(k_{i1} y_{ri}^{(n_i-1)} + \dots + k_{in_i} y_{ri}) + \\ f_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) + d_i(t) + y_i^{(n_i)}, i = 1, \dots, p. \end{aligned}$$

上式两边除以  $g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t)R_i$ , 有

$$\begin{aligned} y_i^{(n_i)} + k_{i1}y_i^{(n_i-1)} + \cdots + k_{in_i}y_i = \\ k_{i1}y_{ri}^{(n_i-1)} + \cdots + k_{in_i}y_{ri} + \delta_i, \quad i = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (35)$$

其中  $\delta_i = (f_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t) + d_i(t) - y_i^{(n_i)})/g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}, t)R_i$ , 由于  $f_i(\cdot), g_i(\cdot), d_i(t)$  有界, 从而  $\delta_i$  有界, 因此通过调节增益  $R_i$  可以使  $\delta_i$  趋近于零, 从而有

$$\begin{aligned} y_i^{(n_i)} + k_{i1}y_i^{(n_i-1)} + \cdots + k_{in_i}y_i = \\ k_{i1}y_{ri}^{(n_i-1)} + \cdots + k_{in_i}y_{ri}, \quad i = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (36)$$

因此, 设定输入与系统输出之间有线性化解耦传递函数

$$\frac{y_i(s)}{y_{ri}(s)} = \Phi_{ic}(s) = \frac{k_{in_i}s^{n_i-1} + \cdots + k_{in_i}}{s^{n_i} + k_{in_i}s^{n_i-1} + \cdots + k_{in_i}}, \quad i = 1, \dots, p. \quad (37)$$

由于  $\mathbf{K}_i$  按照 HOD 的参数取值, MHODFC 使得控制系统的第  $i$  个输出微分向量高精度地渐近跟踪第  $i$  个设定输入微分向量, 即有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{X}_i = \mathbf{Y}_{ri}, \quad i = 1, \dots, p, \quad (38)$$

实现了多变量解耦高阶微分反馈控制。显然, MHODFC 具有较强鲁棒性, 当非线性函数  $f_i$ ,  $g_i$  和  $d_i(t)$  发生变化时, 只要  $R_i$  充分大, 几乎不影响控制品质。

当 MHODFC 式 (34) 中  $\mathbf{X}_i$  和  $y_i^{(n_i)}$  及  $\mathbf{Y}_{ri}$  未知时, 用 HOD 获得估计向量  $\hat{\mathbf{X}}_i$  和  $\hat{y}_i^{(n_i)}$  及设定输入微分向量  $\hat{\mathbf{Y}}_{ri}$  代替, 得

$$u_i^{m_i} = R_i(\mathbf{K}_i\hat{\mathbf{E}}_i - \hat{y}_i^{(n_i)}), \quad i = 1, \dots, p, \quad (39)$$

其中  $\hat{\mathbf{E}}_i = \hat{\mathbf{Y}}_{ri} - \hat{\mathbf{X}}_i$ ,  $i = 1, \dots, p$ 。

图 7 为基于 HOD 和 MHODFC 的 MIMO 闭环控制系统线性化解耦结构图 (为简化, 图中通过  $u_i^{(m_i)}$  实现  $\mathbf{U}_i = [u_i, u_i^{(1)}, \dots, u_i^{(m_i-1)}]^T$  ( $i = 1, \dots, p$ ) 的积分器略):

## 4 仿真研究

首先验证 HOD 的估计效果。

**例 1** 考虑三阶带有观测噪声非线性不确定系统:

$$\begin{aligned} y^{(3)} &= cy - (1 + y^2)\sin(y^{(1)}) - \\ &y^{(2)}\exp(5y^{(2)}) + d(t), \\ \chi(t) &= y(t) + \eta(t), \end{aligned} \quad (40)$$

其中  $c = -0.2, d(t) = d\text{sign}(\cos(t/2)), d =$

0.2, 初始条件  $y(0) = 0, y^{(1)}(0) = 0, y^{(2)}(0) = 0, \eta(t) \in [-0.001, 0.001]$  为服从均匀分布的白噪声。用所提出的 HOD 基于带有噪声的信号  $\chi(t)$  获得  $y, y^{(1)}, y^{(2)}$  的估计  $\hat{y}, \hat{y}^{(1)}, \hat{y}^{(2)}$ , 取 HOD 的初值  $\hat{y}(0) = 0, \hat{y}^{(1)}(0) = 0.1, \hat{y}^{(2)}(0) = -0.5$ 。

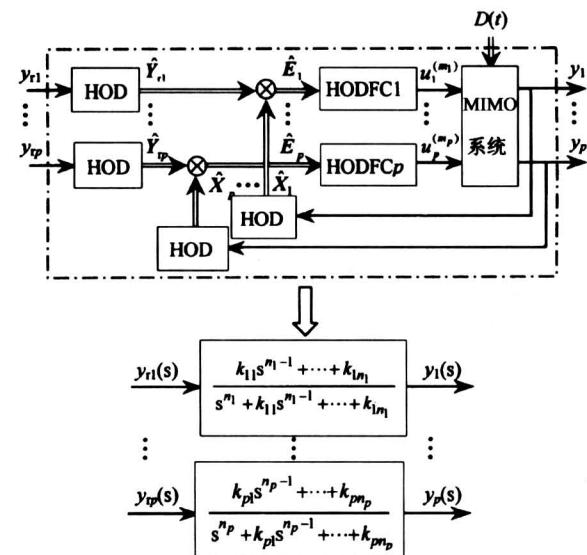


图 7 基于 HOD 和 MHODFC 的 MIMO 闭环系统线性化解耦控制结构图

Fig. 7 The linearized decoupling control block diagram of MIMO closed loop system based on the HOD and the HODFC

取 HOD 的参数  $n_o = 5, a = 5$ 。图 8 为系统输出  $y(t)$  与估计  $\hat{y}(t)$  的比较曲线, 显然, HOD 的估计精度相当高, 并具有较好的滤波能力。图 9 为  $y^{(1)}(t)$  与  $\hat{y}^{(1)}(t)$  的比较曲线和  $y^{(2)}(t)$  与  $\hat{y}^{(2)}(t)$  的比较曲线,  $\hat{y}^{(1)}(t)$  以较高的精度逼近  $y^{(1)}(t)$ , 并且曲线平滑,  $\hat{y}^{(2)}(t)$  有少许的毛刺, 这是由于观测噪声引起的, 其精度和平滑度远远好于差分法和 OOD 方法, 用后两者方法基于信号  $\chi(t)$  求取的一阶微分就会产生尖峰脉冲, 二阶微分将产生严重的连续脉冲。另外, HOD 消除初值误差非常迅速, 见图 9, 初始时刻  $\hat{y}^{(2)}(0) = -0.5, y^{(2)}(0) = 0$ , 但是  $\hat{y}^{(2)}(t)$  (虚线) 迅速逼近  $y^{(2)}(t)$  (实线)。此例表明所提出 HOD 具有较高的求取微分和高阶微分品质。

需要说明的是, 取  $d > 0.4$  或者取  $c \geq 0$  时, 式 (40) 系统输出随着时间的增长趋近于无穷大, 即为非最小相位系统。但对 HOD 而言, 其输入信号不受有界限制, 对非最小相位系统同样可以估

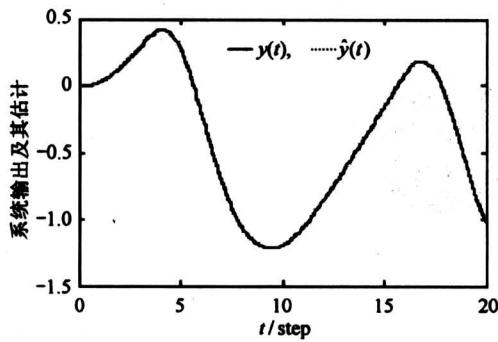


图 8 系统输出  $y(t)$  与估计  $\hat{y}(t)$  比较曲线

Fig.8 Comparing plots between  $y(t)$  and  $\hat{y}(t)$

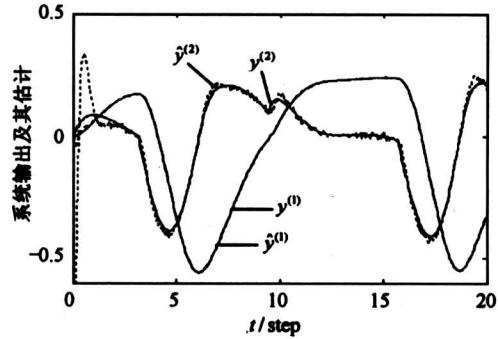


图 9  $y^{(1)}$  与  $\hat{y}^{(1)}$  比较曲线和  $y^{(2)}$  与  $\hat{y}^{(2)}$  比较曲线

Fig.9 Comparing plot between  $y^{(1)}$  and  $\hat{y}^{(1)}$  and between  $y^{(2)}$  and  $\hat{y}^{(2)}$

计，并提取其微分和高阶微分。仿真表明，当该系统加入控制输入  $u(t)$  后，采用基于 HOD 的自适应 HODFC 控制，闭环系统稳定，其所有变量有界，实现高阶微分反馈控制。

下面考察基于 HOD 和 HODFC 的高阶微分反馈控制。

#### 例 2 被控对象为三阶非线性不确定性系统

$$\begin{aligned} y^{(3)} &= (y^2 - b_1)y^{(1)} \sin(u) - \\ &b_2 y^{(2)} + y^{(3)} + b_3 y u^{(1)} + d(t), \quad (41) \end{aligned}$$

其中  $d(t) = b_4 \text{sign}(\cos(t/2))$ ,  $b_4 \in [0, 5]$ ,  $b_1, b_2, b_3$  为较大范围内的任意实数, 设定输入  $y_r$  为对方波  $w(t) = \text{sign}(\cos(0.1t))$  的柔化曲线,  $y(0) = y^{(1)}(0) = y^{(2)}(0) = 0$ ,  $u(0) = 0$ 。

控制器为基于 HOD 的 HODFC, 即  $u^{(m)} = R(\mathbf{K}\hat{\mathbf{e}} - \hat{y}^{(3)})$ ,  $\hat{\mathbf{e}} = [\hat{y}_r - \hat{y}, \hat{y}_r^{(1)} - \hat{y}^{(1)}, \hat{y}_r^{(2)} - \hat{y}^{(2)}]^T$ , 其中 HOD 中参数  $n_o = 5, a = 10$  (用于提取设定输入微分的 HOD 与用于提取系统输出微分的

HOD 取相同的参数), HODFC 中参数  $R = 1\ 000$ , 参数  $\mathbf{K}$  按 HOD 的方法求取, 取  $n_o = n = 3, a = 1.5$ , 求得  $\mathbf{K} = [22.7813 \ 30.3750 \ 10.1250]$ , 即有闭环控制系统线性化传递函数为

$$\Phi_c(s) = \frac{10.1250s^2 + 30.3750s + 22.7813}{s^3 + 10.1250s^2 + 30.3750s + 22.7813}.$$

为同时考察控制效果和估计效果, 每个仿真图形均同时画出系统实际曲线、估计曲线和设定信号曲线。仿真时间为  $[0, 2000]$  步, 为图形清晰, 图 10 至图 12 中只画出  $[1800, 2000]$  步。图 10 为闭环系统实际输出  $y(t)$ 、输出估计  $\hat{y}(t)$  和设定输入估计  $\hat{y}_r(t)$  的比较图, 图 11 为系统实际输出微分  $y^{(1)}(t)$ 、输出微分估计  $\hat{y}^{(1)}(t)$  和设定输入微分估计  $\hat{y}_r^{(1)}(t)$  的比较图, 图 12 为系统真实输出二阶微分  $y^{(2)}(t)$ 、二阶微分估计  $\hat{y}^{(2)}(t)$  和设定输入二阶微分估计  $\hat{y}_r^{(2)}(t)$  的比较图。显然, HOD 估计精度较高, 基于 HOD 的 HODFC 具有极好的控制效果, 控制器对参数变化和扰动具有良好鲁棒性, 不仅如此, 仿真表明, 当系统函数  $f(\cdot)$  和  $g(\cdot)$  发生变化时, 仍能保持良好的控制品质。当扰动和参数变化超过一定范围时, 比如  $b_4$  范围放大 5 倍, 只需将控制器参数  $R$  放大相应的倍数即可, 这与定理 2 是一致的。仿真表明式 (41) 系统是非最小相位系统, 当输入为常值时或输入为零而初值不为零时, 系统输出趋近于无穷大。但是采用基于 HOD 的 HODFC 使整个闭环控制系统的变量有界, 并取得了良好的控制效果和较高的估计精度。

#### 例 3 被控对象为 2 输入 2 输出的三阶非线性不确定性系统

$$\begin{aligned} y_1^{(3)} &= -0.5y_1 y_2^{(2)} - (1 - y_1^2)y_1^{(1)} u_2^{(1)} - \\ &y_1^{(2)} + y_1^{(2)} + \sin(u_1) + u_1^{(1)} + d_1(t), \\ y_2^{(3)} &= \ln(1 + |y_2|)u_1^{(1)} - (1 - y_2^{(1)})y_2^{(2)} + \\ &y_1^{(2)} + y_2^{(2)}u_2 - u_2^{(1)} + d_2(t), \quad (42) \end{aligned}$$

其中  $d_1(t) = d \text{sign}(\cos(t/2))$ ,  $d_2(t) = d \text{sign}(\cos(t/3))$ ,  $d \in [0, 5]$ , 设定输入  $y_{r1}$  为对方波  $w_1(t) = \text{sign}(\cos(0.1t))$  的柔化曲线,  $y_{r2}$  为对方波  $w_2(t) = 0.5\text{sign}(\cos(0.15t))$  的柔化曲线, 系统初值和控制输入初值均取零。

控制器为基于 HOD 的 MHODFC, 即  $u_i^{(m_i)} = R_i(\mathbf{K}_i \hat{\mathbf{e}}_i - \hat{y}_i^{(n_i)})$ ,  $i = 1, 2, m_1 = m_2 = 1, n_1 = n_2 = 3$ , 所有 HOD 中参数均取  $n_o = 5, a = 10$ , HODFC 中参数  $R_1 = R_2 = 1\ 000$ , 参数  $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2$  取

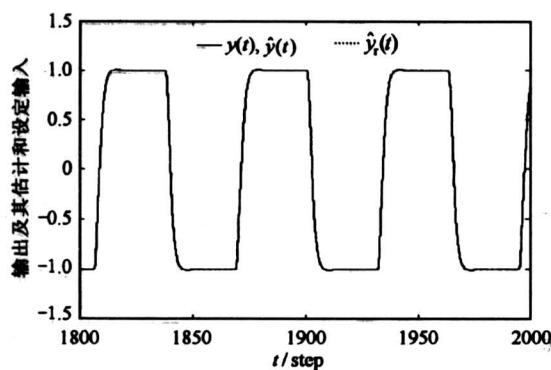


图 10  $y(t)$ ,  $\hat{y}(t)$  和  $\hat{y}_r(t)$  的比较图

Fig. 10 Comparing plots among  $y(t)$ ,  $\hat{y}(t)$  and  $\hat{y}_r(t)$

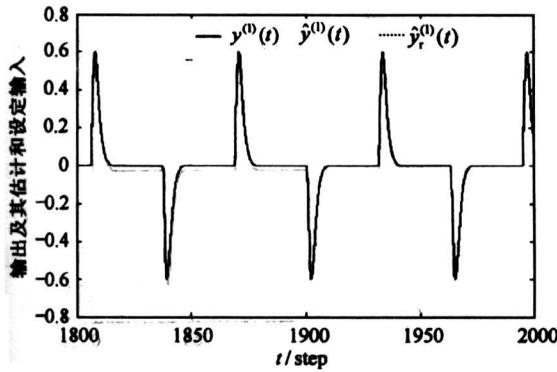


图 11  $y^{(1)}(t)$ ,  $\hat{y}^{(1)}(t)$  和  $\hat{y}_r^{(1)}(t)$  的比较图

Fig. 11 Comparing plots among  $y^{(1)}(t)$ ,  $\hat{y}^{(1)}(t)$  and  $\hat{y}_r^{(1)}(t)$

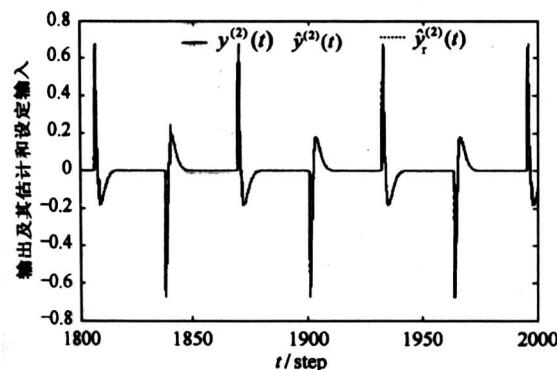


图 12  $y^{(2)}(t)$ ,  $\hat{y}^{(2)}(t)$  和  $\hat{y}_r^{(2)}(t)$  的比较图

Fig. 12 Comparing plots among  $y^{(2)}(t)$ ,  $\hat{y}^{(2)}(t)$  and  $\hat{y}_r^{(2)}(t)$

值同上例中的  $K$  值。首先看对变量  $y_1$  的控制的效果, 图 13 为闭环系统真实输出  $y_1(t)$ 、输出估计  $\hat{y}_1^{(1)}(t)$  和设定输入估计  $\hat{y}_{rl}(t)$  的比较图, 图 14 为输出微分  $y_1^{(1)}(t)$ 、输出微分估计  $\hat{y}_1^{(1)}(t)$  和设定输入微分估计  $\hat{y}_{rl}^{(1)}(t)$  的比较图, 图 15 为输出二阶微分  $y_1^{(2)}(t)$ 、二阶微分估计  $\hat{y}_1^{(2)}(t)$  和设定输入二阶微分估计  $\hat{y}_{rl}^{(2)}(t)$  的比较图。对变量  $y_2$  的控制, 相应的比较图为图 16、图 17 和图 18。

显然, 被控系统式 (42) 是一个强耦合、高阶非线性不确定系统, 采用多变量高阶微分反馈控制获得了良好的控制效果和估计效果, 实现了线性化解耦控制, 同时对系统参数变化、扰动幅值变化、函数变化具有良好的鲁棒性。

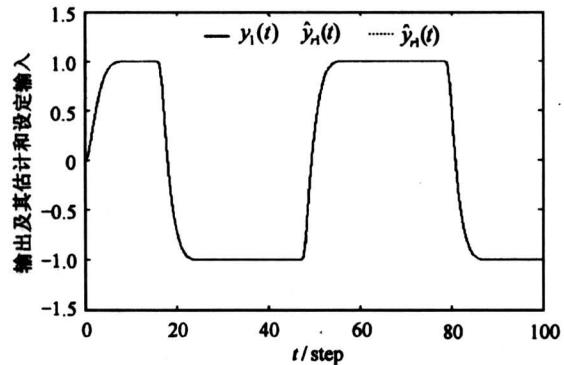


图 13  $y_1(t)$ ,  $\hat{y}_1(t)$  和  $\hat{y}_{rl}(t)$  的比较图

Fig. 13 Comparing plots among  $y_1(t)$ ,  $\hat{y}_1(t)$  and  $\hat{y}_{rl}(t)$

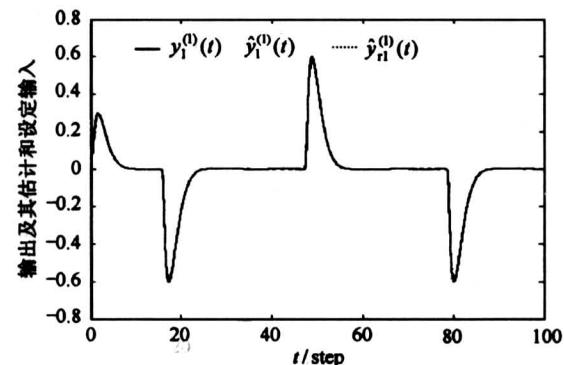


图 14  $y_1^{(1)}(t)$ ,  $\hat{y}_1^{(1)}(t)$  和  $\hat{y}_{rl}^{(1)}(t)$  的比较图

Fig. 14 Comparing plots among  $y_1^{(1)}(t)$ ,  $\hat{y}_1^{(1)}(t)$  and  $\hat{y}_{rl}^{(1)}(t)$

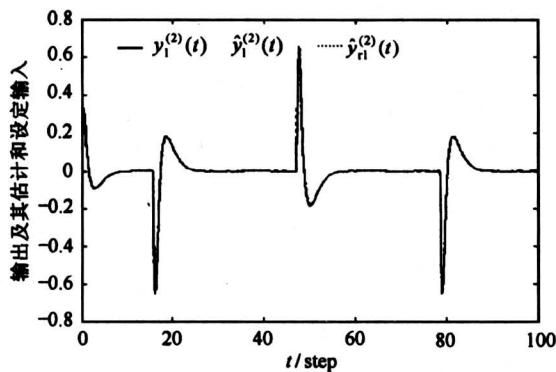
图 15  $y_1^{(2)}(t)$ ,  $\hat{y}_1^{(2)}(t)$  和  $\hat{y}_{r1}^{(2)}(t)$  的比较图

Fig. 15 Comparing plots among  $y_1^{(2)}(t)$ ,  $\hat{y}_1^{(2)}(t)$  and  $\hat{y}_{r1}^{(2)}(t)$

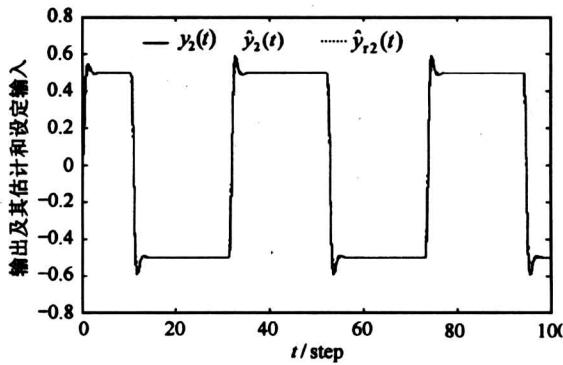
图 16  $y_2(t)$ ,  $\hat{y}_2(t)$  和  $\hat{y}_{r2}(t)$  的比较图

Fig. 16 Comparing plots among  $y_2(t)$ ,  $\hat{y}_2(t)$  and  $\hat{y}_{r2}(t)$

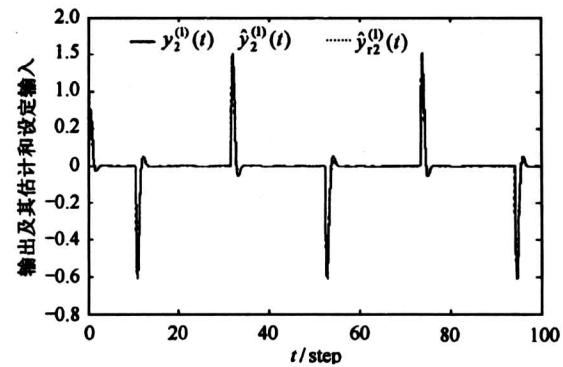
图 17  $y_2^{(1)}(t)$ ,  $\hat{y}_2^{(1)}(t)$  和  $\hat{y}_{r2}^{(1)}(t)$  的比较图

Fig. 17 Comparing plots among  $y_2^{(1)}(t)$ ,  $\hat{y}_2^{(1)}(t)$  and  $\hat{y}_{r2}^{(1)}(t)$

## 5 结语

笔者提出不依赖模型的高阶微分反馈控制思想, 发展了 PID 控制基于误差和误差微分设计控

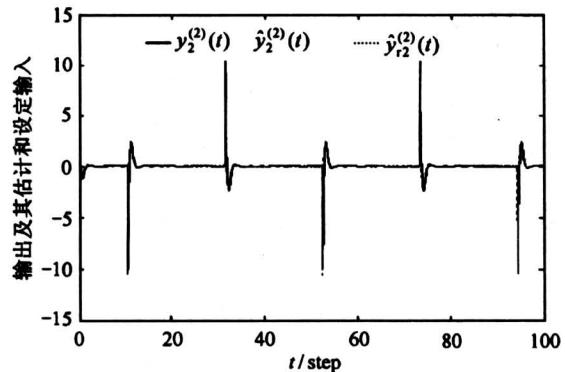
图 18  $y_2^{(2)}(t)$ ,  $\hat{y}_2^{(2)}(t)$  和  $\hat{y}_{r2}^{(2)}(t)$  的比较图

Fig. 18 Comparing plots among  $y_2^{(2)}(t)$ ,  $\hat{y}_2^{(2)}(t)$  and  $\hat{y}_{r2}^{(2)}(t)$

制器的思想, 克服了状态反馈控制要求模型已知来观测未知状态的不足, 极大的提高了控制品质。基于这种思想设计了不依赖模型的高阶微分器 (HOD), 参数少, 容易调节, 能高品质地提取量测信号的微分和高阶微分, 给出了 HOD 的稳定性、收敛性和滤波特性的证明; 对模型未知的非线性 SISO 和 MIMO 系统分别设计了基于 HOD 的 HODFC 和 MHODFC, 实现了自适应高阶微分反馈控制, 给出了闭环系统稳定性和鲁棒性分析, 实现了线性化解耦控制。

## 参考文献

- [1] 王伟, 张晶涛, 柴天佑. PID 参数先进整定方法综述 [J]. 自动化学报, 2000, 26(3): 347~355
- [2] 韩京清. 非线性 PID 控制器 [J]. 自动化学报, 1994, 20(4): 487~490
- [3] Åström K J, Hägglund T. Automatic tuning of PID controllers [M]. Research Triangle Park, North Carolina: Instrument Society of America, 1988
- [4] Åström K J, Hägglund T. PID controllers: theory, design, and tuning, 2nd Edition [M]. Research Triangle Park, North Carolina: Instrument Society of America, 1995
- [5] Esfandiari F, Khalil H K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems [J]. Int J Contr, 1992, 56: 1007~1037
- [6] Teel A, Praly L. Global stabilizability and observability imply semi-global stabilizability by output feedback [J]. Syst Contr Lett, 1994, 22: 313~325
- [7] Khalil H K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models [J]. IEEE Trans Auto Contr, 1996, 41 (2): 177~188

(cont. on p. 63)

- [ 3 ] Chow W K. Simulation of tunnel fires using a zone model [ J ], Tunnelling and Underground Space Technology, 1996, 11(2):221~236
- [ 4 ] Jones W W. State of the art in zone modeling of fires, the Vereinigung zur Forderung des deutschen Brandschutzes e. V. (VFDB) [ A ]. International Fire Protection Seminar, 9th. Engineering Methods for Fire Safety. Proceedings [ C ]. Munich Germany, 2001. A 4/89~126
- [ 5 ] 叶瑞标, 潘关新, 陈小军, 等. 地下建筑公共娱乐场所火灾烟气防治 [ J ]. 消防技术与产品信息, 1996, (2):21~26
- [ 6 ] Jones W W, Forney G P, Peacock R D, et al. A Technical Reference for CFAST: An Engineering Tool for Estimating Fire and Smoke Transport [ M ]. National Institute of Standards and Technology, Building and Fire Research Laboratory, January 2000

## Cell-Zone Method: An Engineering Approach to Predict Smoke Movement in Large Scale Building Fire

Hu Longhua, Huo Ran, Li Yuanzhou, Wang Haobo

(State Key Laboratory of Fire Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**[Abstract]** In large scale building fire, it is improper to predict smoke descending using traditional simple two-layer zone model, which divides the total space of the building into upper hot smoke layer and lower cool air layer. In this paper, an improved method, named Cell-Zone Method, is used to solve this problem, which first divides the total space into some small subspaces and then uses traditional two-layer zone model in each subspace. Comparison is carried out between these two methods in fire smoke development simulation in typical large space buildings by CFAST4.02 software package. Results show that Cell-Zone Method demonstrates more applicability than traditional simple two-layer zone model in large scale building, especially in buildings having large scale in one direction.

**[Key words]** large scale building; smoke movement; cell-zone method; zone-model

(con. from p.44)

## High Order Differential Feedback Control for Nonlinear Systems

Qi Guoyuan<sup>1,2</sup>, Chen Zengqiang<sup>2</sup>, Yuan Zhuzhi<sup>2</sup>

(1. Department of Automation, Tianjin University of Science & Technology, Tianjin 300222, China;  
2. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**[Abstract]** This article presents high differential feedback control idea that does not rely on the model of the controlled system. Its control objective is that the output of the system and its differential and high differentials approximate the given reference input and its differential and high order differentials. It will improve largely the requirement of the control quality. Based on the idea, the high order differentiator (HOD) that is well able to extract differential and high order differentials of measured signals is designed. The proposed HOD has a few parameters and is easily adjusted. Its stability, convergence and filtering characteristic are proved. Furthermore, is designed. high order differential feedback adaptive controllers (HODFC) for unknown model nonlinear SISO and MIMO systems with unknown disturbance are presents respectively, the analysis of stability and robustness of the closed system is given, and linearized decoupling control is achieved.

**[Key words]** high order differentiator; high differential feedback controller; stability; robustness; decoupling control