

三向应力状态下混凝土强度和变形特性研究

闫东明^{1,2}, 林 皋¹

(1. 大连理工大学土木水利学院, 辽宁 大连 116024; 2. 郑州大学环境与水利学院, 郑州 450002)

[摘要] 对设计强度为 10 MPa 的混凝土立方体试件进行三轴压缩试验, 系统研究了等围压条件下混凝土的强度和变形特性, 围压分别为 0, 4, 8, 12, 16 MPa 5 个量级; 同时研究了不等围压条件下混凝土强度变化特性, 试验表明, 随着围压增加, 混凝土的极限抗压强度有明显增强的趋势; 随着小主应力的增加, 中主应力的影响有减弱的趋势; 峰值应力处应变随围压增加幅度显著。得出了在不同恒定围压下混凝土的应力应变全过程曲线; 通过与当前文献资料的对比分析, 指出了在混凝土结构计算中适用的强度及变形表达式, 为工程实践提供了依据。

[关键词] 三向受力状态; 不等围压; 极限强度; 变形; 混凝土

[中图分类号] TU502 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1009-1742 (2007) 06-0064-07

混凝土材料广泛用于道路、桥梁、建筑、水利、地下结构以及特殊结构(如电视塔)等领域, 其力学特性的研究对充分发挥材料强度, 提高设计水平, 降低工程造价具有十分重要的意义。由于受到试验设备及试验手段的限制, 以往的混凝土材料力学特性研究多局限于单轴受力状态, 其相应的设计方法多依据线弹性分析及材料单轴强度准则, 远不能满足大体积混凝土结构, 如混凝土重力坝及拱坝、海洋采油平台、核反应堆安全壳及压力容器、大型炼钢炉基础、大型地下工程混凝土衬砌等设计的需要。因为这些结构大都在非线性复杂应力状态下工作, 其受力性能与单轴应力状态差别较大, 如处于二轴或三轴受压状态时, 按单轴强度准则设计的结构可能偏于保守; 如处于二轴或三轴拉压状态时则可能偏于危险。由于三轴试验设备复杂, 试验难度大, 目前混凝土多轴特性方面的研究工作还不够系统深入, 表现为理论分析多, 试验研究少, 强度试验多, 变形试验少^[1~10]。

近 20 年来, 随着高速度、大容量计算机的出现以及有限元等计算技术的迅速发展, 传统的试验以及设计分析方法面临着挑战。为了更有效地发挥材料的潜力, 从传统的弹性设计发展到按非线性进行设计已经势在必行。作为结构非线性分析的基础及发展结构设计理论的需要, 有关混凝土在复杂应力状态下变形和强度的试验以及本构模型与破坏准则的研究日益受到重视。为此, 笔者开展了混凝土的多轴特性试验, 系统研究了混凝土在多轴应力状态下强度和变形的变化规律, 为建立精确、适用工程实践的混凝土本构模型提供必要的依据。

1 试验设备及试验技术研究

1.1 试验设备

试验设备为大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室的大型液压伺服试验系统。该系统由电液伺服阀、电子控制线路和三向分别独立的加力架、加载板、液压缸(每向出力最大压力 2.5×10^3

[收稿日期] 2005-10-08; 修回日期 2006-01-14

[基金项目] 国家自然科学基金资助重点项目(90510018 和 50139010)

[作者简介] 闫东明(1978-), 男, 河南南阳市人, 大连理工大学博士, 从事混凝土材料动力性能方法的理论与试验研究

林 皋(1929-), 男, 江西南昌市人, 中国科学院院士, 大连理工大学教授, 博士生导师, 从事大坝抗震等方面研究

kN，最大拉力 5×10^2 kN)、荷载传感器和位移传感器 (LVDT) 组成。系统可以实现各种应力比下的三向拉、三向压和三向拉压的静动态试验。试验过程数据采用 Visual C++ 程序编制软件系统进行控制和采集，其最小采集周期为 $2 \mu\text{s}$ 。作动器响应频率可达到 10.0 Hz。其最大加载速率为 5×10^3 kN/s，比例加载控制精度为 1.5%。试验中主应力方向采用量程为 2.5×10^3 kN 的传感器，侧压方向荷载传感器量程分别为 3×10^2 kN 和 5×10^2 kN，以确保所采集到荷载值的精度。试验设备在一个方向上的结构原理如图 1 所示。

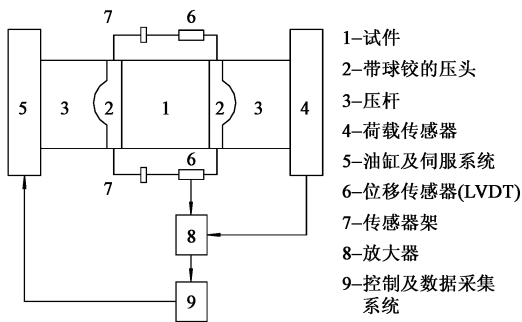


图 1 试验系统在一个加载方向上原理图
Fig.1 Picture of theory of testing system in one direction

1.2 试件的制备

试验采用边长为 100 mm 的立方体试件。设计强度为 10 MPa，其配比质量为：水泥：水：砂子：石子 = 1.00 : 1.02 : 4.38 : 5.35。实测 28 d 抗压强度 (无减摩措施) 为 10.7 MPa，劈拉强度为 0.83 MPa。

水泥采用大连水泥厂同炉出产的“海鸥牌” 32.5 R 型普通硅酸盐水泥 (即原 425 号)，粗骨料为连续粒级的碎石，其最大骨料粒径为 10 mm；砂子为天然河砂，颗粒级配属于级配 II 区，经测量砂子的细度模数为 2.66，为中砂；所用的拌和水为自来水。试块用钢模人工振捣后在振动台上成型。24 h 后脱模，在水中养护 2 d，然后放到上覆石棉瓦的养护棚中覆草袋浇水养护至第 28 d，其后在自然条件下养护。试验时混凝土的龄期为 600 ± 20 d。由于 600 d 龄期时混凝土的强度发展已经趋于稳定，可以忽略试验过程中龄期不同对强度的影响。在该批混凝土养护过程中跟踪测量的 37 组抗压和劈拉试验中，没有一组试件中出现 3 个测量值中的最大值或最小值与中间值的差值超过中间值的 15% 的情况，说明试验所制作的试件离散性较小，能够确保试验数据的可靠性。

1.3 试验过程

试件侧面与加载板之间采取减摩措施。减摩材料选用塑料薄膜和甘油。具体做法是在 3 层塑料布之间夹两层黄甘油，在塑料布与试件受压面之间再涂 1 层黄甘油，总共 3 层塑料布 3 层甘油。

试验过程分 3 个步骤来完成：

- 1) 试验时将试件安装在三轴试验机的加载板之间，调整作动头，使压头靠近试件但不施力。
- 2) 通过计算机控制，作动头以设定的位移速率施加到设定的预加荷载值 (10 kN)。预加完毕后安放位移传感器 (LVDT)，每个方向的相对两侧上安放 1 支以量测试件变形，其空间布置如图 2 所示。

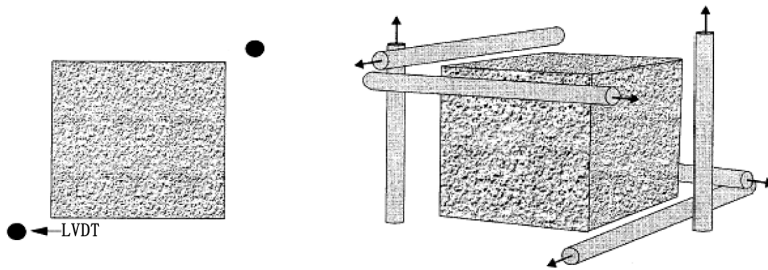


图 2 量测设备 (LVDT) 布置图
Fig.2 Deformation measurement using LVDTs in multiaxial experiments

3) 施加恒定压力。在程序的控制下，依次在 3 个方向上逐步施加荷载 (如图 3 所示)。先在 σ_1 方向施加荷载值 $\Delta\sigma$ (4 MPa)，而后维持 σ_1 不变；再

在 σ_2 方向上施加该荷载值 $\Delta\sigma$ ，并维持 σ_1 和 σ_2 都不变；然后在 σ_3 方向上施加该荷载值 $\Delta\sigma$ ，再维持 σ_2 和 σ_3 都不变；将 σ_1 方向上施加的荷载值增至

$2\Delta\sigma$ 。如此进行下去,直到3个方向的压力都达到设定的围压值。

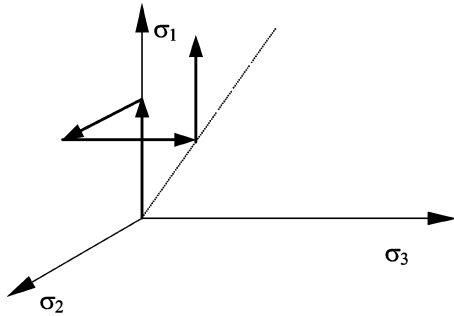


图3 加载方案图
Fig.3 Loading path

4) 正式加载。维持两个侧面方向 σ_2 和 σ_3 压力恒定,在主轴 σ_1 方向进行正式加载。加载由计算机程序控制自动完成。加载过程采用位移控制,整个加载过程的平均应变速率约为 $10^{-5}/s$ 。同时采集各个轴向的位移和荷载值。试验完毕,拆下位移传感器,取出试件。

笔者做了普通混凝土试块在4种围压下的三轴压缩试验以及单轴压缩试验,每组保证至少4个试件。试验中记录了加载过程中试件在各个方向上的荷载和变形的变化过程。

2 试验结果及分析

在试验的加载过程中,随着主压力方向荷载的增加,混凝土试件侧向有膨胀的趋势,要求侧向的作动器进行响应以维持恒定的围压。本文侧压力方向上作动器的响应频率较高,能够确保侧压力与主方向保持恒定的比例。实测的轴向应力和围压随时间的变化关系见图4,可见侧向压力基本保持恒定,能够确保试验结果的准确可靠。

2.1 强度特性

2.1.1 等围压条件下混凝土的强度特性 混凝土材料在恒定围压下的强度特性已经进行了不少的试验研究工作^[6~19],取得了一些共识。

多数研究者认为^[10,11],在混凝土三轴试验中,加载方式的不同不会引起强度的差异。所以,尽管不同研究者所采用的试验方法和加载方法不同,仍然可以将不同研究者的试验结论进行比较。下面对多个研究者的成果做一个比较。

本文测得不同围压下混凝土的极限抗压强度见表1。

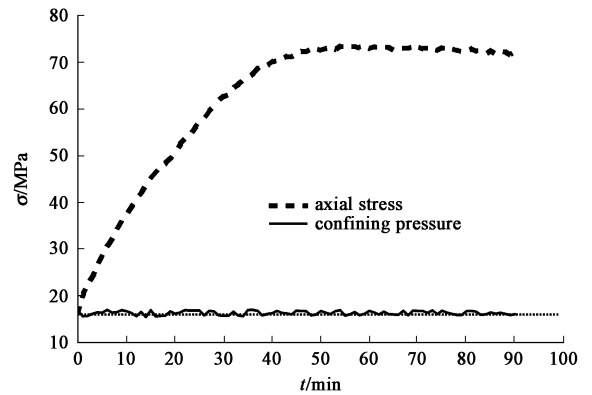


图4 实测的应力变化过程
Fig.4 Measured stress history

表1 混凝土强度试验结果

Table 1 Summary of test results

编号	围压/MPa				
	0	4	8	12	16
1	9.93	27.20	45.70	61.78	72.00
2	9.67	29.75	45.59	58.91	69.72
3	9.93	31.81	46.79	62.45	73.78
4	9.83	31.31	46.98	61.46	74.34
5		30.17		61.46	70.85
均值	9.84	30.05	46.27	61.21	72.14

Mohr-Coulomb 准则是广泛得到应用的经典的破坏准则之一。该准则只假定了2种不同的破坏模式: 滑移破坏和分离(拉伸)破坏。由于其形式简单,且与试验结果吻合较好,目前仍然在土木工程中得到广泛应用。基于此, Richart 等提出了如下形式的破坏准则^[12]:

$$\sigma_{1p} = f_c + k\sigma_3 \quad (1)$$

其中, σ_{1p} 为极限强度; f_c 单轴强度 ($f_c > 0$); σ_3 为侧向压应力; k 为常数。

对方程(1)进行无量纲化处理,得:

$$\sigma_{1p}/f_c = 1 + k\sigma_3/f_c \quad (2)$$

k 的取值与材料有关。Richart 建议 $k=4.1$ 。Imran 等(1996)的试验结果表明: $k=4.1$ 对较低强度混凝土与试验数据吻合较好^[13]; 而对较高强度的混凝土,该方程估计过高。

Ansari 等对3种强度混凝土进行常规三轴试验,回归的结果表明,对强度为47 MPa的混凝土 $k=3.0$; 对强度为71.08 MPa的混凝土 $k=2.6$; 对强度为107.27 MPa的混凝土 $k=2.7$; 同时建议采

用非线性回归^[15]：

$$\sigma_{1p}/f_c = 1 + 2.45(\sigma_3/f_c)^{0.703} \quad (3)$$

对本文的试验数据采用 Richart 等的方程进行回归分析，得 $k=4.12$ ， $R^2=0.9785$ ，结果见图 5。

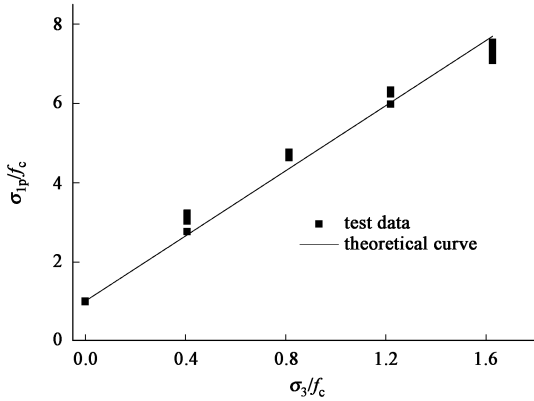


图 5 试验数据与 Richart 方程回归结果的比较
Fig.5 Mohr-Coulomb failure criterion and test data

从图 5 中可以看到，Richart 等的方程基本能够反映试验数据的变化趋势。应该指出，Richart 等的方程在围压较低时，略微低估了混凝土的强度，而在围压较高时则高估了混凝土的强度。Candappa 等对高强混凝土的试验结果表明，在较低的围压 ($\sigma_3/f_c < 0.3$) 时，取 $k=5$ 与试验结果吻合更好^[14]。Nielsen 建议将 Mohr-Coulomb 准则换为双线性的表达式以反映不同围压对强度的影响作用^[16]：

$$\sigma_{1p} = \min \begin{cases} f_c + 8\sigma_3 \\ 1.5f_c + 3\sigma_3 \end{cases}, 0 < \sigma_3 < 0.85f_c \quad (4)$$

Newman (1979) 提出了如下的方程以反映围压与强度之间的非线性关系^[17]：

$$\sqrt{A \left[\frac{\sigma_3}{f_c} \right]^2 + B \frac{\sigma_3}{f_c} + 1} - \frac{\sigma_{1p}}{f_c} = 0 \quad (5)$$

其中 A 和 B 为经验参数。

通过对本文数据进行拟合得到 $A=9.35$ ， $B=18.07$ ， $R^2=0.995$ 。

Leon 等提出了如下的破坏准则模型^[18]：

$$f(\sigma_1, \sigma_2) = \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{f_c} \right]^2 - \left[\frac{1-h^2}{h} \right] \left[\frac{\sigma_3}{f_c} \right] - 1 = 0 \quad (6)$$

其中，

$$h = f/f_c.$$

将 Imran 和 Sfer 等的的数据同时绘制于 8 面体应力空间 $\sigma_{oct} - \tau_{oct}$ 中 (图 6)^[19]。从总的趋势看来，

混凝土材料的围压效应与混凝土单轴强度有一定的影响。当单轴强度较低时，围压对混凝土的增强效应明显；单轴强度较高时相对较弱。这是由于不同强度混凝土其材料内部空隙数量以及组成结构不同而引起的。本文试验数据的变化趋势与 Sfer 等的试验成果以及 Imran 强度为 21.2 MPa 的混凝土强度变化规律比较一致。理论曲线与试验数据的对比表明，在进行粗略计算时，可以采用 Richart 等的方程；而在进行精确计算时则宜采用 Newman 等的方程。这是因为 Newman 等的方程较 Richart 等的方程能更为精确地反映围压与强度之间的变化关系。

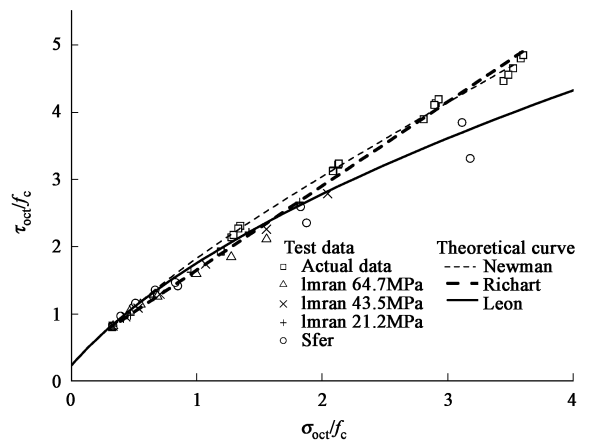


图 6 试验数据与预测结果的比较
Fig.6 Test data and failure criterion

2.1.2 不等围压条件下混凝土的强度特性 在混凝土结构的工作过程中，受力状态千变万化。很多情况下混凝土并非完全处在等围压的三向应力状态下，即 $\sigma_3 \neq \sigma_2$ 。笔者对不等围压下混凝土的强度变化规律也进行了初步研究。

表 2 混凝土强度试验结果

Table 2 Summary of test results

围压	$(\sigma_3, \sigma_2) / \text{MPa}$					
	(0, 0)	(0, 4)	(4, 4)	(4, 8)	(4, 12)	(4, 16)
1	9.93	14.58	27.20	41.20	43.07	43.68
2	9.67	14.32	29.75	39.01	41.66	47.34
3	9.93	15.35	31.81	39.51	44.41	44.00
4	9.83	15.14	31.31	40.72	43.06	46.62
5			30.17			
Average	9.84	14.85	30.05	40.11	43.05	45.41

从表 2 可以看出，在不等围压条件下，混凝土的强度也在随着围压的增加而有一定的增加幅度。

如在一向侧压力为 4 MPa 时，强度由单轴应力状态下的 9.84 MPa 增加到 14.85 MPa，增加幅度为 50.9%。但是当小侧压应力 σ_3 为 4 MPa 时，大侧压应力 σ_2 对强度的影响趋于减弱。如 σ_3 为 4 MPa 时，当大侧围压应力 σ_2 从 12 MPa 变化到 16 MPa 时，强度提高幅度仅为 5.5%。这表明，当小主应力增加时，中主应力对强度的影响作用有减弱的趋势。

2.2 变形特性

2.2.1 应力应变关系曲线 由于本次试验的加载过程是从一个给定的压力值开始的，所以应力应变关系的起始点并非从零点开始。试验中实测的典型应力应变关系曲线见图 7~图 9 所示。

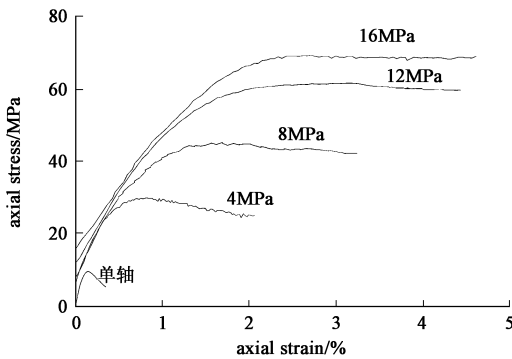


图 7 轴向应力与轴向应变的关系图
Fig.7 Relationship between axial stress and axial strain

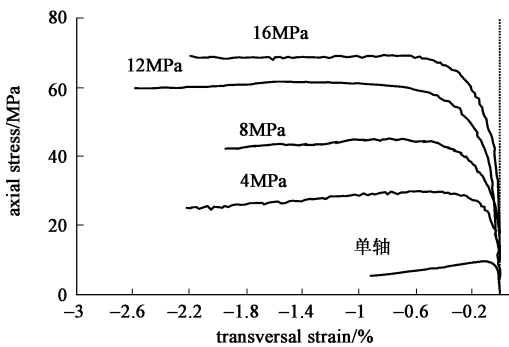


图 8 轴向应力与侧向应变关系图
Fig.8 Axial stress and lateral strain

从图 7 可以看到，试件刚开始受力时，侧向压力的存在使得轴压应变很小，应力应变曲线陡直。此后，侧向压力约束了混凝土的横向膨胀，阻滞纵向裂缝的出现和开展，在提高其极限强度的同时，塑性变形有很大发展，应力应变曲线平缓地上升。

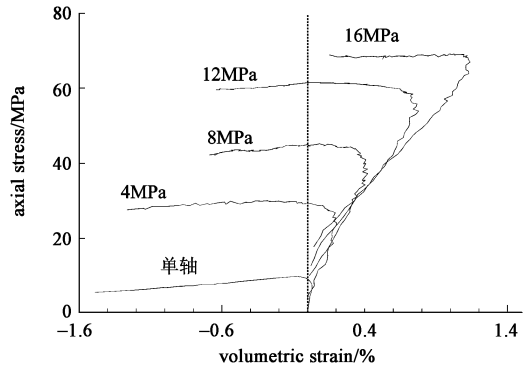


图 9 轴向应力与体积应变的关系图
Fig.9 Relationship between axial stress and volumetric strain

过了强度峰值后，试件在侧向压力的支撑下缓慢地降低，曲线下降平缓。混凝土的应力应变关系曲线在单轴受压时有明显的尖峰。在三轴加载情况下，随着侧向压力的增大，曲线的峰值部位逐渐抬高，变得平缓 and 丰满。当侧向压力到某一阈值（如 80% f_c ）时，峰值部位接近一平台，峰值点不明显，应力应变关系曲线与单轴受压的曲线不再相似。随着围压的增加，混凝土主轴应力应变曲线的初始斜率 E_0 （有围压情况下并非弹性模量）有降低的趋势。初始弹性模量均值见表 2。对任意给定的轴向应变，混凝土的应力随着围压增加而增长明显。

侧向应变与主轴应力的关系见图 8。随着围压的增大，侧向的变形量也在逐渐的增加。围压较大时，峰值部位平缓，随应变增加应力降低趋势减弱。

体积应变与主轴应力的关系见图 9。体积应变通过主轴应变以及两侧向应变之和得到。可以看出，在整个压缩过程中，试件先出现压缩变形（体积缩小），后出现膨胀变形（体积增加）；在高围压条件下，最小体积处应力与峰值应力有一定差别，不完全相同。

表 3 试验结果

Table 3 Test results

σ_L /MPa	$\sigma_1 \cdot f_c^{-1}/\%$	σ_{peak} /MPa	$\epsilon_{peak}/\%$	E_0 /GPa
0	0	9.84	0.12	14.40
4	40.7	30.05	0.88	6.38
8	81.3	46.27	1.63	5.03
12	122.0	61.21	3.16	4.57
16	162.6	72.14	3.66	3.29

2.2.2 峰值应力处的应变值 随着围压的增加,混凝土材料在峰值应力处的轴向应变值有增加的趋势。本文试验测得的峰值应力处的应变值见表2。可见,随着围压的增加,峰值应力处的应变值有较大幅度的增加。通常,将峰值应力处的应变值与围压之间用线性关系来表达。Richart等采用下式来表达其关系:

$$\varepsilon_{ip}/\varepsilon_p = \beta_1[\sigma_p/f_c - \beta_2], \text{ 其中 } \beta_1 = 5, \beta_2 = 0.8. \quad (7)$$

Imran等结合自己的试验数据,将该公式修正为: $\beta_1 = 6, \beta_2 = 0.83$ 。

Nielsen将高强混凝土(HSC)的 ε_{ip} 用如下方程来表达:

$$\varepsilon_{ip} = (0.21 + 4.9\sigma_p/f_c)\% \quad (8)$$

Ansari等的试验结果表明,三种强度混凝土峰值应力处应变值与围压之间的关系可以用统一的线性关系来表达:

$$\varepsilon_{ip}/\varepsilon_p = 1 + \alpha(\sigma_p/f_c) \quad (9)$$

得到 $\alpha = 15.15$ 。Candappa等的试验中则得观察到了更大的变形增加幅度,采用式(9)拟合时得到 $\alpha = 20$ 。

通过分析上述研究成果,可以认为,峰值应力处应变值与围压存在线性关系。但是,峰值应力处应变值的离散度比较大,不同研究者所得出的结果有着显著的差别。比较Ansari等和Candappa等的数据可以发现,虽然两者所试验的混凝土强度范围比较接近(Candappa等的为41.9, 60.6和103.3 MPa, Ansari等的为47, 71.08和107.27 MPa),然而得出的结论却差别较大。这说明试验设备、加载方式不同,混凝土的变形量也有所差别。

对本文所试验数据也按照方程(9)的形式进行回归,得到 $\alpha = 18.5, R^2 = 0.9737$ 。

需要说明的是,由于本文的变形记录并非严格从零开始,所得到的峰值应力处应变值与他人的试验成果有一定差别。

3 结论

1) 混凝土是围压敏感性材料,随着围压的增加,混凝土的极限强度有较大幅度的增加。Richart等所提出的线性方程基本上能够反映强度随围压的变化规律;而Newman等提出的非线性方程能够更为精确地反映出围压与混凝土极限强度之间的非线性关系。

2) 随着围压的提高,混凝土材料由脆性逐渐过渡为延性材料,变形能力大幅度地增加。应力应变曲线上初始段的斜率随着围压的增加,有明显的降低趋势。混凝土试件在加载过程中先压缩,在接近峰值应力处开始逐渐膨胀。但是随着围压的增加,起始膨胀点的应变值似乎逐渐偏离峰值应力点的应变值。

3) 峰值应力处应变随着围压增加有显著的增长趋势,其变化关系可以用线性方程来表示。

参考文献

- [1] 宋玉普. 多种混凝土材料的本构关系和破坏准则[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2002
- [2] 过镇海, 钢筋混凝土原理[M]. 北京:清华大学出版社, 1999
- [3] 俞茂宏, 赵坚, 关令苇. 岩石、混凝土强度理论: 历史、现状、发展[J]. 自然科学进展, 1997, (6): 653~660
- [4] 钱在兹, 钱春. 混凝土复杂受力状态下的统一强度准则[J]. 土木工程学报, 1996, 29(2): 46~55
- [5] 钱春, 钱在兹. 混凝土二向应力强度计算及特性分析[J]. 浙江大学学报, 1996, 30(6): 642~650
- [6] 过镇海, 王传志. 多轴应力下混凝土的强度和破坏准则研究[J]. 土木工程学报, 1991, 24(3): 1~14
- [7] 王传志, 过镇海, 张秀琴. 二轴和三轴受压混凝土的强度试验[J]. 土木工程学报, 1987, 20(1): 15~26
- [8] 彭放. 复杂应力状态下多种混凝土的破坏准则及本构模型研究[D]. 大连:大连理工大学博士学位论文, 1990
- [9] Wang C, Guo Z, Zhang X. Experimental investigation of biaxial and triaxial compressive concrete strength [J]. ACI Materials Journal, 1987, 84(2): 92~100
- [10] Lan S, Guo Z. Experimental investigation of multiaxial compressive strength of concrete under different stress paths [J]. ACI Materials Journal, 1997, 94(5): 427~434
- [11] Candappa D P, Setunge S, Sanjayan J G. Stress versus strain relationship of high strength concrete under high lateral confinement [J]. Cement and Concrete Research, 1999, 29: 1977~1982
- [12] Richart F E, Brandtzaeg A, Brown R L. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses [R]. Bulletin No. 185, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, 1928
- [13] Imran I, Pantazopoulou S J. Experimental study of plain concrete under triaxial stress [J]. ACI materials Journal, 1996, 93(6): 589~601

- [14] Candappa D C, Sanjayan J G, Setunge S. Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete[J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2001, 13(3): 209~215
- [15] Ansari F, Li Q. High-strength concrete subjected to triaxial compression [J]. *ACI Materials Journal*, 1998, 95(6): 747~755
- [16] Nielsen C V. Triaxial behavior of high-strength concrete and mortar [J]. *ACI Materials Journal*, 1998, 95(2): 144~151
- [17] Newman J B. Concrete under complex stresses [R]. *Development in concrete technology-1*, Lydon F D(ed), Applied Science, London: 1979
- [18] Etse G, Willam K. Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics* [J]. 1994, 120(9): 1983~2011
- [19] Sfer Domingo, Carol Ignacio, Gettu Ravindra, et al. Study of the behavior of concrete under triaxial compression [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, 128(2): 156~163

Behavior of Concrete Under the Triaxial Compression

Yan Dongming^{1,2}, Lin Gao¹

(1. *Department of Civil Engineering at Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;*
2. *School of Environment & Water Resource, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China*)

[**Abstract**] Experimental tests on 10 mm cubic concrete specimens were carried out using the servo hydraulic testing machine. Specimens subjected to equal constant confining pressures of 0, 4 MPa, 8 MPa, 12 MPa and 16 MPa respectively were conducted to investigate the deformation and strength characteristics of concrete. In addition, strength properties of concrete under unequal confining pressures were also investigated. Based on the test results it was revealed that the ultimate strength increases dramatically with the increasing confining pressure and the strain at peak stress increases even more pronounced. With the increasing minor principal stresses, the enhancement effect of middle principal stresses on the ultimate strength became weak. The complete stress-strain curves were obtained at different confining pressures. By comparison with the current literature, appropriate formulas of concrete strength and deformation were proposed for the engineering purpose.

[**Key words**] triaxial stress state; confining pressure; ultimate strength; deformation; concrete