

研究报告

汽车零部件（弹簧）的可靠性稳健优化设计

张义民¹, 贺向东¹, 刘巧伶¹, 闻邦椿²

(1. 吉林大学南岭校区机械科学与工程学院, 长春 130025;
2. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110004)

[摘要] 应用汽车零部件可靠性稳健优化设计的理论方法, 对汽车典型弹簧系零部件, 如扭杆弹簧、螺旋弹簧和钢板弹簧进行了可靠性稳健优化设计, 给出了计算仿真分析结果, 为工程实际的汽车零部件的可靠性稳健优化设计提供了理论依据。

[关键词] 弹簧; 可靠性灵敏度; 多目标优化; 稳健设计

[中图分类号] U463.33⁺⁴; TH135 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742(2004)05-0061-04

1 引言

任何一种机械产品, 其可靠性都会受到一些因素影响, 要么尽可能消除这些因素, 要么尽量减轻这些因素的影响。在实际工程中, 消除这些影响因素往往是很难的, 即使能够消除也需要付出很大的代价, 可见这不是首选的方法; 而减轻这些因素的影响却是相对容易和代价低的方法, 也就是使产品可靠性对这些因素的变化不十分敏感。根据这一指导思想, 发展一种可以提高产品可靠性的工程可靠性稳健设计方法是十分有意义的。

应用汽车零部件可靠性稳健优化设计理论^[1], 笔者对汽车典型弹簧系零部件, 如扭杆弹簧、螺旋弹簧和钢板弹簧进行了可靠性稳健优化设计, 通过计算仿真得到了具有学术理论指导价值和实际应用参考价值的结果。

2 扭杆的可靠性稳健优化设计

2.1 扭杆的力学模型

扭杆弹簧(图1), 是一根由弹簧钢制成的杆。扭杆按其截面可分为圆形、管形、片状及组合式等

几种。圆形扭杆应用最广, 管形扭杆可以合理地利用材料。

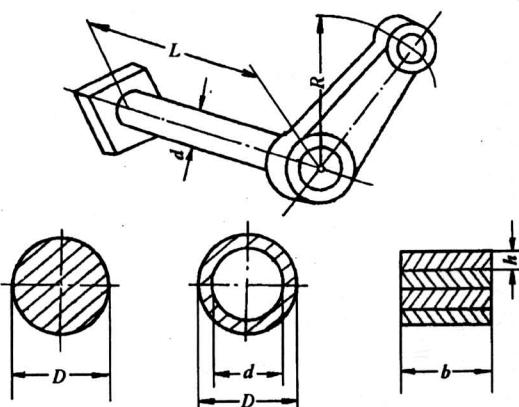


图1 扭杆结构

Fig. 1 Structure of torsion bar

对于圆形和管形截面的扭杆, 所受的扭转应力为

$$\tau = \frac{16DT}{\pi(D^4 - d^4)} \quad (1)$$

式中 T 为扭矩; D 为管形截面的外径; d 为管形截面的内径(圆形截面 $d=0$)。

[收稿日期] 2003-09-17; 修回日期 2003-11-01

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(50175043)和吉林省自然科学基金资助项目

[作者简介] 张义民(1958-), 男, 吉长春市人, 力学博士, 吉林大学博士后, 吉林大学教授, 博士生导师

根据应力-强度干涉理论, 以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - \tau \quad (2)$$

式中 r 为扭杆的材料强度; 基本随机变量向量 $\mathbf{X} = (r \ T \ D \ d)^T$, 这里 \mathbf{X} 的均值 $E(\bar{\mathbf{X}})$ 和方差 $\text{Var}(\mathbf{X})$ 是已知的, 并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机参数向量 \mathbf{X} 求偏导数, 有

$$\frac{\partial g(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial T} \frac{\partial g}{\partial D} \frac{\partial g}{\partial d} \right] \quad (3)$$

根据可靠性稳健优化设计方法, 把以上各式和已知条件代入相应的计算公式, 就可以对扭杆进行可靠性稳健优化设计。

2.2 计算实例

某型机械的扭杆为管形截面, 承受扭矩 T 为 $(\mu_T, \sigma_T) = (677\,400, 8\,891.28) \text{ N}\cdot\text{mm}$, 要求工作循环次数 $N = 4\,000$ 次, 材料的疲劳极限 r 为 $(\mu_r, \sigma_r) = (686.9, 35.8) \text{ MPa}$, 设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$, 试用可靠性稳健优化方法设计此扭杆的内径 d 和外径 D 。

首先, 建立目标函数:

1) 要求扭杆的质量最小, 即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$:

$$f_1(x) = \frac{\pi}{4}(x_2^2 - x_1^2) \quad (4)$$

2) 要求扭杆的可靠度对设计变量 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$:

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2} \quad (5)$$

取设计变量为 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T = [d \ D]^T$, 其中 d 和 D 分别为扭杆的内径和外径。

第二, 建立约束条件:

$$\bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geqslant 0,$$

$$0 \leqslant x_1 \leqslant 30, 0 \leqslant x_2 \leqslant 30, x_2 - x_1 \geqslant 0 \quad (6)$$

第三, 优化求解: 选用约束随机方向法进行优化设计, 选取初值为 $d = 20 \text{ mm}$, $D = 30 \text{ mm}$, 对扭杆进行可靠性稳健优化设计, 根据给出的数据, 求得扭杆设计处的最大内径和最小外径为

$$d = 16.8542 \text{ mm}, D = 21.8537 \text{ mm}.$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果, 计算得此扭杆的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 4.477526, R = 0.999996,$$

$$dR/d\bar{\mathbf{x}}^T = \left[\frac{\partial R}{\partial \bar{D}} \frac{\partial R}{\partial \bar{d}} \right] = \begin{bmatrix} 5.483 \times 10^{-5} \\ -3.000 \times 10^{-5} \end{bmatrix}^T,$$

扭杆的可靠性指标 β 和可靠度 $R = \Phi(\beta)$ 愈大, R 随 β 变化曲线愈平缓, 其可靠性灵敏度的数量值愈小, 即斜率愈小, 说明设计参数的变化对扭杆的可靠性影响愈不敏感, 即愈稳健。

3 螺旋弹簧的可靠性稳健优化设计

3.1 螺旋弹簧的力学模型

螺旋弹簧 (图 2), 是用弹簧钢棒料卷制而成螺旋状的一种弹簧。弹簧中的最大切应力发生在簧丝的内侧, 即

$$\tau = \frac{(1 + d/2D)dGy}{\pi D^2 n} \quad (7)$$

式中 d 为簧丝直径; D 为弹簧中径; G 为弹簧材料的剪切弹性模量; n 为弹簧的有效圈数; y 为弹簧的变形量。

根据应力-强度干涉理论, 以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - \tau \quad (8)$$

式中 r 为弹簧的许用强度; 基本随机参数向量为 $\mathbf{X} = (r \ d \ D \ G \ n \ y)^T$, 这里 \mathbf{X} 的均值 $E(\bar{\mathbf{X}})$ 和方差 $\text{Var}(\mathbf{X})$ 是已知的, 并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机参数向量 \mathbf{X} 求偏导数, 有

$$\frac{\partial g(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial d} \frac{\partial g}{\partial D} \frac{\partial g}{\partial G} \frac{\partial g}{\partial n} \frac{\partial g}{\partial y} \right].$$

根据可靠性稳健优化设计方法, 把以上各式和已知条件代入相应的计算公式, 就可以对螺旋弹簧进行可靠性稳健优化设计。



图 2 螺旋弹簧

Fig. 2 Structure of coil spring

3.2 数值算例

某型轿车采用的螺旋弹簧的材料强度 r 和剪

切弹性模量 G 分别为 $(\mu_r, \sigma_r) = (1714.02, 83.202)$ MPa, $(\mu_G, \sigma_G) = (79250, 1585)$ MPa, 认为弹簧的变形量是在相同的最大载荷(并圈时载荷)的情况下所得到的各自的变形量, $(\mu_y, \sigma_y) = (208, 4.16)$ mm, 由于弹簧总圈数中有 $1/4 \sim 1/2$ 圈的变异性, 所以可取 $3\sigma_n = 1$, 即有效圈数 n 的标准差 $\sigma_n = 0.083$ 。设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$, 试用可靠性稳健优化方法设计此螺旋弹簧的簧丝直径 d , 弹簧中经 D 和弹簧圈数 n 。

首先, 建立目标函数:

1) 要求螺旋弹簧的质量最小, 即求体积 V 为最小 $f_1(x)$:

$$f_1(x) = \frac{\pi^2}{4} x_1^2 x_2 x_3 \quad (10)$$

2) 要求螺旋弹簧的可靠度对设计变量 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$:

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i}\right)^2} \quad (11)$$

取设计变量为 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [d, D, n]^T$, 其中 d 为簧丝直径, D 为弹簧中径, n 为弹簧圈数。

第二, 建立约束条件:

1) 可靠性约束

$$\bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g \geq 0 \quad (12)$$

2) 簧丝直径约束

$$0 \leq x_1 \leq 25 \quad (13)$$

3) 弹簧中径约束

$$100 \leq x_2 \leq 150 \quad (14)$$

4) 旋绕比约束

$$4 \leq \frac{x_2}{x_1} \leq 10 \quad (15)$$

5) 工作圈数约束

$$4 \leq x_3 \leq 15 \quad (16)$$

6) 不并圈约束

$$H_0 - \delta_{\max} \geq H_b \quad (17)$$

式中 H_0 为弹簧自由高度, 当支承圈数 $n_2 = 2$ 且弹簧两端磨平时, $H_0 = nt + 1.5d$, t 为节距, $t \approx (0.28 \sim 0.5)D$, 计算时取 $t = 0.5D$; δ_{\max} 为弹簧在最大工作载荷 F_{\max} 下的变形量, $\delta_{\max} = \frac{8F_{\max}D^3n}{Gd^4}$; H_b 为弹簧并紧高度, 当支承圈数 $n_2 = 2$ 且弹簧两端磨平时, $H_b \approx (n + 1.5)d$ 。

7) 稳定性约束

$$b = \frac{H_0}{D} = \frac{nt + 1.5d}{D} = 0.5x_3 + 1.5\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \leq b_c \quad (18)$$

式中 b_c 为临界高径比, 当两端固定时 $b_c = 5.3$ 。

8) 共振约束: 根据减振弹簧不发生共振的要求, 弹簧的自振频率 f 应远离其受载的载荷变化频率 f_r 。当两端固定时, $f = \frac{d}{2\pi D^2 n} \sqrt{\frac{Gg}{2\gamma}}$, 这里取工作频率 $f_r = 127.8$ Hz, $\gamma = 7.4872 \times 10^{-5}$ N/mm³。约束条件为

$$f \leq 0.5 f_r \text{ Hz} \quad (19)$$

第三, 优化求解: 选用约束随机方向法进行优化设计, 选取初值为 $d = 13.5$ mm, $D = 109.5$ mm, $n = 6.5$, 对螺旋弹簧进行可靠性稳健优化设计, 根据给出的数据, 求得弹簧的最小尺寸为

$$d = 10.823 \text{ mm}, D = 108.232 \text{ mm},$$

$$n = 5.24.$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果, 计算得此螺旋弹簧的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 7.696796, R = 1.000000,$$

$$dR/d\bar{x}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial d} & \frac{\partial R}{\partial D} & \frac{\partial R}{\partial n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.947 \times 10^{-14} \\ 1.162 \times 10^{-14} \\ 1.228 \times 10^{-14} \end{bmatrix}^T,$$

螺旋弹簧的可靠性指标 β 和可靠度 $R = \Phi(\beta)$ 愈大, R 随 β 变化曲线愈平缓, 其可靠性灵敏度的数量值愈小, 即斜率愈小, 说明设计参数的变化对螺旋弹簧的可靠性影响愈不敏感, 即愈稳健。

4 钢板弹簧的可靠性稳健设计

4.1 钢板弹簧的力学模型

车辆的多片钢板弹簧多为中心受载的简支叠板弹簧。如图 3 所示按一定宽度 b 将其截开重叠使用。在钢板弹簧垂直方向载荷的计算上, 通常采用的是所谓等应力梁的计算公式, 其工作应力的实用公式为

$$\sigma_i = \frac{3Pl}{2b} \frac{h_i}{n_1 h_1^3 + n_2 h_2^3 + \dots + n_m h_m^3} \quad (20)$$

应力在最厚的板上最大为

$$\sigma_{\max} = \frac{3Pl}{2b} \frac{h_{\max}}{n_1 h_1^3 + n_2 h_2^3 + \dots + n_m h_m^3} \quad (21)$$

式中 P 为载荷, 几何尺寸宽度、厚度和跨距分别为 b , h_i 和 l , n_i 为板厚为 h_i 的钢板片数。严格地

说，应考虑叠板之间的摩擦对工作应力的影响，不过实用上采用这种近似设计方法还是允许的。在汽车、电车等车辆钢板弹簧的设计中，大多采用这种方法。

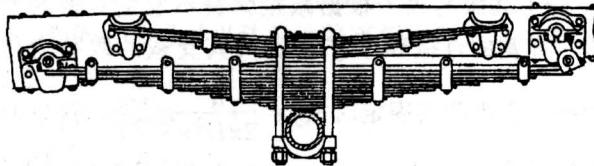


图3 钢板弹簧

Fig.3 Structure of composite springs

根据应力-强度干涉理论，以应力极限状态表示的状态方程为

$$g(\mathbf{X}) = r - \sigma_{\max} \quad (22)$$

式中 r 为钢板弹簧的材料强度；基本随机变量向量 $\mathbf{X} = (r \ P \ l \ b \ h_1 \ h_2 \cdots \ h_m)^T$ ，这里 \mathbf{X} 的均值 $E(\bar{\mathbf{X}})$ 和方差 $Var(\mathbf{X})$ 是已知的，并且可以认为这些随机变量是服从正态分布的相互独立的随机变量。

把状态函数 $g(\mathbf{X})$ 对基本随机变量向量 \mathbf{X} 求偏导数，有

$$\frac{\partial g(\bar{\mathbf{X}})}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial P} \frac{\partial g}{\partial l} \frac{\partial g}{\partial b} \frac{\partial g}{\partial h_{\max}} \right] \quad (23)$$

根据可靠性稳健优化设计方法，把以上各式和已知条件代入相应的计算公式，就可以对钢板弹簧进行可靠性稳健优化设计。

4.2 数值算例

国产某型汽车钢板弹簧的跨距 l 为 $(\mu_l, \sigma_l) = (1475, 7.375)$ mm，钢板弹簧的片数 $n_1 = 2, n_2 = 6, n_3 = 4$ ，载荷 P 为 $(\mu_P, \sigma_P) = (16503.2, 825.16)$ N，材料强度 r 为 $(\mu_r, \sigma_r) = (614, 45.8)$ MPa。设所要求的可靠度 $R_0 = 0.999$ ，试用可靠性稳健优化方法设计此多片不同厚度钢板弹簧设计处的最小宽度 b 和最小厚度 h_1, h_2, h_3 。

首先，建立目标函数：

1) 要求钢板弹簧的质量最小，即求截面 A 的面积为最小 $f_1(x)$ ：

$$f_1(x) = x_1(n_1x_2 + n_2x_3 + n_3x_4) \quad (24)$$

2) 要求钢板弹簧的可靠度对设计变量 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ 均值的灵敏度为最小 $f_2(x)$ ：

$$f_2(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2} \quad (25)$$

取设计变量为 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [b \ h_1 \ h_2 \ h_3]^T$ ，其中 b, h_1, h_2, h_3 为钢板弹簧的几何尺寸。

第二，建立约束条件：

$$\begin{aligned} \bar{g} - \Phi^{-1}(R_0)\sigma_g &\geq 0, x_2 - x_3 \geq 1.0, \\ x_3 - x_4 &\geq 1.0, x_1 - 80 \geq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

第三，优化求解：选用约束随机方向法进行优化设计，选取初值为 $b = 90$ mm, $h_1 = 11$ mm, $h_2 = 10$ mm, $h_3 = 9$ mm，对板簧进行可靠性稳健优化设计，根据给出的数据，求得板簧设计处截面的最小尺寸为

$$\begin{aligned} b &= 80.0009 \text{ mm}, h_1 = 11.8283 \text{ mm}, \\ h_2 &= 10.8277 \text{ mm}, h_3 = 8.4690 \text{ mm}. \end{aligned}$$

依据此可靠性稳健优化设计的结果，计算得此板簧的可靠性指标、可靠度和可靠性灵敏度分别为

$$\beta = 4.15909, R = 0.9999839,$$

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\bar{\mathbf{x}}^T} &= \left[\frac{\partial R}{\partial b} \frac{\partial R}{\partial h_1} \frac{\partial R}{\partial h_2} \frac{\partial R}{\partial h_3} \right] = \\ &\begin{bmatrix} 7.006 \times 10^{-6} \\ 9.477 \times 10^{-5} \\ 8.856 \times 10^{-5} \\ 3.612 \times 10^{-5} \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$

钢板弹簧的可靠性指标 β 和可靠度 $R = \Phi(\beta)$ 愈大， R 随 β 变化曲线愈平缓，其可靠性灵敏度的数量值愈小，即斜率愈小，说明设计参数的变化对钢板弹簧的可靠性影响愈不敏感，即愈稳健。

5 结语

作者对几种典型汽车弹簧系零部件——扭杆弹簧、螺旋弹簧和钢板弹簧进行了可靠性稳健优化设计。应用该方法对汽车零部件进行可靠性稳健优化设计，可以提高设计水平，加强汽车的安全和可靠性。可见使用该方法可以对机械行业弹簧系零部件进行可靠性稳健优化设计。

参考文献

- [1] 张义民, 贺向东, 刘巧伶, 闻邦椿. 汽车零部件的可靠性稳健优化设计——理论部分[J]. 中国工程科学, 2004, 6 (3): 75~79

(下转第 78 页)

- [2] Peker A, Johnson W L. A highly processable metallic glass: $Zr_{41.2}Ti_{13.8}Cu_{12.5}Ni_{10}Be_{22.5}$ [J]. *Appl Phys Lett*, 1993, 63(17): 2342~2344
- [3] 王成, 张庆生, 江峰, 等. 非晶合金 $Zr_{55}Al_{10}Cu_{30}Ni_5$ 在 3.5% NaCl 溶液中的电化学行为 [J]. 金属学报, 2002, 38(7): 765~769
- [4] Inoue A. Stabilization of metallic supercooled liquid and bulk amorphous alloys [J]. *Acta Mater*, 2000, 48(1): 279~306
- [5] Lu Z P, Liu C T. A new glass-forming ability criterion for bulk metallic glasses [J]. *Acta Mater*, 2002, 50(3): 3501~3512

Research of the Preparation Technology for $Zr_{66}Al_9Cu_{16}Ni_9$ Bulk Amorphous Alloy

Ruan Xuping^{1,2}, Ruan Hongwei

(1. Department of physics, Loudi normal college, Hunan Loudi 417000, China;

2. Department of applied physics, Hunan university, Hunan Changsha 410082, China)

[Abstract] The paper introduced the preparation technology for bulk amorphous alloys. The samples were prepared by using the vacuum arc furnace, and the melt was processed by three different methods. The crystalloids of the samples were analyzed by using X-ray diffraction technology. The results showed that the compound oxide glass composed of B_2O_3 and Na_2SiO_3 reacted with some elements in the melt, therefore, it wasn't favourable for coating the $Zr_{66}Al_9Ni_9Cu_{16}$ alloy, hence hindering the formation of the amorphous state. The fluorides composed of CaF_2 (45%), AlF_3 (50%) and CaO (5%) and trace TiO_2 reacted with some elements in the melt, so they were not suitable for purifying the $Zr_{66}Al_9Ni_9Cu_{16}$ alloy. High vacuum degree of equipment and high purity of the raw and processed materials were the important factors for promoting the melt to form the amorphous alloy.

[Key words] bulk amorphous alloy; preparation technology; glass; fused salt; vacuum degree

(cont. from p. 64)

Reliability-based Robust Optimization Design for Automobile Components

Part 3: Springs

Zhang Yimin¹, He Xiangdong¹, Liu Qiaoling¹, Wen Bangchun²

(1. College of Mechanical Science and Engineering, Nanling Campus, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

[Abstract] Using the theoretical method of reliability-based robust optimization design (in part 1), several springs in automobiles, such as torsion bar, coil spring and multi-leaf spring are computed and the emulation results are analyzed. According to the method presented in this paper, the reliability-based robust optimization designs for automobile components in practical engineering are obtained.

[Key words] springs; reliability sensitivity; multi-objective optimization; robust design